# Исследование устойчивости неоднородных полимерных стержней в условиях термовязкоупругости

**И.И. Кулинич, В.В. Литвинов, С.Б. Языев**

Ростовский государственный строительный университет, г. Ростов-на-Дону

Полимерные материалы обладают многими положительными качествами: кислото- и щёлочестойкость, высокая прочность на разрыв (у некоторых разновидностей полиметилметакрилата достигает 2000 МПа) и т.д. Однако полимерным материалам, как говорилось выше, присуще сильное проявление реологических свойств. Ситуацию усугубляет то, что все упругие и высокоэластические параметры полимеров очень сильно меняются в зависимости от температуры. Так, при нагреве образца из ПММА от до значение модуля начальной релаксационной вязкости уменьшается практически в два раза.

Таким образом, даже небольшой перепад температур в образце способен создать значительную косвенную неоднородность, которая самым неблагоприятным образом способна сказаться на работе конструкции.

## *Вывод основных разрешающих уравнений*

При выводе основных уравнений предполагается, что на образец не действует температурное поле или температурное поле постоянно по оси стержня остаётся неизменным, т.е. . Однако значения физико-механических параметров материала имеют сильную зависимость от температуры, а следовательно, от координаты , к примеру для модуля упругости:

В работе[[1](#_ENREF_101)]рассматривается жёстко закреплённый с обоих концов стержень под действием температурной нагрузки. Однако он не учитывает возможность приложения механической нагрузки.

Использованные в расчетах значения релаксационных констант, их зависимости от температуры для эпоксидной композиции ЭДТ-10 и полиметилметакрилата (ПММА) для «старшего» составляющего спектра приводятся в работе[[2](#_ENREF_21)]:

При выводе разрешающих уравнений основные интегральные соотношения не меняются:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |
|  | (2 |

В случае выполнения гипотезы плоских сечений запишется и выражение полных деформаций:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

С другой стороны, с учетом температурных деформаций, можно записать:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

где – температурные деформации.

С учетом (3) и (4) можно записать

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Подставляя выражение (5) в (1) и проведя интегрирование, определяют осевые деформации стержня:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Аналогичным образом после подстановки выражения (5) в (2):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

где – осевой момент инерции стержня относительно оси .

С учетом того, что , окончательное разрешающее уравнение для оси стержня принимает вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Для удовлетворения произвольных граничных условий производится дважды дифференцирование выражения по . Однако теперь :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

Вводится обозначение: пусть , тогда выражение (9) принимает вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

Таким образом, основное разрешающее уравнение представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение четвертого порядка с переменными коэффициентами.

## *Методика и алгоритм решения нелинейных уравнений, численная реализация*

Пусть на исследуемый стержень действует некоторый тепловой поток. В задачи диссертационной работы не входит определение температурного поля. Поэтому предполагается, что температура распределяется по длине стержня по следующему закону:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

где – скорость роста температуры, .

Таким образом, на первом этапе вычисляем распределение температурного поля по оси стержня . На следующем этапе – распределение физико-механических и релаксационных параметров по оси стержня в зависимости от температурного поля. На третьем – определяется напряженно-деформированное состояние полимерного стержня. Пусть стержень обладает некоторой начальной погибью

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

где – стрела начального погиба стержня; – длина стержня.

Если считать нагружение мгновенным, то в момент времени будут справедливы начальные условия . Таким образом, на нулевом этапе приходим к упругой задаче.

Граничные условия описываются соотношениями:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

где – погибь исследуемого стержня; – углы поворота нормального к продольной оси стержня сечения.

Вводя обозначение и обозначив штрихом дифференцирование по , полученную краевую задачу можно сформулировать следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |
|  | (15) |
| где |  |  |

Вводим на интервалах интегрирования равномерные сетки

Краевым задачам можно поставить в соответствие схему четвертого порядка аппроксимации

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |
| Где |  |  |

Граничные условия (13) в точках и аппроксимируются следующим образом (рис.1):

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |
|  |  |



Рис. 1. Аппроксимация граничных условий задачи при варианте закрепления «защемление-защемление»

Полученную разностную схему можно представить в виде системы линейных алгебраических уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (18) |

где

а компоненты матрицы и правой части , с учетом (17), определяются по формулам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| где |  |  |

Интеграл вычисляем с помощью метода Симпсона:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (19) |

Решение уравнения (18) можно получить различными методами (Гаусса, Крамера и т.д.).

Определив на нулевом этапе все необходимые величины (температурное поле, значения физико-механических и релаксационных параметров полимера, деформации, напряжения), можно найти скорость деформации ползучести

Предполагая, что шаг по времени может быть сколь угодно малым, можно осуществить линейную аппроксимацию по времени и вычислить деформации ползучести на следующем «временном слое» :

**Литература:**

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1975. – 984 с.

2. Андреев В.И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел: Монография – М.: Издательство АСВ, 2002. – 288 стр.