**Расчёт на прочность пластины, подкреплённой рёбрами жёсткости, на упругом основании обратным методом**

*Е.Э. Кадомцева, Н.В. Сикачёва, Ю.А. Кирсанов*

*Академия строительства и архитектуры Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону*

Аннотация: В работе рассматривается изгиб пластины на упругом основании. Пластина в плане имеет прямоугольное очертание. Материал пластины изотропный. Пластина подкреплена рёбрами жёсткости, направленными параллельно сторонам пластины. Учитывается, что рёбра жёсткости, параллельные разным сторонам, имеют разные жёсткости на изгиб и кручение. За расчётную схему принимается ортотропная пластина, имеющая различные цилиндрические жёсткости в двух взаимно перпендикулярных направлениях, параллельных подкрепляющим рёбрам. Упругое основание принимается Винклеровским, т.е. считается, что реакция основания прямо пропорциональна прогибу пластины в каждой точке.Пластина опирается на упругое основание и нагружена распределённой нагрузкой по следующему закону .Задача решается обратным методом. Функция прогибов пластины задаются в виде:Исследуется напряженное состояние и проводится расчет на грузоподъемность для различных параметров пластины и основания.

**Ключевые слова:** рёбра, пластина, упругое основание, обратный метод, тонкая, ортонормированная, изгиб, грузоподъёмность, прочность.

Расчёт различных конструкций из армированных элементов имеет широкое применение при проектировании железобетонных строительных сооружений.

Рассматривается прямоугольная пластина с рёбрами жёсткости, направленными параллельно краям пластины, нагруженная распределённой нагрузкой, перпендикулярной срединной плоскости (Рис. 1).

Проводилось исследование напряженного состояния и расчет на грузоподъемность для различных параметров пластины и основания. Выбор модели основания Винклера обусловлен тем, что винклеровская модель математически проста и дает достаточно хорошие результаты.

За расчётную схему принимается ортотропная шарнирно опёртая пластина, имеющая различные цилиндрические жёсткости в двух взаимно перпендикулярных направлениях, зависящих от жёсткости подкрепляющих рёбер

Рис. 1. Пластина, подкреплённая рёбрами жёсткости. *b*– ширина пластины; *а* – длина пластины.

**Дифференциальное уравнение изгиба ортотропной пластины на упругом основании в этом случае имеет вид** [7-11]**:**

 (1)

где (2)

 (3)

= +, (4)

D - Цилиндрическая жёсткость пластинки, и – жёсткость при изгибе рёбер, и - моменты инерции при кручении рёбер,коэффициент постели, - распределённая нагрузка,w- прогиб пластины, h- толщина пластины,- коэффициент Пуассона.

Нагрузка, действующая на пластину, распределена по закону:

 (5)

Функция прогибов пластины задаются в следующем виде:

 (6)

Постояннаяопределяется из уравнения (1):

.

Максимальные нормальные напряжения определяются по формулам:

=

= .

Из условия прочности по нормальным напряжениям определяем

Как видно из результатов расчетов, что оптимальным подкреплением пластины рёбрами жёсткости, является 2 горизонтальных и 2 вертикальных ребра.

Таблица №

Грузоподъемность пластины в зависимости от количества рёбер жёсткости

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вертикальные рёбра, шт | Горизонтальные рёбра, шт | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допускаемая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допускаемая нагрузка , МПа |
| 2 | 2 | 0,53 | 301,88 |  | 762 |
| 3 | 3 | 0,6 | 266,67 | 0,25 | 640 |
| 2 | 3 | 0,53 | 301,88 | 0,33 | 485 |
| 3 | 2 | 0,6 | 266,67 | 0,18 | 888,88 |
| - | 2 | 0,53 | 301,88 | 0,14 | 1143 |
| 2 | - | 0,44 | 363,63 | 0,25 | 640 |

Диаграмма 1.

Как видно из результатов расчетов, что оптимальным подкреплением пластины рёбрами жёсткости, является 2 горизонтальных и 2 вертикальных ребра.

Таблица № 2

Грузоподъемность пластины в зависимости от толщины пластины.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Толщина пластины*h*, м | Количество рёбер жёсткости | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допускаемая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допускаемая нагрузка , МПа |
| 0,001 | 3 вертикальных и 3 горизонтальных ребра жёсткости | 1,97 | 81,2 | 0,79 | 202,53 |
| 0,0015 | 0,94 | 170 | 0,38 | 421,1 |
| 0,002 | 0,6 | 266,67 | 0,25 | 640 |
| 0,0025 | 0,42 | 380,9 | 0,17 | 941,2 |
| 0,003 | 0,32 | 516 | 0,13 | 1230,77 |

Диаграмма 2.

Вывод: чем больше толщина пластины, тем больше предельно допускаемая нагрузка по оси *х* и больше по оси *у*.

Таблица № 3

Грузоподъемность пластины в зависимости от коэффициента постели упругого основания

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Коэффициент постели основания К, Мпа/м | Количество рёбер жёсткости | Толщина пластины*h*, м | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допустимая нагрузка , МПа | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допустимая нагрузка , МПа |
| 100 (песок) | 3 вертикальных и 3 горизонтальных ребра жёсткости | 0,002 | 0,476 | 336,13 | 0,19 | 842,1 |
| 200 (грунт песчано-глинистый, уплотненный) | 0,4283 | 373,56 | 0,173 | 924,8 |
| 400 (известняк) | 0,6 | 266,67 | 0,25 | 640 |
| 600 (бутовая кладка) | 0,3 | 533,33 | 0,12 | 1333,33 |
| 800 (бетон) | 0,26 | 615 | 0,1 | 1600 |

Диаграмма 3 – *К* – коэффициент постели.

Вывод: из расчетов видно, что между коэффициентом жесткости упругого основания и предельно допустимой нагрузкой по оси *х* и *у,* прямо пропорциональная зависимость.

В ходе исследования был проведен сравнительный анализ предельно допустимой нагрузки для пластины, подкреплённой рёбрами жёсткости и прямоугольной плоской пластины. Результаты расчетов показали, что выгоднее использовать пластину, подкреплённую рёбрами жёсткости.

Таблица № 4

Результаты расчетов прямой прямоугольной и пластины, подкреплённой рёбрами жёсткости

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Толщина пластины, *h* м | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допустимая нагрузка , МПа (расчёт по) | Максимальное нормальное напряжение  | Предельно допустимая нагрузка , МПа (расчёт по) |
| Плоская пластина | 0,002 | 0,177 | 903,95 |  | 2,24 |
| Пластина, подкреплённая рёбрами жёсткости | 0,6 | 266,67 | 0,25 | 640 |

Вывод: исследование показало, что грузоподъёмностьпластины, подкреплённой рёбрами жёсткости выше, чем прямоугольной. Несмотря на то, что предельно допустимая нагрузка по оси *х* намного больше у прямой пластины, предельно допустимая нагрузка по оси *у* в 285,7 раз в прямой пластине меньше, чем в пластине, подкреплённой рёбрами жёсткости.

Исследование показало, что напряженное состояние и грузоподъемность пластины, подкреплённой рёбрами жёсткости на упругом основании, во многом зависит от количества и расположения рёбер жёсткости, геометрических параметров пластины и от жесткости основания, на которое опирается сама пластина.

Диаграмма 4. - Предельно допустимая нагрузка(МПа).

Данный метод позволяет исследовать влияние параметров пластины, рёбер и характеристик упругого основания на прочность пластины, подкреплённой ребрами жёсткости на упругом основании при изгибе и востребован при расчёте элементов инженерных конструкций [12-14].

**Литература**

1. Кадомцева Е.Э., Моргун Л.В. Учёт влияния отличия модулей упругости на сжатие и растяжение при расчёте на прочность армированных балок с заполнителем из фибропенобетона. // Инженерный вестник Дона, 2013, №2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655/.

2.Кадомцева Е.Э., Бескопыльный А.Н. Расчёт на прочность армированных балок с заполнителем из бимодульного материала с использованием различных теорий прочности. // Инженерный вестник Дона, 2013, №4 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2125/.

3.Матвеев С.А., Мартынов Е.А., Литвинов Н.Н. Расчёт армированной дорожной одежды как многослойной плиты на упругом основании. // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. Сер.: Механика. 2015. Вып.4(45) c. 72-76.

4.Большаков А.А. Прямоугольная пластина, упруго опертая по контуру // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер.: Политематическая. 2011. Вып. 4 (19). URL: vestnik.vgasu.ru

5. Belen’kii D.M., Beskopyl'nyi A.N., Vernezi N.L., Shamraev L.G. New approach to the strength analysis of a welded butt joint. Industrial Laboratory. 1996. V., C. 62. [№8](https://clck.yandex.ru/redir/nWO_r1F33ck?data=NnBZTWRhdFZKOHRaTENSMFc4S0VQR21NN2R2S1VvaHZ5S1h4U1k4YmhnUUU0YTZOeHB5VTlOeVQwcUNlWXVacUJsWHVkck40TlJlZ2Jpa2swTURtM3FkQVpIX0cyMjJwQWxzSWRyVUcyX0liX0RBZmw4RzQ2YlZZVldlTjc2YlRQV3hMNWlUWHVEY0RwQjJnT0xWZ3J6bUxWMzVfZjNXeDFQZWd1ak1qSGFR&b64e=2&sign=293797e24f196e32f3eb3e1ec68ca4af&keyno=17). pp. 517-520.

6. Беленький Д.М., Бескопыльный А.Н. Измерение вектора механических свойств материала деталей машин. Вестник машиностроения. 1997. № 8. С. 44.

7.Кадомцева Е.Э., Бескопыльный А.Н., Бердник Я.А. Расчёт на жёсткость пластины, подкреплённой рёбрами, на упругом основании методом Бубнова-Галёркина. // Инженерный вестник Дона, 2016, №3 URL:ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3699/

8. Филин А.П. Прикладная механика твёрдого деформируемого тела. Т.1. - М. изд-во” Наука”, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1981. -832 с.

9.Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. –М. Высшая школа 1987. - 576 с.

10. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах. Под общей редакцией Биргер И.А. и Пановко Я.Г. Т.2. - М., изд-во “Машиностроение”, 1988. - с.464.

11. Мышкис А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы. – М. изд-во “Физматлит”, МАИК «Наука/Интерпериодика», 2007. -687 с.

12. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках: Пер. с анг. -М.: Мир, 1984. -494 с.

13. Shukla S.K. Shallow foundations in geosynthetics and their applications. -Editor Thomas Telford, London. 2002. pp. 123-163
14. Yin J.H. Comparative modeling study on reinforced beam on elastic foundation.In Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol.126, No.3., pp.265-271.

15. Кадомцева Е.Э., Кирсанов Ю.А., Сикачёва Н.В. Расчёт на прочность гофрированной тонкой пластины на упругом основании обратным методом. // Инженерный вестник Дона, 2017, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4251

References

1. Kadomceva E.E., Morgun L.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1655/.
2. Kadomceva E.E., Beskopyl'nyj A.N. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2125/.
3. Matveev S.A., Martynov E.A., Litvinov N.N. Vestnik Sibirskoj gosudarstvennoj avtomobil'no-dorozhnoj akademii. Ser.: Mehanika. 2015. Vyp.4(45)рр. 72.76.
4. Bol'shakov A.A. Internet-vestnik VolgGASU. Ser.: Politematicheskaja. 2011. Vyp. 4 (19). URL.vestnik.vgasu.ru
5. Belen'kii D.M., Beskopyl'nyi A.N., Vernezi N.L., Shamraev L.G. Industrial Laboratory. 1996. V. 62. [№ 8](https://clck.yandex.ru/redir/nWO_r1F33ck?data=NnBZTWRhdFZKOHRaTENSMFc4S0VQR21NN2R2S1VvaHZ5S1h4U1k4YmhnUUU0YTZOeHB5VTlOeVQwcUNlWXVacUJsWHVkck40TlJlZ2Jpa2swTURtM3FkQVpIX0cyMjJwQWxzSWRyVUcyX0liX0RBZmw4RzQ2YlZZVldlTjc2YlRQV3hMNWlUWHVEY0RwQjJnT0xWZ3J6bUxWMzVfZjNXeDFQZWd1ak1qSGFR&b64e=2&sign=293797e24f196e32f3eb3e1ec68ca4af&keyno=17). pp. 517-520.
6. Belen'kij D.M., Beskopyl'nyj A.N. Vestnik mashinostroenija. 1997. № 8. p. 44.
7. Kadomceva E.Je., Beskopyl'nyj A.N., Berdnik Ja.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3699/.
8. Filin A.P. Prikladnaja mehanika tvjordogo deformiruemogo tela. [Applied mechanics of a rigid deformable body.] V.1. M. izd.vo” Nauka”, Gl. red.fiz.mat. literatury, 1981р. 832.
9. Simvulidi I.A. Raschet inzhenernyh konstrukcij nauprugom osnovanii. [Calculation of engineering structures on an elastic foundation]M. Vysshajashkola. 1987. p.576.
10. Prochnost', ustojchivost', kolebanija. Spravochnik v trjohtomah. Pod obshhejredakciej Birger I.A. I Panovko Ja.G. [Strength, stability, vibrations. Reference book in three volumes]. V.2. M., izd-vo”Mashinostroenie”, 1988. p.464.
11. Myshkis A.D. Prikladnaja matematika dlja inzhenerov. Special'nye kursy. [Applied mathematics for engineers. Special courses.] M. izd.vo “Fizmatlit”, MAIK «Nauka. Interperiodika», 2007 р. 687.
12. Benerdzhi P., Batterfild R. Metod granichnyh jelementov v prikladnyh naukah.: Per. s ang. [Method of boundary elements in applied sciences: Trans. with eng.]M.: Mir, 1984. 494 p.
13. Shukla S.K. Editor Thomas Telford, London. 2002. pp. 123-163
14. Yin J.H. In Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol.126, No.3, pp.265-271.
15. Kadomceva E.E., Kirsanov Y.A., Sikachoyva N.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2017/4251