**Математическая модель надводного мини-корабля**

*В.А. Костюков, А.М. Маевский, Б.В. Гуренко*

*Южный федеральный университет, Таганрог*

**Аннотация:** Известно, что для анализа, моделирования движения подвижных роботизированных объектов и последующего синтеза их систем управления в общем случае требуется рассматривать полную нелинейную многосвязную математическую модель [1-4], учитывающую перекрестную нелинейную зависимость между различными компонентами поступательного и вращательного движений таких аппаратов. Ниже рассматриваются особенности такой полной модели применительно к динамике надводного мини-корабля.

Точная оценка аэро - или/и гидродинамических воздействий со стороны сплошной среды является необходимой для синтеза адекватной системы управления указанными объектами [1] . Вместе с тем, требуемый расчет этих воздействий в общем случае является весьма трудоемкой задачей с вычислительной точки зрения. Решение этой проблемы во многом связано с разработкой таких методик указанного расчета, которые бы на основании учета конкретных особенностей взаимодействия того или иного носителя со сплошной средой – однофазной или многофазной - существенно ускоряли процесс вычисления на алгоритмическом уровне. Ниже дается первое приближение для такой методики применительно к надводному мини-кораблю.

Проводится численное моделирование движения управляемого позиционно-траекторным регулятором мини-корабля при малых углах крена и наличии морского волнения на основе полносвязной математической модели и предложенной методики оценки гидродинамических воздействий.

**Ключевые слова:** надводный мини-корабль, позиционно-траекторный регулятор, аэрогидродинамика, математическая модель, нелинейная динамика, CFD моделирование, внешние возмущения.

**Полносвязная математическая модель движения корабля**

Отличительной особенностью динамики надводного мини-корабля является наличие границы раздела двух сред, что увеличивает число аргументов в функциональных зависимостях сил и моментов, порожденных сплошной средой. Наличие значимых ветровых возмущений и/или подводных течений приводит к необходимости дифференцированного рассмотрения этих явлений, что в самом простом случае установившегося обтекания требует рассмотрения двух пар углов атаки и скольжения. Кроме того, морское волнение является отдельным, очень сложным воздействием. Все это вместе приводит к существенному повышению (на порядки) времени расчета.

Рассмотрим полную математическую модель движения корабля. Используем следующую связанную систему координат OXYZ: её начало O есть точка пересечения нормали, опущенной из геометрического центра судна перпендикулярно границе раздела сред в статическом положении и линии киля; ось X направлена в диаметральной плоскости судна параллельно границе раздела сред в его статическом положении; ось OY направлена вдоль указанной нормали; ось OZ образует правую тройку с OX и OY (см. рис.1, связанная система координат OXYZ выделена оранжевым цветом). Базовую систему координат выберем так, чтобы её координатная плоскость совпала с невозмущенной свободной поверхностью (см. рис.2)

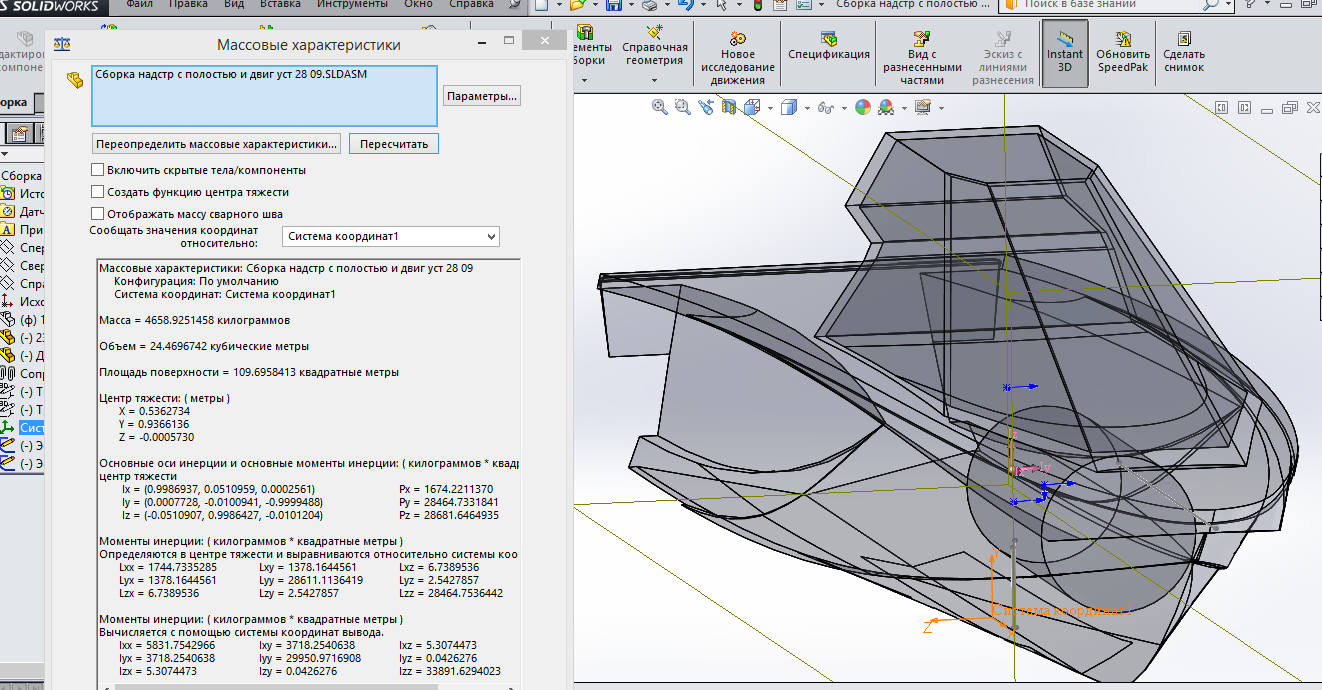


Рисунок 1 – К определению связанной системы координат корабля

Полная нелинейная многосвязная модель динамики может быть представлена в матричной форме [4]:

,  (1)

где ,  - векторы обобщенных сил Архимеда, тяжести, гидро- аэродинамического воздействия и полной силы, соответственно;  - обобщенный вектор нелинейных элементов динамики;  - обобщенный вектор управляющих воздействий;  - матрица массо-инерционных характеристик;  - вектор внешних координат, характеризующих положение (радиус-вектор ) и ориентацию (вектор ) связанной системы относительно базовой;  - вектор внутренних координат – проекций на связанные оси векторов линейной  и угловой  скоростей; - полная матрица кинематики.



Рисунок 2 - к определению параметров, задающих положение свободной поверхности в связанной системе координат, и внешних силовых воздействий

Рассмотрим важный вопрос определения обобщенных гидро-аэростатических/динамических сил .

**Методика оценки функциональных зависимостей сил**  и  **в первом приближении**

Представим полные силы и моменты за счет сплошной среды в виде суперпозиции соответствующих воздействий на спокойной воде  и вклада морского волнения :

(2)

Рассмотрим составляющие . Углы атаки и скольжения характеризуют ориентацию вектора линейной скорости  движения корабля относительно водной и воздушной сред. Однако для задания ориентации корабля относительно свободной поверхности раздела требуется еще три дополнительных величины: углы крена , дифферента и водоизмещение или любая величина, однозначно определяющаяся через  и указанные углы , . Таким образом, каждая из проекций зависит от девяти величин: .

Большое число аргументов этих зависимостей существенно усложняет анализ и моделирование движения с поверхностью раздела сред. Поэтому представляется целесообразным разработать такой подход оценивания указанных зависимостей, который бы адекватным и одновременно позволил существенно сократить время идентификации гидроаэродинамических параметров модели.

Покажем, что в первом приближении для определения зависимостей  достаточно провести численное гидроаэродинамическое моделирование для фиксированного водоизмещения .

Силы и моменты  всегда можно представить в виде суперпозиций соответствующих воздействий на подводную  и надводную  омываемые поверхности мини-корабля. Аэродинамическими воздействиями далее для простоты пренебрегаем.

Пусть  - значения векторов  при водоизмещении .

Как известно [5-8], гидроаэродинамические воздействия при фиксированной скорости пропорциональны площади смоченной поверхности и соответствующим гидроаэродинамическим коэффициентам, учитывающим, прежде всего, форму этой поверхности. Если пренебречь изменением формы погруженной части мини-корабля при варьировании водоизмещения, но фиксированных углах крена и дифферента , то можно приближенно считать, что векторы  пропорциональны векторам  и функции отношения площадей  смоченных поверхностей для данного водоизмещения  и эталонного :

, (3)

где

, (4)

 - площадь смоченной поверхности при углах крена , дифферента  и водоизмещении ,  - площадь смоченной поверхности при эталонном водоизмещении  и тех же углах . Пусть  - расстояние от начала координат связанной системы до точки пересечения M оси OY со свободной поверхностью (рис.2). Величина  вместе с углами  полностью определяет ориентацию подводной части корабля относительно свободной поверхности, поэтому и в зависимости (3) вместоможет быть использован аргумент .

Гидростатические воздействия рассчитываются по стандартным формулам, включающим функциональные зависимости координат точки приложения силы Архимедаи объема подводной части аппарата  от [4-7].

Особенность предлагаемого подхода к определению гидродинамических воздействий заключается в том, чтобы получить воздействие на подводную  часть аппарата для фиксированного водоизмещения , а затем по приближенной формуле (3) оценить соответствующие воздействия для других .

Это приближение является весьма точным, если изменение водоизмещения корабля в процессе движения будет слабым, так как последнее не способно привести к сильному изменению формы его подводной части при одних и тех же углах крена и дифферента. Для больших скоростей эта методика позволяет лишь приближенно оценить воздействия сплошной среды.

Составляющие за счет морского волнения  могут быть оценены по эмпирическим данным, приведенным, например, в [9]. Для их проекций на оси связанной с катером системы координат после пересчета из скоростной системы были получены следующие аппроксимационные формулы:

где а входящие в эти выражения функции от углов курса волн , дифферента и крена корабля имеют вид:

, *=* 4.835e-007 - 4.63e-005 - 0.01871 + 2.609,*,*

,

*.*

В этих выражениях V – скорость корабля (меняется в диапазоне от 0 до 20 м/с), L – длина корабля, – его ширина по нормальной ватерлинии, –амплитуда волны, , – угол курса волн (в градусах): этот угол равен нулю, когда набегание волн встречное, положителен - когда волны набегают на левый борт, и равен 180 градусам, когда набегание волны - в сторону кормы; - угол дифферента, - угол крена (даны в градусах). Формулы (12) достаточно точны вплоть до амплитуд волн .

**Оценка массо-инерционных и демпфирующих параметров корабля.**

Выберем для моделирования надводный мини-катер (см. его трехмерную модель и связанную систему координат на рис.1) с параметрами погруженной при нормальном водоизмещении части: максимальные длина - ; ширина - ; глубина погружения - ,и следующими значениями массо-инерционных характеристик:

Ниже будем приближенно считать присоединенные массы и коэффициенты демпфирования не зависящими от водоизмещения и рассчитывать их для значения . Для расчета компонентов тензора присоединенных масс  используем приближенные формулы (11.177) справочника [9]:

, , ,

, (12)

где  - объем погруженной части,  - площадь погруженной части диаметральной плоскости корабля,  - площадь ватерлинии. Формулы (12) описывают боковой спуск судна, поведение при шквале и т.п. Для определения компонент  используем приближенные формулы [9], полученные Блохом Э.Л. для полупогруженного эллипсоида вращения для случая, когда круговое миделево сечение эллипсоида перпендикулярно свободной поверхности:

 (13)

где безразмерные коэффициенты  считаем совпадающими с коэффициентами . Расчет по формулам (12), (13) для нашего случая дает следующие значения ненулевых элементов тензора :

Демпфирующий момент относительно плоскости мидельшпангоута может быть приближенно рассчитан по формуле (2.160) из [9]:

где максимальные длина, ширина, площадь диаметральной плоскости и коэффициент полноты подводной части для заданного нормального уровня ватерлинии.

Демпфирующий момент относительно диаметральной плоскости может быть приближенно рассчитан по аппроксимационным эмпирическим формулам (3.22) –(3.25) в [9], полученным Шмуруном А.Н.:

где

,

,

, , , ; - амплитуда качки, рад; - собственный период бортовой качки; и – вертикальные координаты центра тяжести и центра величины подводной части при нулевом угле крена; - – коэффициент общей полноты; – суммарная площадь скуловых килей, площадь основной части плоскости при нормальном водоизмещении, ограничиваемой ватерлинией; – метацентрический радиус при малых углах крена, – уравнение профиля нормальной ватерлинии в зависимости от продольной координаты (), – скорость хода судна.

Ниже при расчетах считаем влияние демпфирующих моментов в зависимостях аддитивным [3,5-7].

**Расчет статических и динамических воздействий сплошной среды.**

Вначале морское волнение не учитываем.. Расчет гидростатических силы и момента сводится к нахождению временных функциональных зависимостей центров давления подводной части  и её объема определяем зависимости путем построения в SolidWorks соответствующих сечений и последующего измерения объемов, площадей омываемых поверхностей подводных частей и положения их центров тяжести в связанной с катером системе координат (см. рис. 3). При этом учитываем, что центр гидростатического давления есть геометрический центр подводной части [8].

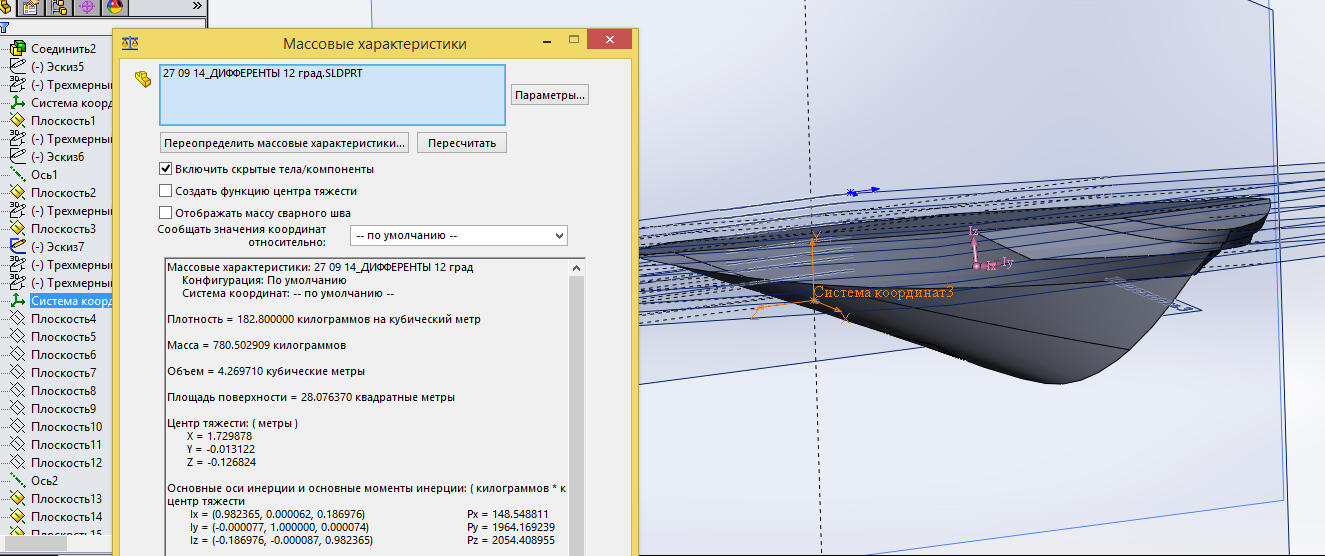
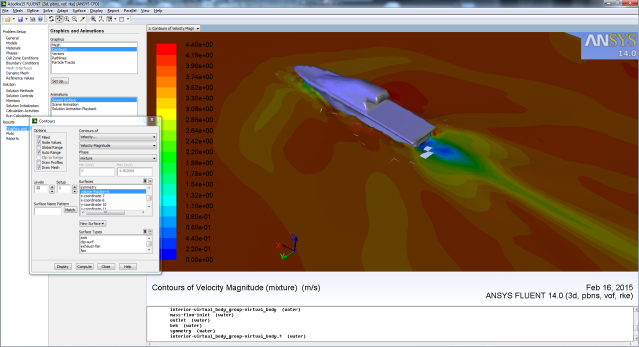
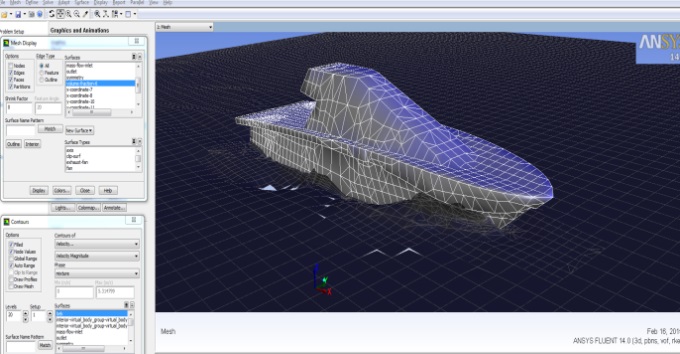


Рис. 3 - Построение подводной части корабля при дифференте на корму 12 град и определение центра давления

Будем далее считать углы  крена настолько малыми, чтобы обоснованно пренебречь зависимостью них подводного объема, омываемой площади и центра давления.

Для определения динамических воздействий и  было проведено *СFD* –моделирование с помощью программных продуктов AnsysFluent и FineHexa. Результаты моделирования с помощью этих комплексов, хорошо коррелирующие друг с другом, усреднялись. На рис.4а показана сетка в некоторый момент времени; на рис.4 б приведено распределение амплитуды скоростного поля в пределах возмущенной границы раздела.



а) сетка расчетной области б) распределение амплитуды

в окрестности корабля скоростного поля по возмущенной

границе раздела

Рис.4 – Визуализация сеточной структуры и характерного распределения скорости по границе раздела, поверхности корабля и его окрестности.

Функциональные зависимости для проекций  и  были получены путем аппроксимации данных виртуальной обдувки для различных углов дифферента и крена при фиксированном водоизмещении  и учета формул (3),(4), (14)-(16). Приведем соответствующие формулы для

где , – углы дифферента и крена, - углы атаки и скольжения (все углы измеряются в градусах), V – скорость в м/c. Для определения функции входящей в (17)-(22), необходимо в приближении малых углов крена знать три функциональных зависимости: а) погруженных площади и объема от угла дифферента и параметра ; б) параметра от угла при фиксированном водоизмещении , соответствующем рассмотренному случаю. Также по ранее использованной методике с помощью пакетов *Matlab* и *SolidWorks*, оцениваются зависимости ***S\_glub(psi, x) и d\_OM(psi)***.

Для получения проекций полных гидроаэродинамических силы и момента необходимо к правым частям (17)-(22) прибавить соответствующие проекции, вызванные морским волнением (5)-(10).

**Моделирование движения корабля для малых углов крена при управлении позиционно-траекторным регулятором и наличии морского волнения.**

Используя полную математическую модель динамики (1),промоделируем движение корабля по прямой линии, задаваемой двумя уравнениями Hg=-0,46м и zg=0м при наличии управления позиционно-траекторным регулятором (ПТР). Целесообразность использования данного типа регулятора для автономного управления подводных и надводных аппаратов была обоснована теоретически [1,10,11], а в случае надводного мини-корабля, - практически путем создания соответствующего прототипа [12]. На основе ПТР определим соответствующие потребные силы и моменты. Целевые значения внешних координат и путевая скорость равны: ,,, а процесс их сходимости представлен на рис.5 а. По представленным на рис.5 б графикам временных зависимостей видно, что значащими не нулевыми являются только . Вектор силы образует угол со свободной поверхностью, что близко к целевому углу дифферента .

****

а)функции изменения внешних координат

****

б) распределение потребных управляющих сил и моментов

Рис.5 – Моделирование движения по прямой линии с управлением ПТР без морского волнения

Исследуем влияние морского волнения на величину целевых управляющих сил и моментов, вырабатываемых регулятором и необходимых для осуществления движения с заданными параметрами. На рисунке 6 представлены распределения потребных управляющих сил и моментов для двух случаев морского волнения: и .

****

а)



б)

Рис.6 – Распределение потребных управляющих сил и моментов при движении по прямой с управлением ПТР и морским волнением с при (а) и (б).

Из сопоставления графиков, приведенных на рисунках 5 и 6а, видно, что при встречном волнении модуль управляющей силы увеличивается – в основном за счет увеличения проекции управляющей силы по оси OY: без волнения она равна по модулю 1500 Н, а с встречным волнением – 4500 Н. Проекция по оси OX возрастает при этом незначительно – примерно на 150 Н. Проекция момента силы управления возрастает на начальном участке движения примерно на 20%.

Из сравнения рисунков 6 а,б следует, что при косом движении волн с углом скольжения появляется значительная потребная управляющая сила (1800 Н) по оси OZ и для поддержания устойчивости по крену возникает момент вращения по оси OX величины 750 Н\*м.

**Выводы**

В рамках полносвязной математической модели движения твердого тела рассмотрены особенности кинематики и динамики надводного мини-корабля «Нептун». Это позволило получить методику расчета в первом приближении гидродинамических/статических сил и моментов, значительно ускоряющую процесс идентификации соответствующих функциональных зависимостей математической модели. Для проверки использованных представлений в отношении конкретного типа мини-корабля определены аналитические функциональные зависимости статических и динамических воздействий сплошной среды от внешних координат и скоростей движения.

Проведено моделирование позиционно-траекторного управления движением мини-корабля при наличии морского волнения. Полученные результаты вполне соответствуют качественным физическим представлениям, лежащим в основе динамики надводного корабля.

**Благодарности**

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00249-а и НИР №114041540005 по государственному заданию ВУЗам и научным организациям в сфере научной деятельности.

**Литература**

1. Пшихопов В. Х. Позиционно–траекторное управление подвижными объектами. – Таганрог: Изд-во: ТТИ ЮФУ, 2009. С.14-18.
2. Пшихопов В.Х. , Федотов А.А. , Медведев М.Ю., Медведева Т.Н., Гуренко Б.В. Позиционно-траекторная система прямого адаптивного управления морскими подвижными объектами // Инженерный вестник Дона, 2014, №3 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2496.
3. Бюшгенс Г. С., Студнев Р.В. Динамика полета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. С.15-17.
4. В.Х. Пшихопов, Б.В. Гуренко Разработка и исследование математической модели автономного надводного мини-корабля «Нептун» // Инженерный вестник Дона, 2013, №4 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1918.
5. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика полета. Динамика продольного и бокового движения – М.: Машиностроение, 1979. С.29-31.
6. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика баллистических ракет подводных лодок. Монография – ФГУП «ГРЦ «КБ им. акад. В.П. Макеева», Миасс, 2004. С.92.
7. Краснов Н.Ф. Аэродинамика в 2-х ч., ч.1. М: “Высшая школа”, 1976, С.33-34.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва-Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы. 1950, С.502.
9. Справочник по теории корабля, в 3-х томах, т.2, 1968. С.297-298.
10. Pshikhopov, V.Kh., Medvedev, M.Yu., Gaiduk, A.R., Gurenko, B.V., Control system design for autonomous underwater vehicle, 2013, Proceedings - 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, pp. 77-82, doi:10.1109/LARS.2013.61.
11. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Y., and Gurenko B. V. Homing and Docking Autopilot Design for Autonomous Underwater Vehicle // Applied Mechanics and Materials Vols. 490-491 (2014). Pp. 700-707. Trans Tech Publications, Switzerland. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.490-491.700.
12. Гуренко Б.В. Федоренко Р.В., Назаркин А.А. Система управления автономного надводного мини-корабля. «Современные проблемы науки и образования», 2014. **URL: science-education.ru/119-r14511.**

**References**

1. Pshihopov V. H.Pozicionno–traektornoe upravlenie podvizhnymi ob#ektami [Position-trajectory of mobile units].Taganrog: Izd-vo: TTI JuFU, 2009. pp.14-18.

2. Pshihopov V.H., Fedotov A.A. , Medvedev M.Ju., Medvedeva T.N., Gurenko B.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №3 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2496.

3. Bjushgens G. S., Studnev R.V. Dinamika poleta. Prostranstvennoe dvizhenie [Flight Dynamics. Spatial movement]. M.: Mashinostroenie, 1983. PP.15-17.

4. V.H. Pshihopov, B.V. Gurenko Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №4 URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1918.

5. Bjushgens G. S., Studnev R. V. Ajerodinamika poleta. Dinamika prodol'nogo i bokovogo dvizhenija [The aerodynamics of flight. Dynamics of the longitudinal and lateral movement]. M.: Mashinostroenie, 1979.PP.29-31.

6. Degtjar' V. G., Pegov V. I. Gidrodinamikaballisticheskihraketpodvodnyhlodok. Monografija [Hydrodynamics of ballistic missile submarines. Monograph]. FGUP «GRC «KB im. akad. V.P. Makeeva», Miass, 2004. P.92.

7. Krasnov N.F. Ajerodinamika v 2-h ch., ch.1 [Aerodynamics in 2 parts. Part 1]. M: “Vysshajashkola”, 1976. PP.33-34.

8. Lojcjanskij L.G. Mehanikazhidkosti i gaza [Fluid Mechanics]. Moskva-Leningrad: Gosudarstvennoeizdatel'stvotehniko-teoreticheskojliteratury. 1950. P.502.

9. Spravochnikpoteoriikorablja, v 3-h tomah [Handbook of theory of the ship, in 3 volumes. Vol 2] 1968. PP.297-298.

10. Pshikhopov, V.Kh., Medvedev, M.Yu., Gaiduk, A.R., Gurenko, B.V., Control system design for autonomous underwater vehicle, 2013, Proceedings - 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, pp. 77-82, doi:10.1109/LARS.2013.61.

11. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Y., and Gurenko B. V. Homing and Docking Autopilot Design for Autonomous Underwater Vehicle. Applied Mechanics and Materials Vols. 490-491 (2014). Pp. 700-707. Trans Tech Publications, Switzerland. doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.490-491.700.

12. Gurenko B.V. Fedorenko R.V., Nazarkin A.A. The control system of autonomous freeboard mini ship. «Sovremennyeproblemynauki i obrazovanija», 2014.**URL: science-education.ru/119-r14511.**