

Модель системы трёхуровневого обеспечения информационного взаимодействия в АСУ¹

Одной из проблем, возникающих при автоматизации управления, является возникновение стохастических задержек обслуживания, связанных с конкуренцией процессов информационного обслуживания за ресурсы системы. Для поиска путей разрешения этой проблемы можно воспользоваться концептуальным представлением об АСУ как трёхуровневой системе, построенной на принципе «информационного обеспечения».

Анализе АСУ по способу обеспечения процессов управления позволяет выделить три иерархических уровня: **обеспечивающий** (включающий формирование и передачу данных) – **информационный** – **управление**. В общем виде трёхуровневая иерархическая модель информационного обеспечения управления в АСУ представлена на рис. 1. Введем обозначения уровней модели: система управления – n_0 ; информационная система – $n_{1.1}$; обеспечивающая подсистема – $n_{2.1}$; подсистема передачи данных – $n_{2.2}$; подсистема формирования данных – $n_{2.2.1}$.

Целью работы является построение математической модели, характеризующей зависимость эффективности системы управления от управляющих параметров, используемых на низшем уровне информационного обеспечения – формирования и передачи данных. Результат может быть использован как постановка задачи оптимизации для управления эффективностью АСУ за счет управления низкоуровневыми процессами обеспечения.

¹ Работа выполнена за счет средств федерального бюджета Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания на выполнение научно-исследовательской работы «Оптимизация информационного взаимодействия в АСУП», регистрационный номер 710442011.

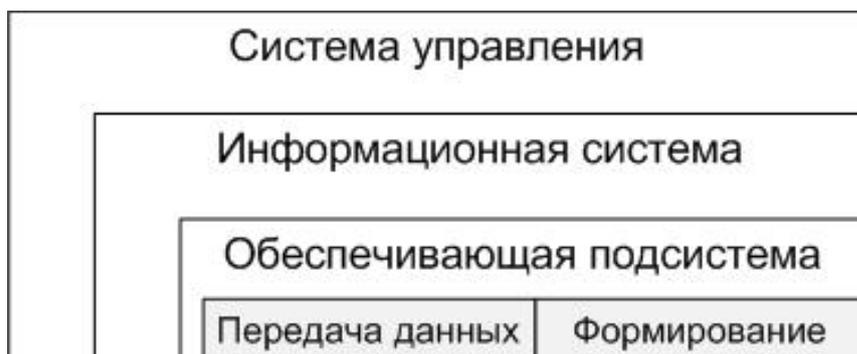


Рис. 1. Иерархическая модель информационного обеспечения АСУ

Для каждого i -го уровня информационного обеспечения установим в качестве обобщенного критерия параметр Q_i , отражающий значение целевой функции. Для верхнего уровня Q_0 будет характеризовать эффективность управления, для информационного Q_{-1} — эффективность информационного обмена, для обеспечивающего Q_{-2} — качество обеспечивающей поддержки. Обозначим вектор показателей для каждого i -го уровня как $A_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, a_{i,3}, \dots, a_{i,n})$, где $a_{i,j} | j = \overline{1, n}$ — ненормированное значение показателя, n — количество частных критериев. Выразим обобщенный показатель Q_i ненормированных значений вектора A_i как функцию свертки (ФС)

$$Q_i = F_i(a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}), \quad (1)$$

где

$$F_i(A_i) \rightarrow \max(\min) \quad (2)$$

выступает как целевая функция соответствующего уровня.

Введем нормирующую функцию F_n вектора показателей выраженную как $F_n(A) = (f_{n,1}(a_1), f_{n,1}(a_2), \dots, f_{n,m}(a_m))$; $m = |A|$, где f_n — нормирующая функция показателя. Функция свертки, выраженная через нормированные значения показателей, выглядит как $F_i(A_i) = f(F_{n,i}(A_i))$, где $F_{n,i}$ — нормирующая функция i -го уровня системы.

Установим, что для каждого уровня будет использоваться нормирующая функция одного вида, учитывающая его предпочтительное направление

изменений, обозначаемое как $d(F_i)$ для целевой функции и $d(a_i)$ для показателя. Для получения нормированных значений α показателей используем нормирующую функцию

$$\alpha_{i,j} = f_{n,j}(a_{i,l}, b_{i,l}, a'_{i,l}, a''_{i,l}, d(F_i), d(a_{i,l})); \quad l \in 1, \left\lceil \bigcup_{k=1}^n A_k \right\rceil, \quad (3)$$

где b – целевое значение, a' и a'' - нижнее и верхнее значения показателя соответственно.

Основываясь на том, что подсистемы формирования и передачи данных представляют собой приоритетные СМО, использующие интегрированные разработчиками дисциплины обслуживания, определим в качестве управляющих параметров приоритет информационного объекта, характеризующий содержательную важность блока данных для состояния АСУ, и приоритет субъекта, определяющий установленный ранг субъекта в иерархии управления.

Задача оптимизации формулируется как задача нахождения экстремума целевой функции системы Q_i , представленной как функция свертки F_c от вектора управляемых параметров обеспечивающего уровня:

$$\begin{cases} Q_i \rightarrow \max, & Q_i = F_{c,i}(A'_i), & A'_i = F_{n,i}(A_i); \\ A_{-2} = \tilde{f}(X), & X = (p, q), & i \in \overline{[-2, 0]} \end{cases}, \quad (4)$$

где X – вектор управляемых параметров, \tilde{f} - функция зависимости вектора показателей обеспечивающего уровня от вектора управляемых параметров, p – приоритет иницирующего субъекта, q – приоритет информационного объекта. Для реального управления информационного обеспечения в АСУ необходимо управлять последовательно как формированием данных на источнике, так и их последующей передачей в инфраструктуре. Имея два вида приоритетов, характеризующих субъекты и содержание информационных объектов, можно построить сложную систему диспетчеризации, обеспечивающую как отдельно приоритетное управление процессами в операционной системе источника и очередями в сетях передачи данных, так и интегрирован-

ное управление, использующее оба приоритета на всех этапах информационного обеспечения. В силу своей глобальности задача требует декомпозиции на раздельное управление источником и сетью с раздельным использованием приоритетов объектов и субъектов соответственно.

Установим, что для управления процессами формирования будет использоваться приоритет q , а для управления передачей данных – параметр p . Введем в вектор A_{-2} параметр, характеризующий формирование данных как $a_{-2,1} = f_q(q)$ и передачу данных как $a_{-2,2} = f_p(p)$, где f_q и f_p – функции, выражающие зависимость параметров формирования и передачи соответственно от управляющих приоритетов.

Основываясь на каскадном характере модели, мы имеем возможность ввести обобщающий показатель каждого из предыдущих уровней в вектор показателей более высокого уровня, в результате структуру системы управления можно описать следующим образом

$$\begin{cases} a_{0,1} = Q_{-1}, & a_{-1,1} = Q_{-2}, & a_{-2,1} = f_q(q), & a_{-2,2} = f_p(p), \\ A_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}); & n = |A_i|, & i \in \{0, -1\}; \\ A_{-2} = (a_{-2,1}, a_{-2,2}, \dots, a_{-2,m}); & m = |A_{-2}|. \end{cases} \quad (5)$$

Из структуры (5) следует, что вид интегрального критерия F_c зависит от видов функций свертки, выбранных для каждого уровня передачи. На практике применяются следующие виды функций свертки для решения задач многокритериального поиска [1-3]:

1. Аддитивная, с использованием которой обобщающий критерий Q_i и максимизируемая целевая функция F_i для постановки (4) будут выглядеть как

$$Q_i = \sum_{j=1}^n w_{i,j} \alpha_{i,j}; \quad F_{t,i}(X) = \sum_{j=1}^n w_{i,j} \alpha_{i,j}(X) \rightarrow \max; \quad n = |A_i|, \quad (6)$$

где w – весовой коэффициент показателя, α – значение нормированного или приведенного показателя, полученного делением на нормирующий критерий.

2. Мультипликативная, соответственно выраженная как

$$Q_i = \prod_{j=1}^n w_{i,j} \alpha_{i,j}; \quad F_{t,i}(X) = \prod_{j=1}^n w_{i,j} \alpha_{i,j}(X) \rightarrow \max; \quad n = |A_i|. \quad (7)$$

3. Максиминный (минимаксный) критерий, выражаемый как

$$w_{i,j} \alpha_{i,j}(X) = K; \quad j = |A_i|. \quad (8)$$

Весовые коэффициенты здесь и далее нормируются так, что $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Максиминный критерий, основанный на равномерном отборе показателей, не представляет большого интереса для построения обобщающей функции, поскольку в отличие от первых двух не предоставляет очевидной аналитической зависимости обобщающего критерия от управляющих показателей. Вместо него список можно дополнить функцией свертки на основе взвешенного степенного среднего (ВСС) [4]:

$$Q_i = M_r(w, A_i) = \left(\sum_{j=1}^m w_{i,j} \alpha_{i,j}^r \right)^{1/r}; \quad (9)$$

$$F_{t,i}(X) = \left(\sum_{j=1}^m w_{i,j} \alpha_{i,j}^r(X) \right)^{1/r} \rightarrow \max; \quad j = |A_i|$$

где $M_r(w, A_i)$ – однородное среднее, r – параметр выпуклости графиков координат эквивалентных кортежей.

Допустим использование однотипной функции свертки для каждого из уровней. Рассмотрим последовательно все три вида сверток и способы построения обобщающей функции на их основе.

Для функции, построенной на основе **аддитивных сверток**, обобщенный показатель 0-го уровня выражается как

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{n'_0} (\alpha_{0,i} w_{0,i}); \quad \sum_{i=1}^{n'_0} w_{0,i} = 1; \quad n'_0 = |A_0|, \quad (10)$$

где $\alpha_{0,i}$ – неотрицательное вещественное значение i -го нормированного частного показателя эффективности, $w_{0,i}$ – весовой коэффициент, характеризующий влияние показателя на целевую функцию (ЦФ) системы, n'_0 – количество учитываемых показателей вектора 0-го уровня. Примем, что эффек-

тивность информационного подуровня влияет на состояние системы управления. Выразим один из частных показателей 0-го уровня как обобщенный показатель предыдущего подуровня (информационного обеспечения), допустим как $\alpha_{0,1} = Q_{-1}$. Учитывая, что обобщенный показатель i -го подуровня согласно (10) выражен нормированными частными показателями, можно не применять дополнительных функций нормирования для данного выражения. Тогда уравнение (10) преобразуется к следующему виду

$$Q_0 = \alpha_{0,1} w_{0,1} + \sum_{i=2}^{n'_0} \alpha_{0,i} w_{0,i} . \quad (11)$$

Уравнение (11) характеризует влияние показателя эффективности информационной системы на систему управления.

Аналогичным образом выразим нормированный частный показатель подуровня информационного обеспечения как $\alpha_{-1,1} = Q_{-2}$. Продолжаем декомпозицию интегрального критерия Q_{-1} до уровня $l=-2$, сохраняя неизменными вид функции свертки и иерархию показателей. В результате подстановок и последовательных преобразований получаем систему уравнений

$$\begin{cases} Q_{-1} = \alpha_{-1,1} w_{-1,1} + \sum_{i=2}^{n'_{-1}} (\alpha_{-1,i} w_{-1,i}) , & \alpha_{-1,1} = Q_{-2} ; \\ Q_{-2} = \alpha_{-2,1} w_{-2,1} + \alpha_{-2,1} w_{-2,2} + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} (\alpha_{-2,i} w_{-2,j}) . \end{cases} \quad (12)$$

Параметры $\alpha_{-2,1}$ и $\alpha_{-2,2}$ являются нормированными показателями эффективности процессов формирования и передачи данных соответственно. Каждый из них может быть выражен как функция от некоего управляющего параметра, в совокупности составляющего вектор X . Последовательное расположение процессов формирования и передачи обуславливает независимость управляющих параметров друг от друга.

В современных системах, используемых в качестве источников данных, управляющим компонентом выступает базовая операционная система, реализованная на процессной концепции, основанной на системе приоритетов. По-

этому управляющим параметром для формирования данных в приоритетной СМО источника выступает приоритет задачи, который можно сопоставить с приоритетом информационного объекта – q .

В сетях передачи данных, построенных на приоритетном обслуживании очередей запросов, управляющим параметром является ранг запроса, сопоставимый с рангом – p субъекта информационного взаимодействия, установленным в иерархии АСУ. В результате вектор управляющих параметров можно представить как $X=(q, p)$, а зависящие от них показатели обеспечивающего уровня как

$$\alpha_{-2.1} = f_q(q); \quad \alpha_{-2.2} = f_p(p), \quad (13)$$

где f_q и f_p функции, выражающие зависимость нормированных показателей от соответствующих приоритетов.

Выполняем подстановку (11-13), в итоге получаем агрегирующее уравнение вида

$$Q_0 = w_{0.1} \left[w_{-1.1} \left(\alpha_{-2.1} w_{-2.1} + \alpha_{-2.2} w_{-2.2} + \sum_{i=3}^{n'_2} \alpha_{-2.i} w_{-2.i} \right) + \sum_{j=2}^{n'_1} \alpha_{-1.j} w_{-1.j} \right] + \sum_{l=2}^{n'_0} \alpha_{0.l} w_{0.l}; \quad n'_2 = |A_{-2}|; \quad n'_1 = |A_{-1}|; \quad n'_0 = |A_0| \quad (14)$$

Выделение показателей $\alpha_{-2.1}, \alpha_{-2.2}$ имеет целью приведение обобщенного показателя эффективности системы управления к линейной функции

$$Q_0 = c_1 \alpha_{-2.1} + c_2 \alpha_{-2.2} + B, \quad (15)$$

в которой

$$c_1 = w_{0.1} w_{-1.1} w_{-2.1}; \quad c_2 = w_{0.1} w_{-1.1} w_{-2.2}; \\ B = w_{0.1} w_{-1.1} \sum_{i=3}^{n'_2} \alpha_{-2.i} w_{-2.i} + w_{0.1} \sum_{j=2}^{n'_1} \alpha_{-1.j} w_{-1.j} + \sum_{l=2}^{n'_0} \alpha_{0.l} w_{0.l}, \quad (16)$$

где B обобщает как постоянную величину показатели и весовые коэффициенты линейной свертки (16) не испытывающие влияния параметров передачи данных и формирования данных.

Введем управляющий вектор обеспечивающего уровня $X = (q, p)$, тогда уравнение (15) примет вид

$$Q_0 = c_1 f_q(q) + c_2 f_p(p) + B. \quad (17)$$

Обозначим функцию (17) в общем виде как F_X , тогда уравнение (17) можно преобразовать к виду,

$$Q_0 = F_X(q, p). \quad (18)$$

Выражение (3) можно рассматривать как обобщающую функцию обеспечивающей системы. Задачу, решаемую моделью трёхуровневой обеспечивающей системы, можно рассматривать как оптимизационную

$$\bar{f}(Q_0) \rightarrow \max; \quad q \in [q_{\min}, q_{\max}]; \quad p \in [p_{\min}, p_{\max}], \quad (19)$$

т. е. состоящую в подборе для каждой информационной процедуры таких приоритетов объекта и субъекта взаимодействия, при использовании которых эффективность системы, использующей управляемую АСУ, будет максимальной при заданных ограничениях управляющих параметров, обусловленных используемыми техническими решениями.

Обобщающая функция трёхуровневой обеспечивающей модели в случае применения **мультипликативной функции свертки**, примет вид

$$Q_0 = \alpha_{-2,1} \alpha_{-2,2} B = f_q(q) f_p(p) B, \quad (20)$$

где B обобщает все перемножаемые весовые коэффициенты и показатели, не зависящие от формирования и передачи данных, как

$$B = w_{0,1} w_{-1,1} w_{-2,1} w_{-2,2} \prod_{i=3}^{n'_{-2}} \alpha_{-2,j} w_{-2,i} \prod_{j=2}^{n'_{-1}} \alpha_{-1,j} w_{-1,j} \prod_{l=2}^{n'_0} \alpha_0 w_{0,l}. \quad (21)$$

С использованием функции свертки на основе **взвешенного степенного среднего** (9) обобщающую функцию для обеспечивающего уровня можно записать следующим образом:

$$Q_{-2} = M_{-2,r_{-2}}(w, f_{n-2}(A_{-2})) = \left(w_{-2,1} \alpha_{-2,1}^{r_{-2}} + w_{-2,2} \alpha_{-2,2}^{r_{-2}} + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} w_{-2,i} \alpha_{-2,i}^{r_{-2}} \right)^{\frac{1}{r_{-2}}}. \quad (22)$$

Для информационного уровня с учетом того, что показатель

$\alpha_{-1,1} = Q_{-2}$, обобщающую функцию можно выразить как

$$Q_{-1} = \left(\sum_{j=1}^{n'_{-1}} w_{-1,i} \alpha_{-1,i}^{r_{-1}} \right)^{r_{-1}^{-1}} = \left(w_{-1,1} Q_{-2}^{r_{-1}} + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} w_{-1,j} \alpha_{-1,j}^{r_{-1}} \right)^{r_{-1}^{-1}} =$$

$$= \left(w_{-1,1} \left(w_{-2,1} \alpha_{-2,1}^{r_{-2}} + w_{-2,2} \alpha_{-2,2}^{r_{-2}} + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} w_{-2,i} \alpha_{-2,i}^{r_{-2}} \right)^{\frac{r_{-1}}{r_{-2}}} + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} w_{-1,j} \alpha_{-1,j}^{r_{-1}} \right)^{\frac{1}{r_{-1}}}. \quad (23)$$

Опубликованные исследования свойств ВСС показывают, что варьирование параметра выпуклости позволят получить непрерывную гамму *max*-ЦФ, включающую максимин, мультипликативную и линейную формы [4]. Поскольку ранее было принято решение об однообразии функции свертки для всех уровней модели, примем, что $r_0 = r_{-1} = r_{-2}$. В этом случае уравнение (23) преобразуется к виду:

$$Q_{-1} = \left(w_{-1,1} w_{-2,1} \alpha_{-2,1}^r + w_{-1,1} w_{-2,2} \alpha_{-2,2}^r + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} w_{-2,i} \alpha_{-2,i}^r + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} w_{-1,j} \alpha_{-1,j}^r \right)^{\frac{1}{r}}. \quad (24)$$

Для 0-го уровня с учетом $\alpha_{0,1} = Q_{-1}$ уравнение свертки примет вид:

$$Q_0 = \left(w_{0,1} \alpha_{0,1}^r + \sum_{l=2}^{n'_0} w_{0,l} \alpha_{0,l}^r \right)^{\frac{1}{r}} =$$

$$\left(w_{0,1} \left(w_{-1,1} w_{-2,1} \alpha_{-2,1}^r + w_{-1,1} w_{-2,2} \alpha_{-2,2}^r + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} w_{-2,i} \alpha_{-2,i}^r + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} w_{-1,j} \alpha_{-1,j}^r \right)^{\frac{r}{r}} + \sum_{l=2}^{n'_0} w_{0,l} \alpha_{0,l}^r \right)^{\frac{1}{r}} =$$

$$\left(w_{0,1} w_{-1,1} w_{-2,1} \alpha_{-2,1}^r + w_{0,1} w_{-1,1} w_{-2,2} \alpha_{-2,2}^r + w_{0,1} \left(\sum_{i=3}^{n'_{-2}} w_{-2,i} \alpha_{-2,i}^r + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} w_{-1,j} \alpha_{-1,j}^r \right) + \sum_{l=2}^{n'_0} w_{0,l} \alpha_{0,l}^r \right)^{\frac{1}{r}}. \quad (25)$$

Установим, что экспертные оценки весов показателей для всех трёх уровней обеспечения остаются неизменными в течение всего периода наблюдений, тогда с введением вектора управляющих параметров X , уравнение (25) обобщается к виду:

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= (c_1 f_q^r(q) + c_2 f_p^r(p) + B)^{\frac{1}{r}}; \\
 c_1 &= w_{0.1} w_{-1.1} w_{-2.1}, \quad c_2 = w_{0.1} w_{-1.1} w_{-2.2}; \\
 B &= w_{0.1} \left(\sum_{i=3}^{n'_2} w_{-2.i} \alpha_{-2.i}^r + \sum_{j=2}^{n'_1} w_{-1.j} \alpha_{-1.j}^r \right) + \sum_{l=2}^{n'_0} w_{0.l} \alpha_{0.l}^r
 \end{aligned} \quad (26)$$

Уравнения (17, 20, 26) можно рассматривать как уравнения построенной на основе свертки векторов показателей обобщающей функции трёхуровневой системы информационного обеспечения, соответственно использующей линейную, мультипликативную модели и ВСС, для построения целевой функции уровней.

Принятый как частный критерий сетевой подсистемы показатель $\alpha_{-2.2}$ (12) в большинстве систем может характеризовать работу любого из подуровней обеспечивающего уровня n_{-2} . Например, можно проводить анализ влияния подуровня $n_{-2.2}$, соответствующего каналному уровню модели OSI, обозначим его как L2-OSI, на ЦФ системы. Влияние этого подуровня (в существующих технических решениях часто объединенного с подуровнем $n_{-2.1}$ – L2-OSI, например для протоколов Ethernet) распространяется на все вышележащие уровни модели в силу каскадной инкапсуляции данных L3-L7 OSI и влияния, оказываемого на функцию (1).

На практике в большинстве случаев влияние критериев подуровня передачи данных распространяется на вышележащий информационный уровень и не ограничивается уровнем L2-OSI. Продолжительность обслуживания на канальном уровне, зависящая от множественности обращений клиентов к источнику данных по широковещательной сети, влияет на сетевую инфраструктуру, в которой возрастает продолжительность обеспечения, возрастает продолжительность обслуживания сетевого уровня, обусловленная заня-

тостью активных сетевых устройств, а далее увеличение продолжительности процессов транспортного и вышележащих уровней, обусловленные занятостью вычислительных ресурсов и приложений и т. п. В том числе, для источников данных целесообразно рассматривать в первую очередь состояние многозадачности процессов формирования данных источником, поскольку являясь донором информационных потоков, он начинает их формирование с уровня L7-OSI, и лишь затем, по мере формирования сетевого трафика, подключает все остальные уровни сетевого взаимодействия, преодолевая все соответствующие очереди.

Учитывая последовательность процессов OSI, целесообразно рассматривать обобщенный показатель Q_0 как функцию свертки для всех показателей, влияющих на качество работы уровня n_{-2} . В связи с этим, функция свертки (11), примененная для уровня n_{-2} , учитывающая только показатели передачи данных, будет выглядеть как

$$Q_{-2} = \sum_{i=1}^m (\alpha_{-2,i} w_{-2,i}) + \sum_{i=m}^{n'_{-2}} (\alpha_{-2,i} w_{-2,i}), \quad (27)$$

где m – количество показателей, влияющих на результирующее значение Q_{-2} , а агрегирующее уравнение (14) преобразуется к виду:

$$Q_0 = w_{0,1} \left[w_{-1,1} \left(\sum_{c=1}^m \alpha_{-2,1,c} w_{-2,1,c} + \alpha_{-2,2} w_{-2,2} + \sum_{i=3}^{n'_{-2}} \alpha_{-2,i} w_{-2,i} \right) + \sum_{j=2}^{n'_{-1}} \alpha_{-1,j} w_{-1,j} \right] + \sum_{l=2}^{n'_0} \alpha_{0,l} w_{0,l}; \quad n'_{-2} = |A_{-2}|; \quad n'_{-1} = |A_{-1}|; \quad n'_0 = |A_0| \quad (28)$$

Свертка (28) отличается от функции (14) наличием множества независимых критериев, определяющих работу подуровня передачи данных. В таком виде эта функция может не иметь доминирующего решения в заданном диапазоне значений. Подобную декомпозицию процессов можно проводить для любого обеспечивающего процесса, включая процессы формирования информации на источнике. Однако можно определить разумное ограничение

на уровень декомпозиции, обусловленное тем соображением, что увеличение количества параметров анализа переводит задачу оптимизации в область многокритериального принятия решений, что, соответственно, снижает уровень её алгоритмизации и эффективность применения.

Поэтому в настоящем исследовании область поиска оптимального решения ограничена уровнем L2-OSI, как уровнем, имеющим четкую формализацию проблем и параметров, имеющим инструменты и методику управления с использованием существующих технических средств сетевых технологий. Соответственно игнорируются все подпроцессы транспорта данных между подсистемами формирования и передачи, участвующими в вычислительной системе в формировании исходящих информационных потоков. К таковым можно отнести, например, не отображаемые процессы операционных систем и СУБД, диспетчеризацию ввода-вывода, обслуживание буферов НИС и т. д. В действительности в данной постановке эти системы агрегируются в «макроподсистемы» формирования и передачи данных, соответственно объединяющие необходимые компоненты.

Полученная модель трёхуровневой системы информационного обеспечения может быть использована для разработки средств управления информационным взаимодействием в АСУ на основе оптимизации информационных процессов по выбранному критерию, например – задержке обслуживания.

Литература:

1. Ногин В. Д., Протоdjяконов И. О., Евлампиев И. И. Основы теории оптимизации: Учеб. пособие для студентов вузов / Под ред. И. О. Протоdjяконова, - М.: Высшая школа, 1986. 384 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. 208 с.
3. Дегтярёв Ю. И. Исследование операций: Учеб. для вузов по спец. АСУ. - М.: Высш. шк., 1986, С. 21.

4. Анкудинов И. Г. Автоматизация структурного синтеза и принятия решений в управлении и проектировании. СПб.: СПбПУ, 2008. 202 с.