

Исследование динамики волнового фронта фокусирующего излучателя ультразвука  
 А.М. Гаврилов, Г.М. Грачева  
 Технологический институт ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет» в г. Таганроге

В работе рассматривается подход к определению кривизны фронта в распространяющемся звуковом пучке [1 – 4], который дает количественную оценку происходящей эволюции волны. В общем случае, когда необходимо определить кривизну фронта волны в произвольной точке пространства, воспользуемся понятием кривизны линии [2]. Тогда кривизна фронта волны в пучке запишется

$$K(r, z) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial^2 \varphi_0(r, z)}{\partial r^2} \cdot \left\{ 1 + \left[ \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \varphi_0(r, z)}{\partial r} \right]^2 \right\}^{-3/2}, \quad (1)$$

где  $r, z$  – поперечная и осевая координаты;  $\varphi_0$  – пространственное «запаздывание» фазы дифрагирующей волны относительно плоской;  $k = \omega/c_0$ . Для эталонного случая в виде гауссового пучка [1, 3] кривизну можно записать:

$$\delta(r_n, z_n) = K(r_n, z_n) \cdot l_0 = -\frac{z_n + \delta_0 \cdot (1 + \delta_0 \cdot z_n)}{z_n^2 + (1 + \delta_0 \cdot z_n)^2} \left\{ 1 + \left[ \frac{2r_n \cdot z_n + \delta_0(1 + \delta_0 z_n)}{ka \cdot z_n^2 + (1 + \delta_0 z_n)^2} \right]^2 \right\}^{-3/2}. \quad (2)$$

Здесь  $\delta = l_0/R = l_0 K$  – безразмерная кривизна фронта;  $R$  – радиус кривизны фронта;  $r_n = r/a$  и  $z_n = z/l_0$  – нормированные координаты;  $a$  – радиус излучателя;  $l_0 = ka^2/2$  – длина области дифракции Френеля;  $\delta_0 = l_0/R_0$  – безразмерная кривизна рабочей поверхности излучателя;  $R_0$  – радиус рабочей поверхности излучателя.

Кривизна фронта в пучке с равномерным амплитудным распределением

$$\delta(r_n, z_n) = 0,5 \cdot [\varphi_0(r_n + \Delta r_n, z_n) - 2\varphi_0(r_n, z_n) + \varphi_0(r_n - \Delta r_n, z_n)] / (\Delta r_n)^2 \times \left\{ 1 + [(\varphi_0(r_n + \Delta r_n, z_n) - \varphi_0(r_n - \Delta r_n, z_n)) / 4\Delta r_n ka]^2 \right\}^{-3/2}, \quad \Delta r_n \ll 1. \quad (3)$$

Функции  $\varphi_0(r_n + \Delta r_n, z_n)$ ,  $\varphi_0(r_n, z_n)$ ,  $\varphi_0(r_n - \Delta r_n, z_n)$  находятся как аргумент комплексной амплитуды волны из решения параболического уравнения дифракции [4].

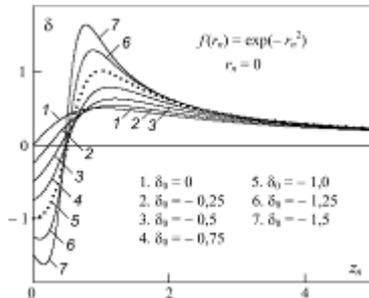


Рис. 1. Осевые распределения кривизны фронта волны в гауссовом пучке

Осевые распределения безразмерной кривизны волны  $\delta(r_n = 0, z_n)$  при разных значениях кривизны поверхности излучателя  $\delta_0$  приведены на рис. 1. Выделим три качественно разных случая:  $\delta_0 = 0$ ,  $0 > \delta_0 \geq -1$  и  $\delta_0 < -1$ , рис.2.

Для плоского излучателя ( $\delta_0 = 0$ ) осевое распределение кривизны фронта волны показано кривой 1 на рис. 1 [1,3]. Здесь волна трансформируется из квазиплоской в сферически расходящуюся волну, последовательно проходя этапы  $A, B, C, D, F$ , рис. 2–а. Вблизи излучателя форма волны ( $A$ ) плоская. По мере распространения фронт под действием дифракции искривляется ( $B$ ), достигая на расстоянии  $z_n = 1$  максимальной кривизны ( $C$ ). С прекращением дифракции ( $z_n > 1$ ) волновой фронт распрямляется (этап  $D$ ), стремясь в процессе сферического расхождения волны принять на локальном участке плоскую форму ( $F$ ).

Начальный этап ( $B_0$  или  $D_0$ ) эволюции волны фокусирующего излучателя ( $\delta_0 < 0$ ) проходит под влиянием геометрической сходимости, рис. 2–(б, в). При этом слабо сходящимся пучкам ( $0 > \delta_0 \geq -1$ ) свойственно преобладание вклада дифракции над геометрической сходимостью, здесь волна проходит этапы  $B_0, A, B, C, D, F$ , рис. 2–б. Функция  $\delta(r_n = 0, z_n)$  начинается значением  $\delta_0$ , проходит через нулевое значение со сменой своего знака и по достижении максимума монотонно стремится к нулю, кривые 2 – 5 на рис. 1.

Область фокуса пучка совпадает с нулевым значением кривизны, где волна имеет плоский фазовый фронт (А).

Сильно сходящиеся пучки ( $\delta_0 < -1$ ) отличаются доминированием геометрической сходимости над дифракцией, в результате формируются вогнутый ( $C_0$ ) и выпуклый ( $C$ ) фронты максимальной кривизны. В функции  $\delta(r_n = 0, z_n)$  появляются экстремумы в области отрицательных значений  $\delta$ , кривые 6 и 7, рис. 1. Отметим, что в дальней области пучка ( $z_n > 2$ ) зависимости  $\delta(r_n = 0, z_n)$  повторяются для всех  $\delta_0$ , что соответствует изменениям фронта волны  $D$  и  $F$ , рис. 2–(а–в).

Поперечные распределения кривизны волны  $\delta(r_n)$  в гауссовых пучках с волновым размером  $ka = 10$  для случаев  $\delta_0 = 0$ ,  $\delta_0 = -0,5$  и  $\delta_0 = -1,5$  показаны на рис. 3. Изменения  $\delta(r_n)$  демонстрируют отмеченные выше закономерности. Так в случае  $\delta_0 = 0$  этапу сферической расходимости волны предшествует этап нарастания кривизны фронта ( $C$ ), кривая 4, рис. 3–а. В отличие от плоского излучателя ( $\delta_0 = 0$ ), трансформация волны фокусирующего излучателя сопровождается сменой знака кривизны ее фронта. На расстояниях между излучателем и фокусом волна имеет сходящийся фронт, здесь  $\delta < 0$ . В точке фокуса, положение которой на оси пучка меняется с величиной  $\delta_0$ , волна принимает плоский фазовый фронт  $\delta = 0$ , кривая 3 на рис. 3–б и кривая 4 на рис. 3–в. За фокусом кривизна фронта становится положительной ( $\delta > 0$ ), что соответствует расходящейся волне.

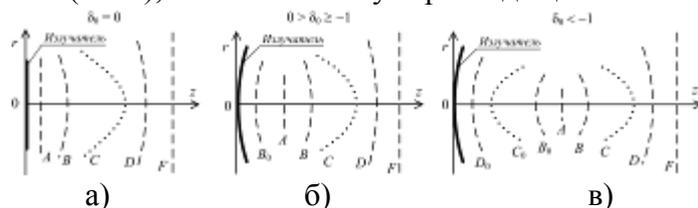


Рис. 2. Пространственные изменения формы волны в зависимости от  $\delta_0$

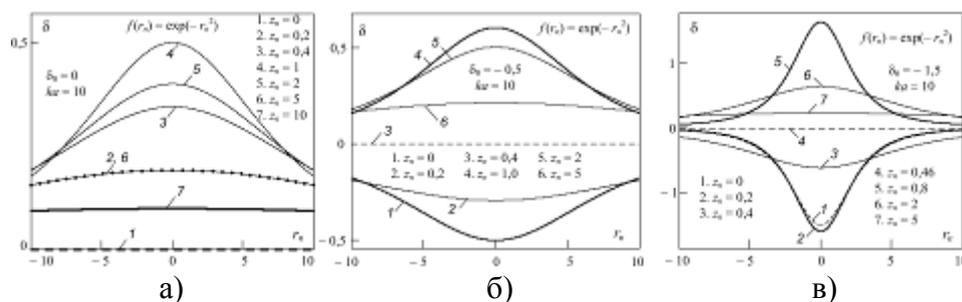


Рис. 3. Поперечные распределения кривизны фронта волны в гауссовом пучке

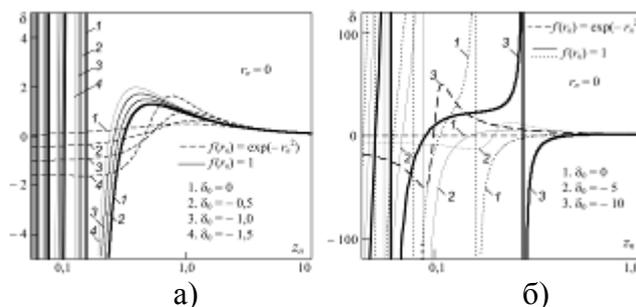


Рис. 4. Осевые распределения кривизны фронта волны в пучке с  $f(r_n) = 1$

Распределения кривизны фронта волны вдоль оси фокусирующего излучателя с

равномерным возбуждением приведены на рис. 4. В отличие от гауссового пучка, в зависимостях  $\delta(r_n = 0, z_n)$  при  $f(r_n) = 1$  в области дифракции Френеля ( $z_n < 1$ ) присутствуют бесконечные разрывы (т.е.  $R \rightarrow 0$ ), координаты которых соответствуют четному числу фазовых зон на поверхности излучателя. Эта особенность связана с полной компенсацией вкладов фазовых зон и сопровождается появлением на оси пучка локального минимума с нулевой амплитудой. В местах прохождения зависимостью  $\delta(r_n = 0, z_n)$  нулевого значения форма участка фронта приосевой области пучка изменяется постепенно, в окрестности этих точек в волне формируется плоский участок фронта ( $R \rightarrow \infty$ ) и на оси пучка появляется максимум амплитуды. Это положение соответствует нечетному числу фазовых зон. С увеличением  $z_n$  трансформация фронта многократно повторяется, после чего на расстоянии  $z_n > 2$  этот процесс вырождается в монотонное уменьшение кривизны до нуля и не зависит от распределения амплитуды на излучателе и величины  $\delta_0$ .

На рис. 5 приведены угловые распределения кривизны  $\delta(\theta)$  и характеристика направленности  $D(\theta)$  фокусирующего излучателя при  $f(r_n) = 1$ . Видно, что в узком интервале значений  $z_n$  форма волны претерпевает сильные изменения, которые сопровождаются трансформацией фронта с выпуклого на вогнутый и наоборот. С ростом  $z_n$  фиксируются положения локальных осцилляций в характеристике  $\delta(\theta)$ , кривые 4 и 5, которые совпадают с границами лепестков  $D(\theta)$ .

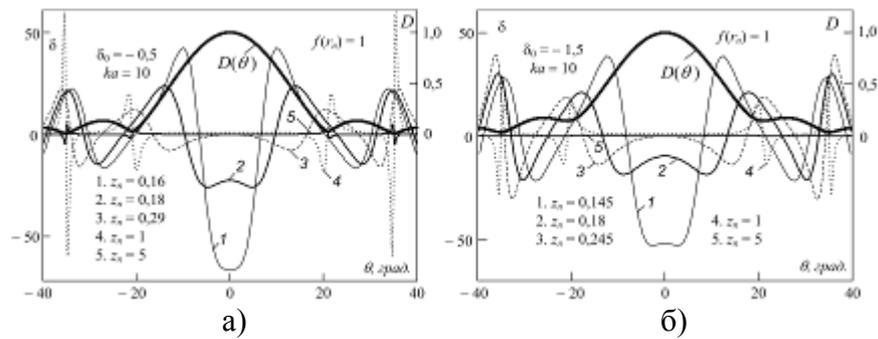


Рис. 5. Угловые распределения кривизны и характеристика направленности  $D(\theta)$

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – М.: Наука, 1990. – 432 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т. 1. – М.: Наука, 1985. – 432 с.
3. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Наука, 2004. – 656 с.
4. Гаврилов А.М. Фазозависимые процессы нелинейной акустики: модулированные волны. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 352 с.

А.М. Гаврилов, Г.М. Грачева

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ФОКУСИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ УЛЬТРАЗВУКА

*Проведен анализ поля сферически сходящегося звукового пучка. В качестве параметра, отражающего эволюцию волны, использована кривизна поверхности фронта. Получены выражения, позволяющие определять величину кривизны фазового фронта в звуковых пучках с разными амплитудными распределениями. Приведены осевые и поперечные распределения кривизны фронта в фокусирующем пучке с гауссовым и равномерным распределениями амплитуды. Отмечено качественно разное влияние кривизны поверхности излучателя  $\delta_0$  на динамику волнового фронта в случаях  $\delta_0 = 0$ ,  $0 > \delta_0 \geq -1$  и  $\delta_0 < -1$ . Приведены аналогичные характеристики для плоского излучателя.*

*Фокусирующий излучатель; дифракция; кривизна фазового фронта.*

**A.M. Gavrilov, G.M. Gracheva**

## INVESTIGATION OF WAVE FRONT DYNAMICS OF A FOCUSING RADIATOR OF ULTRASOUND

*The analysis of a spherically converging sound beam is made. As the parameter reflecting evolution of a wave, the front surface curvature is used. The expressions are received, allowing determining value of a phase front curvature of sound beams with various amplitude distributions. Axial and cross distributions of front curvature of focused beam with gauss and uniform amplitude distributions are resulted. Different influence of radiator surface curvature on wave front dynamics in cases  $\delta_0 = 0$ ,  $0 > \delta_0 \geq -1$  and  $\delta_0 < -1$  is marked. Similar characteristics for a flat radiator are presented.*

*Focusing radiator; diffraction; phase front curvature.*

### **Гаврилов Александр Максимович**

Технологический институт ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: gavr\_am@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, тел. +78634371795.

Доцент, д.ф.-м.н.

### **Грачева Галина Михайловна**

Технологический институт ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: galigra@mail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, тел. +78634371795.

Аспирант.

### **Gavrilov Alexander Maksimovich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomous Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University».

E-mail: gavr\_am@mail.ru.

44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia, phone: +78634371795.

Lecturer.

### **Gracheva Galina Mikhajlovna**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomous Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University».

E-mail: galigra@mail.ru.

44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia, phone: +78634371795.

Postgraduate Student.

Специальность ВАК – 05.11.17 – приборы, системы и изделия медицинского назначения