
Разработка нового математического метода моделирования модифицированной конструкции радиального подшипника с учетом нелинейных факторов

*Е.А. Болгова, И.Д. Долгий, Ю.И. Жарков, Н.С. Задорожная,
А.В. Морозова,*

Ростовский государственный университет путей сообщения

Аннотация: В работе предложена математическая модель ламинарного течения истинно вязкого смазочного материала в зазоре радиального подшипника скольжения с нестандартным опорным профилем. Рассматривается влияние фторопластсодержащего полимерного покрытия и канавки на поверхности вала с учётом нелинейных эффектов, что повышает точность описания гидродинамических процессов. Используются подходы приближения «тонкого слоя» и уравнения неразрывности для определения гидродинамического давления, нагрузочной способности и коэффициента трения. Проведено сопоставление с известными расчетными моделями, показавшее улучшение прогноза эксплуатационных характеристик. Результаты демонстрируют возможность обеспечения стабильного всплытия вала, что подтверждает применимость разработанной модели для инженерных расчетов подшипников с полимерным покрытием и канавкой.

Ключевые слова: радиальный подшипник скольжения, математическое моделирование, истинно вязкая смазка, полимерное композиционное покрытие, гидродинамический режим, триботехнические характеристики.

Введение

Фторопластсодержащие антифрикционные композиционные покрытия находят широкое применение в высоконагруженных узлах трения, особенно в авиакосмической технике, где эксплуатация осуществляется при относительно низких скоростях скольжения и значительных нагрузках [1, 2]. Их эффективность объясняется высокой несущей способностью и устойчивостью к граничному трению за счёт самосмазывания полимерной матрицей. Вместе с тем рабочие характеристики таких покрытий ограничиваются теплопроводностью и теплостойкостью композиционного материала [3].

Современные направления развития техники требуют повышения эксплуатационных параметров подшипников скольжения, что стимулирует

поиск новых конструктивных решений. Одним из перспективных подходов является применение подшипников с нестандартным опорным профилем втулки, включающим осевые канавки, а также использование полимерных антифрикционных покрытий на поверхности вала. Эти меры позволяют повысить износостойкость, снизить коэффициент трения и обеспечить стабильность гидродинамического режима смазывания [4–6].

Несмотря на обширный объем исследований, посвященных подшипникам скольжения с гидродинамическим смазыванием, существующие модели не учитывают специфические особенности работы систем, использующих антифрикционные покрытия [7,8]. Это требует проведения дополнительных исследований, направленных на разработку адекватных моделей, учитывающих влияние свойств покрытия на параметры смазывания и износа. К ним относятся самоподдерживающийся характер процесса трения при постоянной подаче смазочного материала, а также влияние нелинейных факторов, включая число Рейнольдса, определяющее режим течения смазки.

В связи с этим актуальной задачей является разработка расчётных моделей радиальных подшипников скольжения с учётом указанных факторов. Такие модели должны позволять выполнять инженерные расчёты, обеспечивая прогнозирование триботехнических характеристик и оптимизацию конструкций подшипников для конкретных условий эксплуатации. Настоящее исследование направлено на решение данной задачи.

Материалы и методы

Рассматривается установившееся движение в рабочем зазоре радиального подшипника с некруговым опорным профилем и полимерным покрытием поверхности вала. При этом вал вращается со скоростью Ω , а втулка неподвижна (рис. 1).

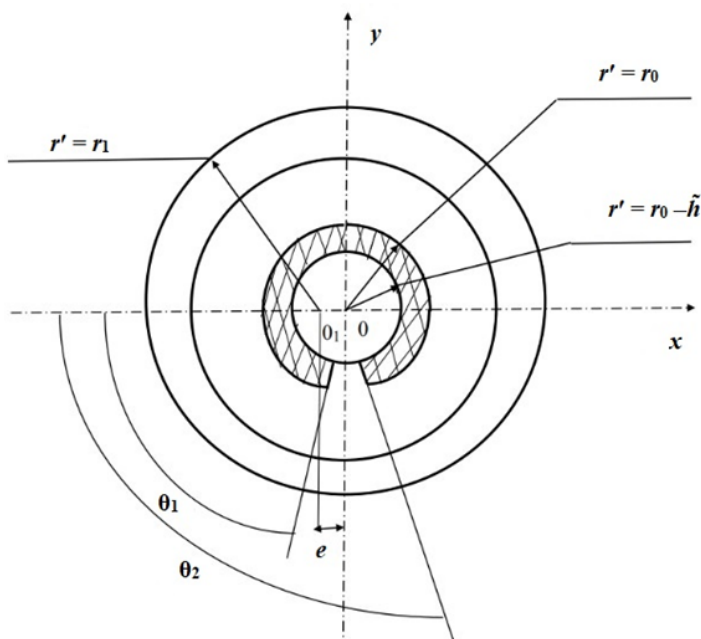


Рис. 1. – Расчетная схема трибоконтакта

В полярной системе координат r', θ с полюсом в центре вала уравнения контуров вала с полимерным покрытием C_1 , вала без покрытия (с канавкой) C_0 , подшипниковой втулки с адаптированным профилем опорной поверхности C_2 и подшипниковой втулки запишутся в виде:

$$C_1: r' = r_0, \quad C_0: r' = r_0 - \tilde{h}, \quad C_2: r' = r_1(1 + H) - a' \sin \omega \theta, \quad C_3: r' = r_1(1 + H) \quad (1)$$

Где $H = \varepsilon \cos \theta - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \theta + \dots$, $\varepsilon = \frac{e}{r_0}$, r_0 – радиус вала с полимерным покрытием;

r_1 – радиус подшипниковой втулки; $\tilde{h}$ – высота канавки; e – эксцентриситет;

ε – относительный эксцентриситет; a' и ω – амплитуда возмущения и параметр адаптированного профиля втулки соответственно.

Исходными базовыми уравнениями являются уравнение движения несжимаемой жидкости для «тонкого слоя» и уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial p'_i}{\partial r'} = 0; \quad \mu' \frac{\partial^2 v_{\theta_i}}{\partial r'^2} = \frac{dp'_i}{d\theta} + \rho \left(v_{r'_i} \frac{\partial v_{\theta_i}}{\partial r'_i} + \frac{v_{\theta_i}}{r'_i} \frac{\partial v_{\theta_i}}{\partial \theta_i} - \frac{v_{r'_i} v_{\theta_i}}{r'_i} \right); \quad \frac{\partial v_{r'_i}}{\partial r'} + \frac{v_{r'_i}}{r'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial v_{\theta_i}}{\partial \theta} = 0, \quad (2)$$

где $v_{\theta_i}, v_{r'_i}$ – компоненты вектора скорости смазочной среды; p'_i –

гидродинамическое давление; μ' – коэффициент динамической вязкости.

Система уравнений (2) решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}v_\theta = 0, \quad v_{r'} = 0 \quad \text{при} \quad r' = r_1(1 + H) - a' \sin \omega \theta = h'(\theta); \\v_{r'} = 0, \quad v_\theta = \Omega r_0 \quad \text{при} \quad r' = r_0; \\v_{r'} = 0, \quad v_\theta = \Omega(r_0 - \tilde{h}) \quad \text{при} \quad r' = r_0 - \tilde{h}; \\p'(0) = p'(\theta) = p_g, \quad r_0 - \tilde{h} = h_0^* \quad \text{при} \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2.\end{aligned}\quad (3)$$

Переход к безразмерным величинам реализуем на основе следующих формул:

$$\begin{aligned}v_\theta = \Omega v_i(r_0 - \tilde{h}), \quad v_{r'} = \Omega \delta u_i, \quad p' = p^* p, \quad p^* = \frac{\mu \Omega (r_0 - \tilde{h})^2}{\delta^2}, \\ \mu' = \mu, \quad r' = (r_0 - \tilde{h}) + \delta r, \quad \delta = r_1 - (r_0 - \tilde{h}).\end{aligned}\quad (4)$$

Выполняя подстановку (4) в систему дифференциальных уравнений (2) с учетом граничных условий (3), получим:

$$\frac{\partial p_i}{\partial r} = 0; \quad \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} = \frac{dp_i}{d\theta} + \text{Re} \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial \theta} \right); \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial v_i}{\partial \theta} = 0 \quad (5)$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned}u = 0, \quad v = 1 \quad \text{при} \quad r = r_0 - \tilde{h}, \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2; \\u = 0, \quad v = 1 \quad \text{при} \quad r = r_0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{и} \quad \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi; \\u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad r = 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta = h(\theta); \\p(\theta) = p(\theta_1) = p(\theta_2) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}, \\p_3(\theta_2) = p_2(\theta_2), \quad p_1(\theta_1) = p_2(\theta_1),\end{aligned}\quad (6)$$

где $\eta = \frac{e}{\delta}$, $\eta_1 = \frac{a'}{\delta}$, $\text{Re} = \frac{\Omega \delta^2}{\nu}$ – число Рейнольдса.

Во втором уравнении системы (5) нелинейные члены осредним по методу Слезкина – Тарга. Введем следующее обозначение:

$$D_i(\theta) = \frac{\text{Re}}{h(\theta)} \int_0^{h(\theta)} \left(u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) dr. \quad (7)$$

Автомодельное решение задачи (5) ищем по известному методу [10]:

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + V_i(r, \theta); \quad u_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r, \theta); \quad \psi_i(r, \theta) = \tilde{\psi}_i(\xi_i); \\ V_i(r, \theta) &= \tilde{v}_i(\xi_i); \quad U_i(r, \theta) = -\tilde{u}_i(\xi_i) \cdot h'(\theta); \\ \xi_i &= \frac{r}{h(\theta)} \quad \text{при} \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{и} \quad \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi; \\ \xi_i &= \frac{r + \tilde{h}}{h(\theta) + \tilde{h}} \quad \text{при} \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставим (8) в (5) с учетом (6) и (7), в результате получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}'_1(\xi_1) &= a_1 \frac{\xi_1}{2} (\xi_1 - 1), \quad \tilde{v}_1(\xi_1) = b_1 \frac{\xi_1^2}{2} - \left(1 + \frac{b_1}{2}\right) \xi_1 + 1; \\ \tilde{\psi}'_2(\xi_2) &= a_2 \frac{\xi_2}{2} (\xi_2 - 1), \quad \tilde{v}_2(\xi_2) = b_2 \frac{\xi_2^2}{2} - \left(1 + \frac{b_2}{2}\right) \xi_2 + 1; \\ \tilde{\psi}'_3(\xi_3) &= a_3 \frac{\xi_3}{2} (\xi_3 - 1), \quad \tilde{v}_3(\xi_3) = b_3 \frac{\xi_3^2}{2} - \left(1 + \frac{b_3}{2}\right) \xi_3 + 1. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_i(\theta) &= \operatorname{Re} \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\psi}'(\xi) h'(\theta)}{h^2(\theta)} + \tilde{u}(\xi) h'(\theta) \right) \left(\frac{\tilde{\psi}''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}'(\xi)}{h(\theta)} \right) + \\ &+ \left(\frac{\tilde{\psi}'(\xi)}{h(\theta)} + \tilde{v}(\xi) \right) \left(\frac{\tilde{\psi}'(\xi) h'(\theta)}{h^2(\theta)} - \frac{\tilde{\psi}''(\xi) h'(\theta)}{h^2(\theta)} - \frac{\tilde{v}'(\xi) h'(\theta)}{h(\theta)} \right) d\xi. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{d\theta} + \tilde{D}_i(\theta) &= \frac{b_i}{h^2(\theta)} + \frac{a_i}{h^3(\theta)}, \quad i = 1, 3; \\ \frac{dp_2}{d\theta} + \tilde{D}_2(\theta) &= \frac{b_2}{(h(\theta) + \tilde{h})^2} + \frac{a_2}{(h(\theta) + \tilde{h})^3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнения $\tilde{v}_i(\xi_i) = b_i \frac{\xi_i^2}{2} - \left(1 + \frac{b_i}{2}\right) \xi_i + 1$ следует, что

$$b_1 = b_2 = b_3 = 6. \quad (12)$$

Из уравнения (10):

$$\tilde{D}_i(\theta) = \operatorname{Re} \left(\frac{3a_i}{40} \frac{h'_i(\theta)}{h_i^2(\theta)} + \frac{17}{30} \frac{h'_i(\theta)}{h_i(\theta)} + \frac{a_i^2}{120} \frac{h'_i(\theta)}{h_i^3(\theta)} \right), \quad i = 1, 3.$$

$$\tilde{D}_2(\theta) = \operatorname{Re} \left(\frac{3a_2}{40} \frac{(h(\theta) + \tilde{h})'}{(h(\theta) + \tilde{h})^2} + \frac{17}{30} \frac{(h(\theta) + \tilde{h})'}{h(\theta) + \tilde{h}} + \frac{a_2^2}{120} \frac{(h(\theta) + \tilde{h})'}{(h(\theta) + \tilde{h})^3} \right). \quad (13)$$

Из уравнения (11) находим гидродинамическое давление:

$$\begin{aligned} p_1 &= -\int_0^\theta \tilde{D}_1(\theta) d\theta + b_1 \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^2(\theta)} + a_1 \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^3(\theta)} + \frac{p_g}{p^*}; \\ p_2 &= -\int_{\theta_1}^\theta \tilde{D}_2(\theta) d\theta + b_2 \int_{\theta_1}^\theta \frac{d\theta}{(h(\theta) + \tilde{h})^2} + a_2 \int_{\theta_1}^\theta \frac{d\theta}{(h(\theta) + \tilde{h})^3} + \frac{p_g}{p^*}; \\ p_3 &= -\int_{\theta_2}^\theta \tilde{D}_3(\theta) d\theta + b_3 \int_{\theta_2}^\theta \frac{d\theta}{h^2(\theta)} + a_2 \int_{\theta_2}^\theta \frac{d\theta}{h^3(\theta)} + \frac{p_g}{p^*}. \end{aligned} \quad (14)$$

А также из уравнения (11) с учетом $p(0) = p(\theta_1) = p(\theta_2) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}$ имеем:

$$a_1 = -\frac{4,21}{1 + \operatorname{Re}(0,006)}; a_2 = -\frac{1,42}{1 + \operatorname{Re}(0,0107)}; a_3 = \frac{2,74}{1 + \operatorname{Re}(0,012)}, \quad (15)$$

где $\tilde{\eta}_1 = \frac{\eta_1}{1 + \tilde{h}}; \quad \tilde{\eta} = \frac{\eta}{1 + \tilde{h}}.$

Используя ранее установленные значения: ширины осевой канавки, равной 4 мм; $\theta_1 = 264^\circ 27', \theta_2 = 275^\circ 73',$ глубины осевой канавки $\tilde{h} = 0,055$ мм, из уравнения (14) с учетом (13) и (15) получим:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{p_g}{p^*} + \operatorname{Re} \frac{\frac{-12,63}{1 + \operatorname{Re}(0,006)}}{40(1 + \eta(\cos \theta - 1)\eta_1 \sin \omega \theta)} + 6 \left(\theta - 2\eta \sin \theta - \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos \theta - 1) \right) - \\ &- \frac{4,21}{1 + \operatorname{Re}(0,006)} \left(\theta - 3\eta \sin \theta - \frac{3\eta_1}{\omega} (\cos \theta - 1) \right); \\ p_2 &= \frac{p_g}{p^*} + \operatorname{Re} \frac{\frac{4,26}{1 + \operatorname{Re}(0,0107)}}{40(1 + \tilde{h} + \eta(\cos \theta - \cos \theta_1) - \eta_1(\sin \theta - \sin \theta_1))} + \\ &+ 6 \frac{\theta - \theta_1 - 2\tilde{\eta}(\sin \theta - \sin \theta_1) - \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos \theta - \cos \theta_1)}{(1 + \tilde{h})^2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1,42}{1 - \operatorname{Re}(0,0107)} \cdot \frac{\theta - \theta_1 - 3\tilde{\eta}(\sin \theta - \sin \theta_1) - \frac{3\eta_1}{\omega}(\cos \theta - \cos \theta_1)}{(1 + \tilde{h})^3}; \\
 & p_3 = \frac{p_g}{p^*} + \operatorname{Re} \frac{-8,22}{1 + \operatorname{Re}(0,012)} + \\
 & + 6 \left(\theta - \theta_2 - 2\eta(\sin \theta - \sin \theta_2) - \frac{2\eta_1}{\omega}(\cos \theta - \cos \theta_1) \right) + \\
 & + \frac{0,214}{1 + \operatorname{Re}(0,007)} \cdot \left(\theta - \theta_2 - 3\eta(\sin \theta - \sin \theta_2) - \frac{3\eta_1}{\omega}(\cos \theta - \cos \theta_1) \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Имея выражения гидродинамического давления и скорости, найдем значения нагрузочной способности и силы трения:

$$\begin{aligned}
 R_x &= p^* r \left[\int_0^{\theta_1} \left(p_1 - \frac{p_g}{p^*} \right) \cos \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(p_2 - \frac{p_g}{p^*} \right) \cos \theta d\theta + \int_{\theta_2}^{2\pi} \left(p_3 - \frac{p_g}{p^*} \right) \cos \theta d\theta \right] = \\
 &= \frac{6\mu r_0^3 \Omega}{2\delta^2} \left[\operatorname{Re} \frac{-0,316}{1 + \operatorname{Re}(0,006)} \left(\sin \theta_1 - \frac{\eta}{2} \left(\theta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_1 \right) + \eta \sin \theta_1 - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\eta_1}{2} \left(\frac{1}{\omega+1} (\cos(\omega+1)\theta_1 - 1) - \frac{1}{\omega-1} (\cos(\omega-1)\theta_1 - 1) \right) \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 6 \left(\theta_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_1 - 1 + \frac{\eta}{2} (\cos 2\theta_1 - 1) - \frac{2\eta_1}{\omega} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} + \frac{\sin(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) - \sin \theta_1 \right) \right) \right] - \\
 &- \frac{4,21}{1 + \operatorname{Re}(0,006)} \left(\theta_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_1 - 1 + \frac{3\eta}{4} (\cos 2\theta_1 - 1) - \frac{3\eta_1}{\omega} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} + \frac{\sin(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) - \sin \theta_1 \right) \right) + \\
 &+ \operatorname{Re} \frac{0,106}{(1 + \operatorname{Re}(0,0107))(1 + \tilde{\eta})} \left(\sin \theta_2 - \sin \theta_1 - \frac{\tilde{\eta}}{2} \left(\theta_2 - \theta_1 + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) + \tilde{\eta} \cos \theta_1 (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\tilde{\eta}_1}{2} \left(\frac{\cos(\omega+1)\theta_2 - \cos(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} + \frac{\cos(\omega-1)\theta_2 - \cos(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) - \tilde{\eta}_1 \sin \omega \theta_1 (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{6(\theta_2 \sin \theta_2 - \theta_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_2 - \cos \theta_1 - \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1)) -}{(1 + \tilde{h})^2} \\
& - 2\tilde{\eta} \left(-\frac{1}{4}(\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) - \sin \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right) - \\
& - \frac{2\tilde{\eta}_1 \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_2 - \sin(\omega+1)\theta_1}{2(\omega+1)} + \frac{\sin(\omega-1)\theta_2 - \sin(\omega-1)\theta_1}{2(\omega-1)} - \cos \omega \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right)}{(1 + \tilde{h})^2} \Bigg) + \\
& + \frac{1,42}{1 + \operatorname{Re}(0,0107)(1 + \tilde{h})^3} (\theta_2 \sin \theta_2 - \theta_1 \sin \theta_1 + \cos \theta_2 - \cos \theta_1 - \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) - \\
& - 3\tilde{\eta} \left(-\frac{1}{4}(\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) - \sin \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right) - \\
& - \frac{3\eta_1 \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_2 - \sin(\omega+1)\theta_1}{2(\omega+1)} + \frac{\sin(\omega-1)\theta_2 - \sin(\omega-1)\theta_1}{2(\omega-1)} - \cos \omega \theta_1(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \right)}{\omega} \Bigg) + \\
& + \operatorname{Re} \frac{-0,2055}{1 - \operatorname{Re}(0,012)} \left(\sin \theta_2 - \sin \theta_1 - \frac{\eta}{2} \left(2\pi - \theta_2 - \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 - \eta \cos \theta_2 \sin \theta_2 - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\eta_1}{2} \left(\frac{\cos 2\pi(\omega+1) - \cos(\omega+1)\theta_2}{\omega+1} + \frac{\cos 2\pi(\omega-1) - \cos(\omega-1)\theta_2}{\omega-1} \right) - \eta_1 \sin \omega \theta_2 \sin \theta_2 \right) + \right. \\
& \left. + 6 \left(-\theta_2 \sin \theta_2 + 1 - \cos \theta_2 + \theta_2 \sin \theta_2 - 2\eta \left(-\frac{1}{4}(1 - \cos 2\theta_1) + \sin^2 \theta_2 \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2\eta_1}{\omega} \left(\frac{\sin 2\pi(\omega+1) - \sin(\omega+1)\theta_2}{2(\omega+1)} + \frac{\sin 2\pi(\omega-1) - \sin(\omega-1)\theta_2}{2(\omega-1)} + \cos \omega \theta_2 \sin \theta_2 \right) \right) \right) + \\
& + \frac{2,74}{1 + \operatorname{Re}(0,012)} \left(-\theta_2 \sin \theta_2 + 1 - \cos \theta_2 + \theta_2 \sin \theta_2 - 3\eta \left(-\frac{1}{4}(\cos 2\theta_2) + \sin^2 \theta_2 \right) - \right. \\
& \left. - \frac{3\eta_1}{\omega} \left(\frac{\sin 2\pi(\omega+1) - \sin(\omega+1)\theta_2}{2(\omega+1)} + \frac{\sin 2\pi(\omega-1) - \sin(\omega-1)\theta_2}{2(\omega-1)} - \cos \omega \theta_2 \sin \theta_2 \right) \right). \\
& R_y = p^* r \left[\int_0^{\theta_1} \left(p_1 - \frac{p_g}{p^*} \right) \sin \theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(p_2 - \frac{p_g}{p^*} \right) \sin \theta d\theta + \int_{\theta_2}^{2\pi} \left(p_3 - \frac{p_g}{p^*} \right) \sin \theta d\theta \right] = \\
& = \frac{6\mu r_0^3 \Omega}{\delta^2} \left[\operatorname{Re} \frac{-0,315}{1 + \operatorname{Re}(0,006)} \left((1 - \cos \theta_1)(1 - \eta) + \frac{\eta}{4}(\cos 2\theta_1 - 1) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\eta_1}{\omega} \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} - \frac{\sin(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) \right) \right] + 6 \left(-\theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_1 - \eta \left(\theta_1 - \frac{1}{2} \sin 2\theta_1 \right) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2\eta_1}{\omega} \left(\frac{\cos(\omega+1)\theta_1 - 1}{2(\omega+1)} + \frac{\cos(\omega-1)\theta_1 - 1}{2(\omega-1)} - \frac{2\eta_1}{\omega} \sin \theta_1 \right) - \\
& - \frac{4,21}{1 + \operatorname{Re}(0,006)} \left(-\theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_1 - \frac{3\eta}{2} \left(\theta_1 - \frac{1}{2} \sin 2\theta_1 \right) + \right. \\
& + \frac{3\eta_1}{\omega} \left(\frac{\cos(\omega+1)\theta_1 - 1}{2(\omega+1)} + \frac{\cos(\omega-1)\theta_1 - 1}{2(\omega-1)} - \frac{3\eta_1}{\omega} \sin \theta_1 \right) + \\
& + \operatorname{Re} \frac{0,106}{(1 + \tilde{\eta})(1 + \operatorname{Re}(0,0107))} \left(\frac{\tilde{\eta}}{4} (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) + (1 - \tilde{\eta} \cos \theta_1) (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) - \right. \\
& - \frac{\tilde{\eta}_1}{2} \left(\frac{\sin(\omega+1)\theta_2 - \sin(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} - \frac{\sin(\omega-1)\theta_2 - \sin(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) + \tilde{\eta}_1 \sin \omega \theta_1 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \Big) + \\
& + \frac{6}{(1 + \tilde{h})^2} \left(-\theta_2 \cos \theta_2 + \theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 - \sin \theta_1 + (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \left(\theta_1 - 2\tilde{\eta} \sin \theta_1 - \frac{2\eta_1}{2} \cos \omega \theta_1 \right) - \right. \\
& - \tilde{\eta} \left(\theta_2 - \theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right) + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} \left(\frac{\cos(\omega+1)\theta_2 - \cos(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} + \frac{\cos(\omega-1)\theta_2 - \cos(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) \Big) + \\
& + \frac{1,42}{1 + \operatorname{Re}(0,0107)} \left(-\theta_2 \cos \theta_2 + \theta_1 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 - \sin \theta_1 + \theta_1 (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \left(\theta_1 - 3\tilde{\eta} \sin \theta_1 - \frac{3\tilde{\eta}_1}{\omega} \cos \omega \theta_1 \right) - \right. \\
& - \frac{3\tilde{\eta}}{2} \left(\theta_2 - \theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) \right) + \frac{3\eta_1}{2\omega} \left(\frac{\cos(\omega+1)\theta_2 - \cos(\omega+1)\theta_1}{\omega+1} + \frac{\cos(\omega-1)\theta_2 - \cos(\omega-1)\theta_1}{\omega-1} \right) \Big) + \\
& + \operatorname{Re} \frac{-0,205}{1 + \operatorname{Re}(0,012)} \left(\frac{\eta}{4} (1 - \cos 2\theta_2) + (1 - \tilde{\eta} \cos \theta_2) (1 - \cos \theta_2) - \right. \\
& - \frac{\eta_1}{2} \left(\frac{\sin 2\pi(\omega+1) - \sin(\omega+1)\theta_2}{\omega+1} - \frac{\sin 2\pi(\omega-1) - \sin(\omega-1)\theta_2}{\omega-1} \right) + \eta_1 \sin \omega \theta_2 (1 - \cos \theta_2) \Big) + \\
& + 6(-2\pi + \theta_2 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 + (1 - \cos \theta_2) \left(\theta_2 - 2\eta \sin \theta_2 - \frac{2\eta}{\omega} \cos \omega \theta_2 \right) - \\
& - \eta \left(2\pi - \theta_2 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 \right) + \frac{\eta_1}{\omega} \left(\frac{\cos 2\pi(\omega+1) - \cos(\omega+1)\theta_2}{\omega+1} + \frac{\cos 2\pi(\omega-1) - \cos(\omega-1)\theta_2}{\omega-1} \right) \Big) + \\
& + \frac{2,74}{1 + \operatorname{Re}(0,012)} \left(-2\pi + \theta_2 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 + (1 - \cos \theta_2) \left(\theta_2 - 3\eta \sin \theta_2 - \frac{3\eta}{\omega} \cos \omega \theta_2 \right) - \right. \\
& - \frac{3\eta}{2} \left(2\pi - \theta_2 + \frac{1}{2} \sin 2\theta_2 \right) + \frac{3\eta_1}{2\omega} \left(\frac{\cos 2\pi(\omega+1) - \cos(\omega+1)\theta_2}{\omega+1} + \frac{\cos 2\pi(\omega-1) - \cos(\omega-1)\theta_2}{\omega-1} \right) \Big). \\
& L_{\text{тр}} = \mu \left[\int_0^{\theta_1} \left(\frac{\tilde{\Psi}_1''(\theta)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_1(\theta)}{h(\theta)} \right) d\theta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\frac{\tilde{\Psi}_2''(\theta)}{(h(\theta) + \tilde{h})^2} + \frac{\tilde{v}_2(\theta)}{h(\theta) + \tilde{h}} \right) d\theta + \int_{\theta_2}^{2\pi} \left(\frac{\tilde{\Psi}_3''(\theta)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_3(\theta)}{h(\theta)} \right) d\theta \right] =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \mu \left[\frac{2,105}{1 + \text{Re}(0,006)} \left(\theta_1 - 2\eta \sin \theta_1 - \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta_1 - 1) \right) + \right. \\ &+ 4 \left(\theta_1 - \eta \sin \theta_1 - \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta_1 - 1) \right) - \frac{0,71}{1 + \text{Re}(0,0107)} (\theta_2 - \theta_1 - 2\eta (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) - \\ &- \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1)) + 4 \left(\theta_2 - \theta_1 - \eta (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) - \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1) \right) - \\ &- \frac{1,37}{1 + \text{Re}(0,012)} \left(2\pi - \theta_2 + 2\eta \sin \theta_2 - \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos 2\pi\omega - \cos \omega \theta_2) \right) + \\ &\left. + 4 \left(2\pi - \theta_2 + \eta \sin \theta_2 - \frac{\eta_1}{\omega} (\cos 2\pi\omega - \cos \omega \theta_2) \right) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Для проведения контрольных численных расчётов на основе предложенной теоретической модели были использованы переменные факторы, оказывающие наибольшее влияние на формирование эксплуатационных характеристик подшипника.

В настоящей работе впервые в единой постановке учтено совместное влияние трёх ключевых факторов: полимерного покрытия на поверхности вала, наличия канавки и нелинейных эффектов, связанных с инерционными членами уравнений и истинно вязкими реологическими свойствами смазочного материала в ламинарном режиме течения. В известных расчетных схемах [9, 10] данные особенности не учитывались, что ограничивало точность оценки эксплуатационных характеристик подшипников скольжения.

Расчётные данные, полученные в данной работе, были сравнены с эталонными результатами из классических исследований. За основу сравнения приняты ключевые триботехнические параметры: несущая способность и коэффициент трения. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Сопоставление расчетных данных предложенной модели (таблица 1) показало систематические отличия от базовых результатов. В диапазоне рассматриваемых режимов (вариация зазора, скорости, давления и вязкости) учёт сил инерции позволил уточнить значения гидродинамической несущей

способности и коэффициента трения на 10–15 % и 7–12 % соответственно по сравнению с классической моделью [9, 10].

Таблица 1

Сравнение результатов

Несущая способность, $\frac{H}{m^2}$					Коэффициент трения				
В работе	[9]	[10]	Отличие		В работе	[9]	[10]	Отличие	
			[9] %	[10] %				[9] %	[10] %
$1,2 \cdot 10^5$	$1,08 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	10	9	0,0297	0,032	0,0317	8	7
$2,4 \cdot 10^5$	$2,11 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^5$	12	10	0,0196	0,0215	0,0213	10	9
$3,1 \cdot 10^5$	$2,75 \cdot 10^5$	$2,82 \cdot 10^5$	11	9	0,0075	0,0083	0,0081	11	8
$3,9 \cdot 10^5$	$3,39 \cdot 10^5$	$3,47 \cdot 10^5$	13	11	0,0058	0,0064	0,0063	12	10
$4,8 \cdot 10^5$	$4,08 \cdot 10^5$	$4,22 \cdot 10^5$	15	12	0,0072	0,0078	0,0077	9	7

Наибольшее влияние уточнения проявляется при высоких нагрузках и малых исходных зазорах: роль истинно вязкой реологии и инерционных членов становится более заметной, что отражается на перераспределении поля давления и профиле гидродинамического клина.

Выводы

1. Разработана математическая модель радиального подшипника скольжения с учётом полимерного покрытия на валу, канавки и нелинейных факторов, ранее не рассматриваемых совместно.

2. Модель позволяет уточнять значения ключевых эксплуатационных параметров: гидродинамическую несущую способность и коэффициент трения, корректируя расчёты на 10–15 % и 7–12 % соответственно по сравнению с базовой моделью.

3. Наибольший эффект уточнения проявляется при высоких нагрузках и малых зазорах, когда роль истинно вязкой реологии и инерционных членов становится существенной.

4. Предложенный подход обеспечивает более точное прогнозирование триботехнических характеристик и может применяться в инженерных расчетах подшипников с полимерными покрытиями и канавкой.

Литература

1. Машков Ю. К. Трибофизика металлов и полимеров. Омск: ОГТУ, 2013. 240 с.
2. Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Мукутадзе М. А. Гидродинамический расчет радиального подшипника при наличии электромагнитного поля с учетом зависимости вязкости и электропроводимости от температуры // Вестник Донского государственного технического университета. 2009. Т. 9, № 3(42). С. 529-536.
3. Кохановский В. А., Камерова Э. А. Фторопластсодержащие композиционные покрытия в смазочных средах // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2014. №1. С. 34–37.
4. Wen S.-Z, Zhong S. D., Kan W. Q., Zhao P. S., He Y. C. Experimental and theoretical investigation on the hydrochromic property of Ni(II)-containing coordination polymer with an inclined 2D–3D polycatenation architecture // Journal of Molecular Structure. 2022. No 1269. P. 133753.
5. Jin L., Cao W., Wang P., Song N., Din P. Interconnected MXene/Graphene network constructed by soft template for multi-performance improvement of polymer composites. Nano-Micro Letters. 2022. No 14(1). P. 133.
6. Robertson B.P., Calabrese M.A. Evaporation-controlled dripping onto-substrate (DoS) extensional rheology of viscoelastic polymer solutions. Scientific Reports. 2022. №12 (1). P. 4697.
7. Khatak P., Garg H. C. Performance analysis of capillary compensated hybrid journal bearing by considering combined influence of thermal effects and micropolar lubricant // Journal of Tribology. 2016. Vol. 139, No 1. P. 011707

8. Ахвердиев К. С., Мукутадзе М. А., Лагунова Е. О., Солоп К. С. Расчетная модель радиального подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на микрополярной смазке с учетом ее вязкостных характеристик от давления // Инженерный вестник Дона. 2013. №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2200
9. Mukutadze M. A., Vasilenko V. V., Mukutadze A. M., Opatskikh A. N. Mathematical model of a plain bearer lubricated with molten metal // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science : International Conference on Innovations and Prospects of Development of Mining Machinery and Electrical Engineering 2019, Vol. 378. P. 012021. DOI 10.1088/1755-1315/378/1/012021.
10. Мукутадзе М. А., Опацких А. Н., Болгова Е. А. Оценка износостойкости по коэффициенту трения при учете зависимости вязкости от давления и температуры модифицированной конструкции радиального подшипника // Инженерный вестник Дона. 2024. № 11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2024/9607

References

1. Mashkov Yu. K. Tribofizika metallov i polimerov [Tribophysics of metals and polymers]. Omsk: OGTU, 2013. 240 p.
2. Akhverdiev K. S., Lagunova E. O., Mukutadze M. A. Bulletin of the Don State Technical University. 2009. Vol. 9, No. 3(42). pp. 529-536.
3. Kokhanovsky V. A., Kamerova E. A. Trenie i smazka v mashinah i mekhanizmah. 2014. No 1. pp. 34–37
4. Wen S. Z, Zhong S. D., Kan W. Q., Zhao P. S., He Y. C. Journal of Molecular Structure. 2022. No 1269. P. 133753.
5. Jin L., Cao W., Wang P., Song N., Din P. Nano-Micro Letters. 2022. No 14(1). P. 133.
6. Robertson B.P., Calabrese M.A. Scientific Reports. 2022. No 12(1). P. 4697.



7. Khatak P., Garg H. C. Journal of Tribology. 2016. Vol. 139, No 1. P. 011707
8. Akhverdiev K. S., Mukutadze M. A., Lagunova E. O., Solop K. S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. No 4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2200
9. Mukutadze M. A., Vasilenko V. V., Mukutadze A. M., Opatskikh A. N. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science : International Conference on Innovations and Prospects of Development of Mining Machinery and Electrical Engineering 2019, Vol. 378.
10. Mukutadze M. A., Opatskikh A. N., Bolgova E. A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2024. No 11. URL :[ivdon.ru /ru/magazine/archive/n11y2024/ 9607](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2024/9607).

Дата поступления: 1.09.2025

Дата публикации: 1.10-.2025