

Математическое и компьютерное моделирование шумовых характеристик тензорезистивных сенсоров

М.С. Лабутин

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, Саранск

Аннотация: В статье рассмотрено математическое и компьютерное моделирование шумовых характеристик тензорезистивных сенсоров давления. Разработана модель, учитывающая тепловой, дробовой, фликкер- и технологический шумы, формирующие суммарный выходной сигнал сенсора. На основе численного эксперимента проведён спектральный анализ методом Уэлча, выполнена аппроксимация наклона $1/f$ -области и рассчитаны интегральные мощности шумов в различных частотных диапазонах. Показано, что в низкочастотной области доминирует фликкер-шум, в средне- и высокочастотных диапазонах — тепловой шум, а дрейфовые шумовые компоненты проявляются вблизи нулевой частоты. Анализ отношения сигнал/шум выявил его снижение на низких частотах и стабилизацию при частотах выше 1 кГц. Полученные результаты подтвердили адекватность модели и её применимость для прогнозирования шумовых характеристик, качества изготовления и оптимизации условий эксплуатации сенсоров давления.

Ключевые слова: тензорезистивные сенсоры, шумовые характеристики, тепловой шум, фликкер-шум, дробовой шум, спектральная плотность мощности, отношение сигнал/шум, компьютерное моделирование

Современное электронное оборудование в целом и измерительные системы в частности предъявляют всё более высокие требования к точности, стабильности и надежности сенсорных устройств. Среди широкого класса датчиков давления особое место занимают тензорезистивные сенсоры, работа которых основана на изменении электрического сопротивления чувствительного элемента при возникновении механической деформации. Благодаря высокой чувствительности, относительной простоте конструкции и возможности интеграции в микросистемные устройства, тензорезистивные сенсоры получили широкое распространение в аэрокосмической, автомобильной, медицинской и промышленной отраслях [1].

Одним из важнейших факторов, определяющих эксплуатационные характеристики таких сенсоров, являются шумовые процессы, ограничивающие их точность и долговременную стабильность. Источники

шумов в тензорезистивных сенсорах носят как фундаментальный, так и технологический характер: они связаны с термическими флуктуациями носителей заряда, дискретным характером протекания тока, структурными дефектами материала и особенностями электрических цепей. Анализ и прогнозирование шумов позволяют не только выявить критические ограничения применимости сенсоров, но и оптимизировать их конструкцию [2, 3].

Компьютерное моделирование шумовых процессов в настоящее время является ключевым инструментом исследования, так как позволяет учитывать сложные нелинейные зависимости, интегрировать стохастические и детерминированные модели, а также проводить виртуальные эксперименты в условиях, труднодостижимых в реальной практике. Моделирование, как инструмент обеспечивает основу для разработки методов повышения надежности сенсоров, прогнозирования их ресурса и внедрения предиктивных алгоритмов в системы интеллектуальной диагностики [4].

Цель настоящего исследования заключается в разработке и применении методов компьютерного моделирования шумовых процессов в тензорезистивных сенсорах давления с целью выявления закономерностей их формирования с учётом влияния конструктивных факторов. Для достижения поставленной цели в данной работе были поставлены и решены следующие задачи:

- классификация и анализ источников шумов в тензорезистивных сенсорах;
 - разработка математических моделей различных типов шумов;
 - выбор и адаптация вычислительных методов для имитации шумовых процессов;
 - проведение вычислительных экспериментов и сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными;
-

– формулирование практических рекомендаций для повышения точности и надежности сенсоров давления.

1. Теоретические основы шумовых процессов в тензорезистивных сенсорах

1.1. Принцип действия тензорезистивного сенсора

Тензорезистивные сенсоры представляют собой измерительные устройства, основанные на эффекте изменения электрического сопротивления проводникового или полупроводникового материала под действием механического напряжения [5]. Данный эффект — тензорезистивный (или пьезорезистивный) — обусловлен либо геометрическими изменениями элемента (в случае металлических пленок), либо изменением концентрации носителей заряда и подвижности (в полупроводниковых материалах, таких как кремний, германий и др.) [6].

Изменение сопротивления R тензоэлемента при деформации: $\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$, где ΔR — изменение сопротивления, k — калибровочный тензочувствительный коэффициент, ε — относительная деформация. Чувствительность сенсора определяется не только величиной коэффициента k , но и уровнем флуктуаций сопротивления, связанных с различными типами шумов.

1.2. Природа и классификация шумов

Шумовые процессы в тензорезистивных сенсорах давления представляют собой совокупность случайных флуктуаций электрического сигнала, обусловленных как фундаментальными физическими явлениями, так и особенностями конструкции и технологии изготовления датчиков. Наиболее распространёнными источниками шумов являются [7-9]:

Тепловой шум (шум Джонсона-Найквиста), возникающий вследствие теплового движения носителей заряда в проводнике. Его спектральная плотность прямо пропорциональна температуре и

сопротивлению чувствительного элемента: $S_v(f) = 4k_B TR$ [В²/Гц]. Здесь k_B - постоянная Больцмана (1.38×10^{-23} Дж/К); T - абсолютная температура (К); R - сопротивление тензорезистора (Ом).

Дробовой шум (Пуассоновский шум) связан с дискретным характером переноса носителей заряда через потенциальные барьеры. В тензорезистивных сенсорах проявляется в переходных областях и усиливается при наличии дефектов. Спектральная плотность тока (или напряжения) описывается формулой: $S_I(f) = 2qI$ [А²/Гц]. Здесь q — заряд электрона, I — средний ток через область. Для напряжения на сопротивлении (цепи с импедансом $Z(j2\pi f)$), можно написать

$$S_v(f) = 2|q|I|Z(j2\pi f)|^2$$

1/f-шум (фликкер-шум) возникает из-за дефектов кристаллической решётки, нестабильности межатомных связей, ловушек, рекомбинации носителей, неоднородностей и других факторов [10]. Спектральная плотность фликкер-шума: $S_f = \frac{K}{f^\alpha}$ [В²/Гц или А²/Гц]. Здесь K — коэффициент, зависящий от материала и технологии, f — частота, $\alpha \approx 1$ — коэффициент, зависящий от материала и технологии, или в нормированной форме по сопротивлению (модель Хуге):

$$\frac{S_R(f)}{R^2} = \frac{\alpha_H}{Nf}, \quad S_v(f) = \frac{\alpha_H}{Nf} V^2 \text{ при } (V = IR)$$

Шумы технологического происхождения, вызванные неоднородностью структуры материала, внутренними механическими напряжениями и контактными сопротивлениями. Часто такой шум моделируется как аддитивный процесс с параметрами белого или разноцветного (например, экспоненциальный дрейф) шума: $S_{tech}(f) = S_0 + \frac{S_d}{f}$. Здесь S_0 — спектральная плотность "белого" технологического шума, S_d

— коэффициент дрейфа или составляющая фликкер-шума технологического происхождения, f — частота.

Таким образом, шумовые характеристики сенсоров имеют многофакторный характер и формируются под воздействием как внешних условий (температура, влажность, механическая нагрузка), так и внутренних факторов (структурные дефекты, качество технологического процесса).

1.2. Математическое описание шумов

Для математического описания шумов тензорезистивных сенсоров широко применяется анализ спектральной плотности мощности (power spectral density – PSD) случайного сигнала. PSD сигнала $S(f)$ представляет собой распределение мощности сигнала по частотам и используется для количественной оценки влияния различных типов шумов.

В обобщённой форме спектральную плотность мощности (PSD) шумов сигнала можно представить как сумму вкладов всех шумовых компонентов:

$$S_v^{tot}(f) = 4k_B T R + 2qI |Z(j2\pi f)|^2 + \frac{K}{f^\alpha} + \left(S_0 + \frac{S_d}{f}\right) \quad (1)$$

Среднеквадратичное значение (RMS) шумового напряжения в полосе частот $[f_L, f_H]$ вычисляется интегрированием спектральной плотности мощности PSD:

$$v_{rms} = \sqrt{\int_{f_L}^{f_H} S_v^{tot}(f) df}. \quad (2)$$

Для оценки качества работы сенсора применяется параметр в виде отношения «Сигнал/шум» (SNR). Если среднеквадратичное значение полезного сигнала - $V_{sig, rms}$, то:

$$SNR = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{V_{sig, rms}}{V_{rms}} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_{sig}}{P_{noise}} \right) \quad (3)$$

Таким образом, детальное понимание источников и спектральных характеристик шумов в тензорезистивных сенсорах является необходимым

условием для построения корректных моделей, позволяющих выполнять прогнозирование их поведения и разрабатывать методы подавления паразитных компонент в измерительных системах.

2. Постановка и реализация задачи моделирования

В рамках данной работы под моделированием шумовых характеристик тензорезистивного сенсора понимается формализация и численное воспроизведение физических процессов, приводящих к появлению различных типов шумов во временной и частотной областях, с целью оценки их вклада в общий уровень флуктуаций выходного сигнала. Моделирование предполагает реализацию как аналитических выражений для спектральных плотностей, так и алгоритмов генерации синтетических шумовых сигналов с заданными параметрами в численной среде.

2.1. Цель моделирования

Целью моделирования является количественная оценка уровня и спектра шумов различных типов (теплового, $1/f$, смещения и других) в составе выходного сигнала тензорезистивного сенсора; изучение зависимости шумовых характеристик от параметров сенсора (сопротивление, материал, температура) и схемы включения; проверка гипотез о доминирующем типе шума в различных частотных диапазонах; формирование набора методик для последующего использования при разработке схем цифровой фильтрации и коррекции сигналов.

2.2. Исходные параметры модели

Для корректного воспроизведения шумовых процессов необходимо зафиксировать и варьировать следующие параметры сенсора и внешней среды:

Сопротивление чувствительного элемента $R \in [100\text{Ом}; 10\text{кОм}]$ — определяет уровень теплового шума.

Температура окружающей среды $T \in [273\text{K}; 343\text{K}]$ — влияет на тепловые флуктуации.

Коэффициент фликкер-шумов $K_f \in [10^{-18}; 10^{-14}] B^2$ — зависит от технологии и материала.

Диапазон частот анализа $f \in [1\text{Гц}; 100\text{кГц}]$ — охватывает как зону $1/f$ шума, так и зону доминирования белого шума.

Конфигурация включения: мостовая схема, резистивный делитель, усилитель с высоким входным сопротивлением.

Параметры источника питания: уровень пульсаций, шум, стабильность.

2.3. Постановка задачи в форме математической модели

Общий вид модели шумового сигнала:

$$V(t) = V_{sig}(t) + n(t),$$

где $V_{sig}(t)$ — полезный сигнал, обусловленный измеряемым давлением; $n(t)$ — аддитивный шум, представленный суммой элементарных шумовых процессов.

Спектральная модель шумов может быть представлена в виде уравнения (1), т. е. как сумма теплового, дробового, фликкер-шума и шума технологического происхождения.

Интегральная оценка мощности шумов — это среднеквадратичное значение шумового напряжения в полосе частот — формула (2), а отношение сигнал/шум оценивается по формуле (3).

Таким образом, постановка задачи формулируется следующим образом: по заданным параметрам сенсора $(R, T, I, Z, K, \alpha, S_0, S_d)$ и характеристикам полезного сигнала $V_{sig}(t)$ необходимо построить модель спектральной плотности $S_v^{tot}(f)$, вычислить интегральные характеристики (среднеквадратичное значение шума v_{rms}), оценить метрику качества передачи информации.

Это обеспечивает возможность как теоретического анализа шумовых характеристик, так и их сопоставления с результатами компьютерного моделирования и экспериментальных данных.

2.4. Реализация численного эксперимента

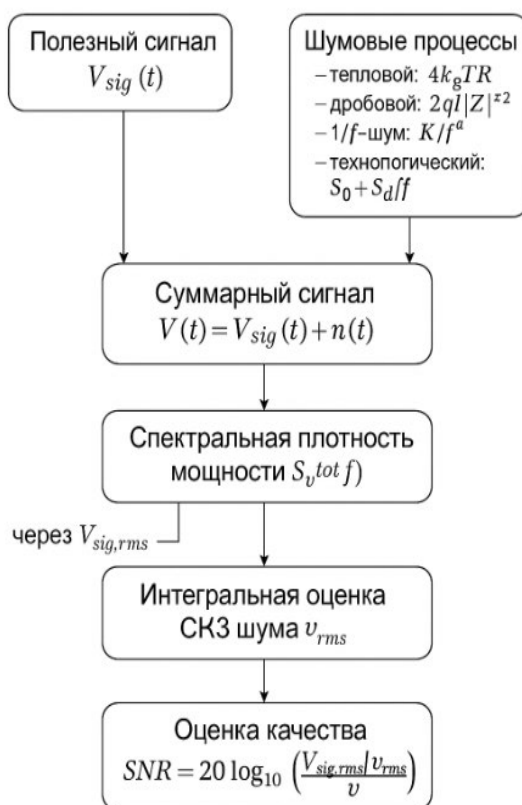


Рис.1. Структурная схема моделирования

Для проверки адекватности предложенной математической модели шумовых процессов в тензорезистивных сенсорах был проведён численный эксперимент. Моделирование выполнено в среде Python с использованием библиотек numpy, scipy и matplotlib. Дополнительно для построения интерактивного интерфейса применялась платформа Streamlit, что позволило варьировать параметры моделирования и наблюдать изменение характеристик в режиме реального времени. Структурно-функциональная схема моделирования шумовых характеристик тензорезистивного сенсора показана на рис.1, а интерфейс программы на рис.2.

Моделирование шумов тензорезистивного сенсора

Параметры моделирования

Частота дискретизации, Гц

10000

Длительность сигнала, с

1.70

Сопротивление, Ом

120

Температура, К

290

Коэффициент α для $1/f$ шума

1.20

Тестовый сигнал

Добавить синусоидальный сигнал

☒ Частота сигнала, Гц

200

Амплитуда сигнала, В

5e-6

Метрики анализа

Оценка наклона $1/f$: $\alpha \approx 27.80$

Мощность 1–100 Гц: $3.686e-02 \text{ В}^2$

Мощность 100–1000 Гц: $5.634e-04 \text{ В}^2$

Мощность 1k–5k Гц: $2.447e-05 \text{ В}^2$

SNR: -151.95 дБ

Временная область

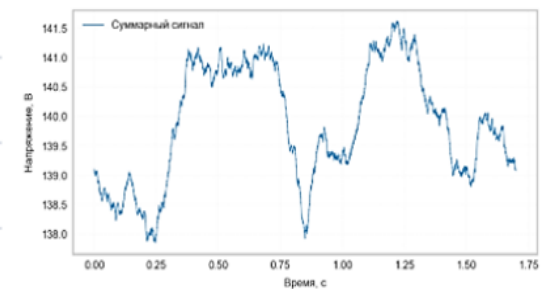
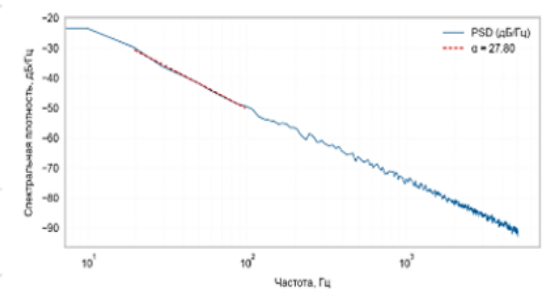


График времени

Спектр мощности (PSD)



PSD график

Сравнение с экспериментальным PSD

Загрузите CSV-файл, нажав здесь

Drag and drop file here

Limit: 200MB per file • CSV

Рис.2. Интерфейс программы моделирования шума в тензорезисторах

В качестве исходных данных были заданы: сопротивление чувствительного элемента R , температура T , коэффициент наклона α для $1/f$ -шума, параметры добавленного тестового синусоидального сигнала (частота и амплитуда).

На вход модели подаются полезный сигнал $V_{\text{sig}}(t)$ и аддитивная шумовая компонента $n(t)$, формируемая как сумма теплового шума Джонсона–Найквиста $4k_B T R$, дробового шума $2qI|Z(j2\pi f)|^2$, фликкер-шума K/f^α и технологического шума $S_0 + S_d/f$. Результирующий сигнал $V(t) = V_{\text{sig}}(t) + n(t)$ подвергается спектральному анализу с оценкой суммарной спектральной плотности мощности $S_v^{\text{tot}}(f)$, интегральной мощности шума и количественной оценки отношения «сигнал/шум».

В качестве управляемых параметров использовались R, T, α , частота дискретизации f_s , длительность реализации, а также частота и амплитуда тестового синусоидального сигнала. Тепловой шум моделировался нормальным процессом с дисперсией $\sigma^2 = 4k_B T R f_s$, фликкер-шум — как процесс с амплитудным спектром $\alpha \propto 1/f^\alpha$, дрейф — как случайное блуждание. Оценка $S_v^{tot}(f)$ выполнялась методом Уэлча [11, 12]; наклон α определялся линейной регрессией в логарифмических координатах на участке 10–100 Гц. Интегральная мощность шума вычислялась по трём диапазонам (1–100 Гц, 100–1000 Гц, 1–5000 Гц).

Для наглядности были сформированы следующие сценарии численного эксперимента: (i) базовый режим (временная область и PSD); (ii) зависимость PSD от температуры; (iii) зависимость SNR от частоты полезного сигнала; (iv) спектры отдельных шумовых компонент и их сумма; (v) аппроксимация наклона α в области 10–100 Гц. Иллюстрации полученных результатов приведены в разделе 3 (рис. 2–6).

Полученные результаты согласуются с физической природой шумов и демонстрируют адекватность принятой модели. На рис. 3 показаны временная реализация суммарного сигнала и спектральная плотность мощности в базовом режиме ($R = 1k\Omega, T = 300K$).

Временная диаграмма отражает аддитивное наложение шумов на синусоидальный сигнал; PSD указывает на белый тепловой фон на ВЧ и рост мощности в НЧ-области вследствие фликкер-шума.

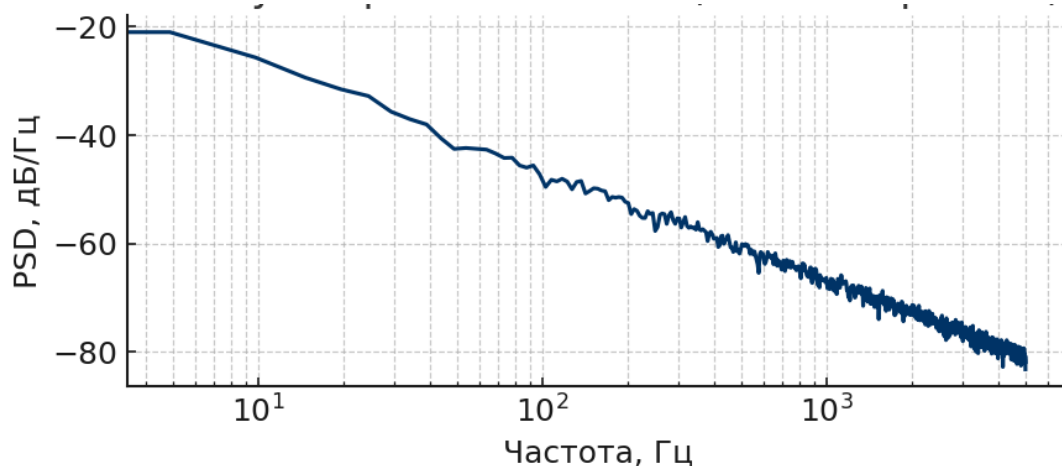


Рис.3. Временная реализация суммарного сигнала и спектральная плотность мощности в базовом режиме ($R = 1k\Omega$, $T = 300K$).

На рис. 4 представлена PSD при различных температурах (200, 300 и 400 K). Отмечается рост уровня спектра с увеличением T , что согласуется с выражением $S_v(f) = 4k_BTR$ и подтверждает термическую природу доминирующей на ВЧ компоненты.

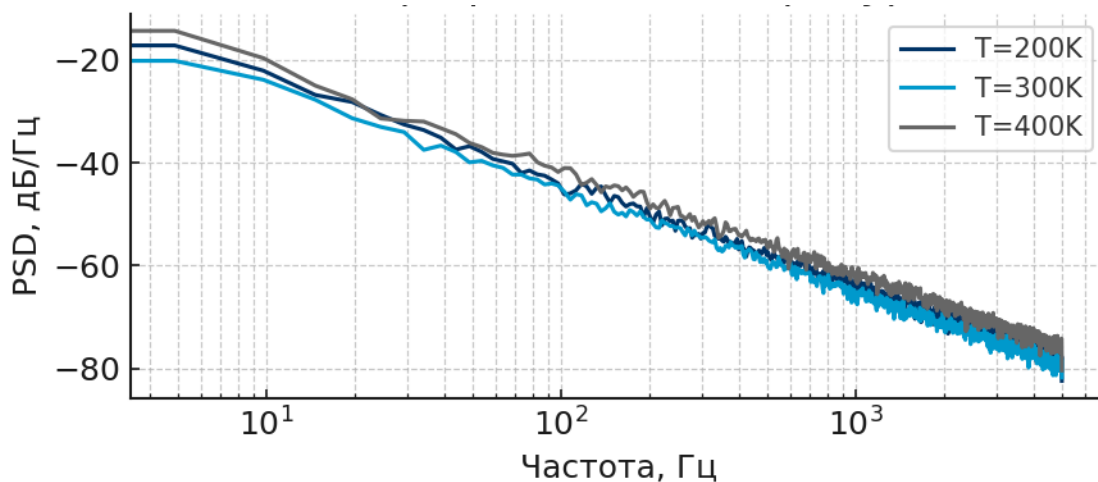


Рис.4. Спектральная плотность мощности суммарного сигнала при различных температурах ($T = 200, 300, 400K$).

Рис.5 демонстрирует зависимость SNR от частоты полезного сигнала. В НЧ-области ($\lesssim 100$ Гц) наблюдается снижение SNR из-за преобладания

фликкер-шума, тогда как в области ≥ 1 кГц SNR стабилизируется за счёт доминирования белого шума.



Рис.5. Зависимость отношения сигнал/шум (SNR) от частоты полезного сигнала при $T = 300K$

На рис. 6 показаны спектры отдельных шумовых компонент и их сумма. В области низких частот ведущим механизмом является $1/f$ -шум; на средних и высоких частотах преобладает тепловая составляющая; дрейфовая компонента проявляется лишь вблизи нуля, характеризуя долговременную нестабильность.

На рис. 7 приведена аппроксимация наклона α в диапазоне 10–100 Гц. Оценка $\alpha \approx 1$ подтверждает соответствие поведения сенсора классической модели фликкер-шума и согласуется с данными, приводимыми в литературе.

В целом результаты моделирования количественно описывают вклад отдельных шумовых механизмов, воспроизводят ожидаемые температурные и частотные зависимости и подтверждают корректность предложенной модели для анализа и прогнозирования шумовых характеристик тензорезистивных сенсоров давления.

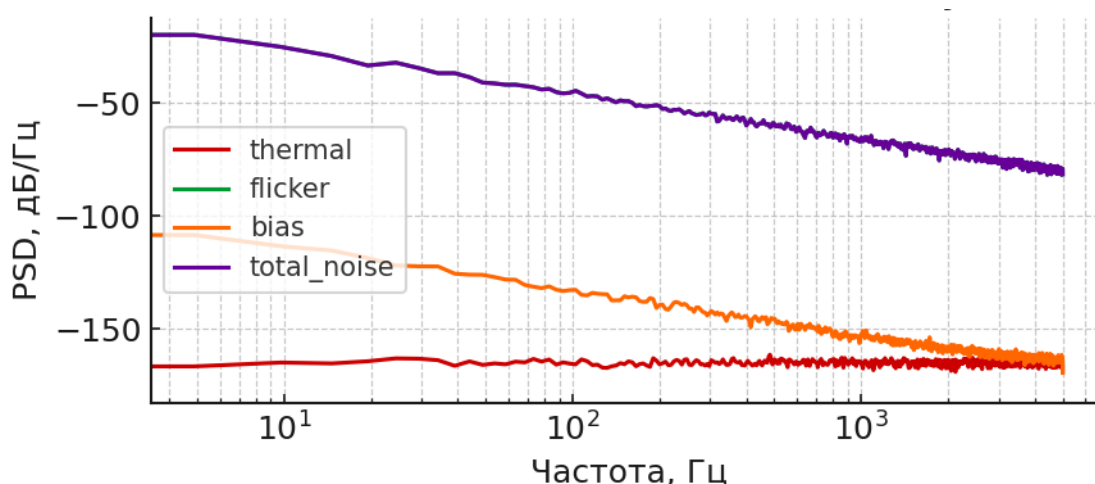


Рис.6. Спектры мощности отдельных шумовых компонент (тепловой, фликкер, дрейф) и их сумма. Из-за низкого уровня фликкер-шум визуально неразличим на графике, однако его вклад учитывается в суммарном спектре

Таким образом, разработана и реализована математическая модель шумовых характеристик тензорезистивных сенсоров давления, учитывающая тепловой, дробовой, фликкер- и технологический шумы. Численное моделирование показало, что в низкочастотной области доминирует фликкер-шум, тогда как на средних и высоких частотах определяющим является тепловой шум; дрейфовые компоненты проявляются лишь вблизи нулевой частоты. Анализ отношения сигнал/шум подтвердил его снижение на низких частотах и стабилизацию при частотах выше 1 кГц, что имеет важное значение при выборе рабочей полосы сенсора. Полученные результаты подтверждают адекватность предложенной модели и её применимость для прогнозирования шумовых характеристик и оптимизации условий эксплуатации сенсоров давления. Предложенная программа является универсальной и может быть адаптирована для моделирования как металлических тензорезисторов, так и полупроводниковых пьезорезистивных сенсоров.

Литература

1. Бодров И. Сильные и слабые стороны NoSQL // Электронный журнал: наука, техника и образование. 2019. № 3 (3). С. 8 - 24.
2. Галигузова Е.В., Илларионова Ю.Е. Сравнение реляционных и нереляционных субд // Символ науки. 2023. №1-2. С. 14-17.
3. Басов А.С. Сравнение реляционных и NOSQL подходов управления данными // Вестник науки. 2020. Т. 2. № 8 (29). С. 115-120.
4. Lupu E., Olteanu A., Ionita A.D. Concurrent Access Performance Comparison Between Relational Databases and Graph NoSQL Databases for Complex Algorithms // Applied Sciences. 2024, Volume 14. Issue 21. P. 9867.
5. Damian I., Ionita A.D., Anton S.O. Community- and Data-Driven Services for Multi-Policy Pedestrian Routing // Sensors. 2022, Volume 22. P. 4515.
6. Elmasri R., Navathe S.B. Fundamentals of Database Systems, 7th ed.; Pearson: London, UK, 2015. 1029 p.
7. Angles R., Gutierrez C. Survey of graph database models // ACM Comput. Surv. (CSUR). 2008, Volume 40. P. 1–39.
8. Taipalus T. Database management system performance comparisons: A systematic literature review // J. Syst. Softw. 2024, Volume 208. P. 111872.
9. Khan W., Kumar T., Cheng Z., Raj K., Roy A., Luo B. SQL and NoSQL Databases Software architectures performance analysis and assessments—A Systematic Literature review // Big Data Cogn. Comput. 2023, Volume 7. P. 97.
10. Györödi C.A., Dumșe-Burescu D.V., Zmaranda D.R., Györödi R.Ș., Gabor G.A., Pecherle G.D. Performance Analysis of NoSQL and Relational Databases with CouchDB and MySQL for Application's Data Storag // Appl. Sci. 2020, Volume 10. P. 8524.
11. Khan W., Ahmad W., Luo, B., Ahmed E. SQL Database with physical database tuning technique and NoSQL graph database comparisons. In

Proceedings of the 2019 IEEE 3rd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), Chengdu, China, 15–17 March 2019. P. 110–116.

12. Kotiranta P., Junkkari M., Nummenmaa J. Performance of Graph and Relational Databases in Complex Queries // Appl. Sci. 2022, Volume 12. P. 6490.

References

1. Bodrov I. Elektronnyj zhurnal: nauka, tehnika i obrazovanie. 2019. № 3 (3). P. 8 - 24.
2. Galiguzova E.V., Illarionova Yu.E.. Simvol nauki. 2023. №1-2. P. 14-17.
3. Basov A.S. Vestnik nauki. 2020. T. 2. № 8 (29). P. 115-120.
4. Lupu E., Olteanu A., Ionita A.D. Applied Sciences. 2024, Volume 14. Issue 21. P. 9867.
5. Damian I., Ionita A.D., Anton S.O. Sensors. 2022, Volume 22. P. 4515.
6. Elmasri R., Navathe S.B. Fundamentals of Database Systems, 7th ed.; Pearson: London, UK, 2015. 1029 p.
7. Angles R., Gutierrez C. ACM Comput. Surv. (CSUR). 2008, Volume 40. P. 1–39.
8. Taipalus T. J. Syst. Softw. 2024, Volume 208. P. 111872.
9. Khan W., Kumar T., Cheng Z., Raj K., Roy A., Luo B. Big Data Cogn. Comput. 2023, Volume 7. P. 97.
10. Gyorodi C.A., Dumse-Burescu D.V., Zmaranda D.R., Gyorodi R.S., Gabor G.A., Pecherle G.D. Appl. Sci. 2020, Volume 10. P. 8524.
11. Khan W., Ahmad W., Luo, B., Ahmed E. SQL In Proceedings of the 2019 IEEE 3rd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), Chengdu, China, 15–17 March 2019. P. 110–116.



12. Kotiranta P., Junkkari M., Nummenmaa J. Appl. Sci. 2022, Volume 12. P. 6490.

Дата поступления: 7.10.2025

Дата публикации: 13.11.2025