

## Устойчивость железобетонной арки при ползучести

*Л.Р. Маилян, Б.М. Языев, А.С. Чепурненко, А.А. Аваков*

*Ростовский государственный строительный университет*

**Аннотация:** Исследовано явление потери устойчивости при ползучести железобетонных арок. Решение задачи выполнено при помощи метода конечных элементов. Для анализа устойчивости использован метод Ньютона-Рафсона. Установлено, что существует длительная критическая нагрузка, при превышении которой рост стрелы прогиба носит незатухающий характер.

**Ключевые слова:** железобетонная арка, устойчивость, ползучесть, геометрическая нелинейность, метод конечных элементов, метод Ньютона-Рафсона.

Рассматривается параболическая арка, шарнирно опёртая по концам, нагруженная равномерно распределённой нагрузкой  $q$ . Расчётная схема представлена на рис. 1.

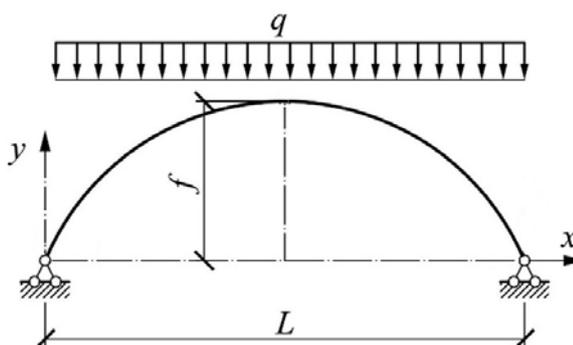


Рис. 1. – Расчётная схема арки

В качестве закона связи между напряжениями и деформациями ползучести используется уравнение вязкоупругопластической модели наследственного старения бетона [1]:

$$\varepsilon(t) = \frac{f[\sigma(t)]}{E(t)} - \int_0^t f[\sigma(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (1)$$

где  $\sigma(t)$  - напряжение в бетоне в момент времени  $t$ ,  $E(t)$  - модуль упругости,  $f[\sigma(t)]$  - функция напряжений, определяющая связь между напряжениями и мгновенными деформациями,  $C(t, \tau)$  - мера ползучести, имеющая вид:

$$C(t, \tau) = C \frac{e^{\alpha t} - e^{\alpha \tau}}{e^{\alpha} - 1} + B(e^{-\gamma t} - e^{-\gamma \tau}), \quad (2)$$

где  $C, B, \alpha, \gamma$  – релаксационные константы.

Переход от интегральной формы к дифференциальной для уравнения (1) при мере ползучести, определяемой выражением (2), приводится в работах [2,3,4].

В качестве зависимости между напряжениями и мгновенными деформациями используется формула Сарджина [5,6]:

$$\frac{\sigma}{R} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad (3)$$

где  $\eta = \varepsilon / \varepsilon_R$ ,  $\varepsilon_R$  — значение деформации при  $\sigma = R$ ; коэффициент  $k$  характеризует кривизну диаграммы  $\sigma - \varepsilon$ ;  $k = 1 / \lambda_R$ , где  $\lambda_R$  — коэффициент изменения секущего модуля (коэффициент упругости бетона) в вершине диаграммы  $\sigma - \varepsilon$ .

Между  $R, \lambda_R$  и  $\varepsilon_R$  существует следующая зависимость:

$$R = E_0 \varepsilon_R \lambda_R, \quad (4)$$

где  $E_0$  — начальный модуль упругости бетона.

Величину  $\varepsilon_R$  можно определить по эмпирической формуле [5]:

$$\varepsilon_R = \alpha \sqrt{\frac{R}{E_0}}, \quad (5)$$

где  $\alpha = 0.058$  для тяжелого бетона и  $0.047$  для легкого.

Соответствующие формуле Сарджина функция напряжений имеет вид:

$$f(\sigma) = \frac{E_0 \varepsilon_R}{2} \left( k - (k-2) \frac{\sigma}{R} \mp \sqrt{\left[ (k-2) \frac{\sigma}{R} - k \right]^2 - 4 \frac{\sigma}{R}} \right). \quad (6)$$

В работах [7,8] показывается, что задача устойчивости арки при ползучести сводится к системе уравнений, имеющей вид:

$$([K] + [K_r])\{U\} = \{F\} + \{F^*\}, \quad (7)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости,  $[K_r]$  – геометрическая матрица жесткости,  $\{U\}$  – вектор неизвестных перемещений в узлах,  $\{F\}$  – вектор внешних узловых сил,  $\{F^*\}$  – вектор дополнительной нагрузки, связанный с деформациями ползучести.

Для решения системы (7) используется метод Ньютона-Рафсона. Деформации ползучести определяются при помощи линейной аппроксимации по времени [8-10].

Была решена модельная задача при следующих исходных данных: бетон класса В30, модуль упругости стали  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа, коэффициент армирования  $\mu = 2\%$ , сечение квадратное  $30 \times 30$  см, пролет арки  $L = 20$  м, подъем  $f = 3.2$  м, расстояния от центра тяжести сечения до центров тяжести арматурных стержней  $y_s = y_s' = 12$  см.

График зависимости прогиба в середине пролета от нагрузки при кратковременном нагружении представлен на рис. 2. Мгновенной критической нагрузке соответствует такая величина  $q$ , при которой прогиб стремится к бесконечности. Из рис. 2 видно, что  $q_{\text{мгн}} \approx 220$  кН/м.

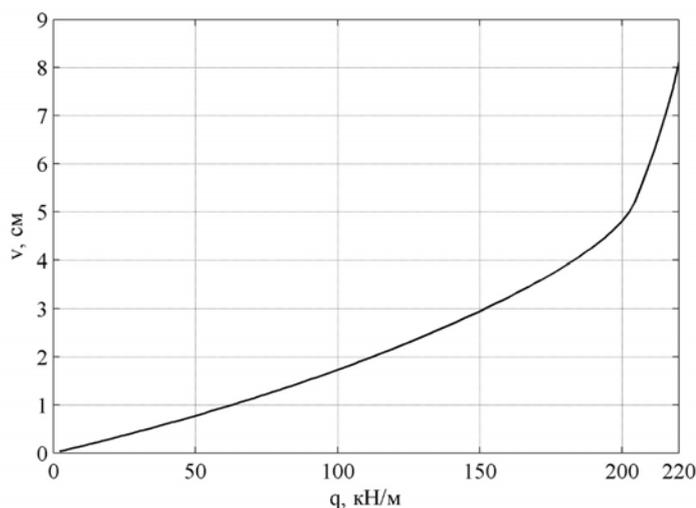


Рис. 2. – Зависимость прогиба от нагрузки при кратковременном нагружении

На рис. 3 представлены графики развития во времени прогиба в середине пролета арки при следующих величинах нагрузки: 1 –  $q = 165$  кН/м,

2 –  $q = 160$  кН/м, 3 –  $q = 153$  кН/м, 4 –  $q = 140$  кН/м. Из рис. 3 видно, что к конечному значению прогиб стремится только при  $q = 140$  кН/м. При больших величинах нагрузки участок затухающей ползучести сменяется участком с постоянной скоростью роста прогиба  $\frac{\partial v}{\partial t}$ , а на кривой 1 имеется и участок, на котором  $\frac{\partial v}{\partial t}$  возрастает.

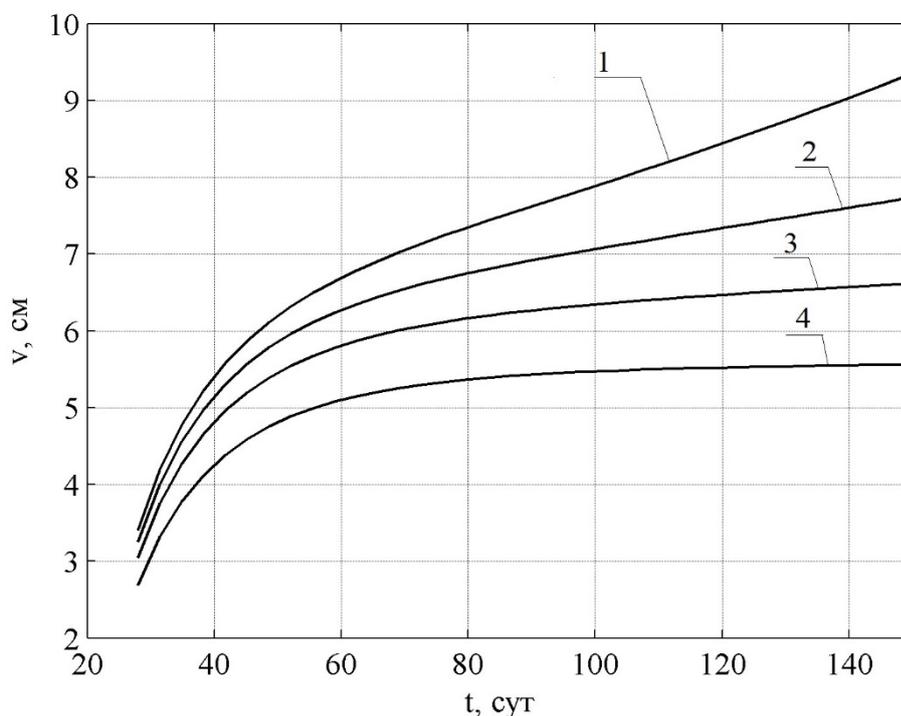


Рис. 4. – Развитие прогиба арки во времени при различных величинах нагрузки: 1 —  $q = 165$  кН/м; 2 —  $q = 160$  кН/м; 3 —  $q = 153$  кН/м; 4 —  $q = 140$  кН/м

Таким образом, существует длительная критическая нагрузка  $q_{\text{дл}}$ , при превышении которой рост прогиба имеет незатухающий характер, т. е. при  $t \rightarrow \infty v \rightarrow \infty$ . В данной задаче  $q_{\text{дл}} \approx 153$  кН/м. Отношение мгновенной критической нагрузки к длительной составляет  $q_{\text{мгн}}/q_{\text{дл}} = 1.44$ .

## Литература

1. Тамразян А. Г., Есаян С. Г. Механика ползучести бетона: монография. Москва: МГСУ, 2012. 490 с.
2. Аваков А.А., Чепурненко А.С., Языев С.Б. Напряженно-деформированное состояние железобетонной арки с учетом нелинейной ползучести бетона // Научно-технический вестник Поволжья. №1 2015г. С. 27-31
3. Аваков А.А., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Расчёт железобетонной арки с учётом ползучести бетона // Инженерный вестник Дона, 2015, №1 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796)
4. Аваков А.А., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Напряженно-деформированное состояние железобетонной арки с учётом ползучести бетона // Фундаментальные исследования: сетевой журн. 2015. №3. С. 9–14. URL: [rae.ru/fs/pdf/2015/3/37075.pdf](http://rae.ru/fs/pdf/2015/3/37075.pdf)
5. Несветаев Г. В. Бетоны: учебное пособие. Изд. 2-е, доп. и перераб. Ростов н/Д: Феникс, 2013. 381 с.
6. EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2001. 52 p.
7. Чепурненко А.С. и др. Устойчивость дюралюминиевой арки при высокотемпературной ползучести / А. С. Чепурненко, И. В. Юхнов, А. А. Аваков, Н. И. Никора // Научное обозрение. 2014. №10. Ч.2. С. 406–410.
8. Аваков А.А. и др. Устойчивость при ползучести дюралюминиевой арки в условиях высокотемпературного нагрева / А. А. Аваков, С. В. Литвинов, Н. И. Никора, А. Е. Дудник // «Современные строительные материалы, технологии и конструкции»: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 95-летию ФГБОУ ВПО «ГГНТУ



им. акад. М. Д. Миллионщикова. Грозный: ФГУП «Издательско-полиграфический комплекс «Грозненский рабочий», 2015. Т.2. С. 464–470

9. Vladimir I. Andreev, Batyr M. Yazyev, Chepurnenko Anton S. On the Bending of a Thin Plate at Nonlinear Creep.//Advanced Materials Research Vol. 900 (2014) pp. 707-710. Trans Tech Publications, Switzerland.

10. Дудник А. Е., Чепурненко А. С., Никора Н. И. Плоская осесимметричная задача термовязкоупругости для полимерного цилиндра// Инженерный вестник Дона, 2015, №1 Часть 2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816

### References

1. Tamrazjan A. G., Esajan S. G.. Mehanika polzuchesti betona: monografija [Mechanics of creep of concrete: monograph]. Moskva: MGSU, 2012. 490 p.

2. Avakov A.A., Chepurnenko A.S., Jazyev S.B. Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie zhelezobetonnoj arki s uchetom nelinejnoj polzuchesti betona. Scientific and technical Volga Herald. №1. 2015. pp. 27-31

3. Avakov A.A., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796

4. Avakov A.A., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V. Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie zhelezobetonnoj arki s uchjotom polzuchesti betona. Fundamental research: Online journal. 2015. №3. pp. 9–14. URL: rae.ru/fs/pdf/2015/3/37075.pdf

5. Nesvetaev G. V. Betony: Uchebnoe posobie [Concretes: educational guidance]. Rostov n/D: Feniks, 2013. 381 p.

6. EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2001. 52 p.



7. Chepurnenko A.S. i dr. Ustojchivost' djuraljuminievoj arki pri vysokotemperaturnoj polzuchesti. A. S. Chepurnenko, I. V. Juhnov, A. A. Avakov, N. I. Nikora. Scientific Review. 2014. №10. Part 2. pp. 406–410.

8. Avakov A.A. i dr. Ustojchivost' pri polzuchesti djuraljuminievoj arki v uslovijah vysokotemperaturnogo nagreva. A. A. Avakov, S. V. Litvinov, N. I. Nikora, A. E. Dudnik. «Sovremennye stroitel'nye materialy, tehnologii i konstrukcii»: materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, posvjashhennoj 95-letiju FGBOU VPO «GGNTU im. akad. M. D. Millionshhikova. Groznyj: FGUP «Izdatel'sko-poligraficheskij kompleks «Groznskij rabochij», 2015. V.2. pp. 464–470

9. Vladimir I. Andreev, Batyr M. Yazyev, Chepurnenko Anton S. On the Bending of a Thin Plate at Nonlinear Creep. Advanced Materials Research Vol. 900 (2014) pp. 707-710. Trans Tech Publications, Switzerland.

10. Dudnik A. E., Chepurnenko A. S., Nikora N. I. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №1 part 2 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816)