

Применение численных методов при решении задач воздухообмена через ограждающие конструкции, имеющие физический износ

Т.А. Дулоглу¹, В.И. Григорьев², Д.В. Русяков¹

¹Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты

²Политехнический колледж Шахтинского института (филиала) «Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова», г. Шахты

Аннотация: статья посвящена вопросу определения расхода воздуха через трещины в ограждающих конструкциях с применением численных методов. На основании изучения данных, полученных в ходе визуального обследования, установлено, что большая часть многоквартирных домов имеет значительный физический износ, который в основном характеризуется наличием трещин. Особое внимание уделено допущениям, принятым для расчетной схемы. На основании уравнений динамики и неразрывности получена математическая модель, позволяющая прогнозировать расход воздуха через трещину.

Ключевые слова: физический износ, массовый расход воздуха, трещина, инфильтрация, водяной пар, тепломассоперенос, микроклимат, визуальное обследование, воздухообмен, воздухопроницаемость, численные методы.

Процесс эксплуатации каждого здания сопряжен с воздействием на него агрессивных сред как природного, так и техногенного характера. Результатом таких воздействий является изменение первоначальных свойств материала конструкций [1]. Трещины, щели, выбоины и выветривание раствора кладки, появляющиеся в результате физического износа здания приводят к нарушению однородности ограждающей конструкции, способствуют проникновению через нее влаги, газов и паров внутрь помещения, повышают инфильтрацию в холодный период года, которая в свою очередь способствует увеличению подвижности внутреннего воздуха и как следствие понижению температуры ограждения.

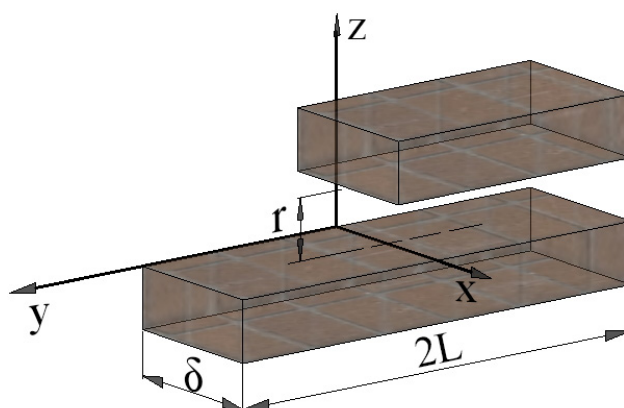
Ограждающие конструкции и инженерное оборудование формируют внутреннюю среду жилых и общественных зданий. При этом ведущая роль при формировании микроклимата гражданских зданий отводится воздухопроницаемости ограждающих конструкций [2].

На основании визуального обследования, выполненного с применением фрагментарной фотосъемки для объективной фиксации фактического состояния ограждающих конструкций жилого фонда в г. Шахты, установлено, что многоквартирный жилой фонд имеет физический износ (рис. 1), в основном характеризующийся появлением трещин различного характера.



Рис. 1. Дефекты ограждающих конструкций в жилых зданиях

С целью определения расхода воздуха рассмотрим проходящую в произвольном направлении сквозную трещину через наружную ограждающую конструкцию (рис. 2).



Согласно расчетной схеме (рис. 2) за начало координат принята точка, расположенная на поверхности ограждающей конструкции на расстоянии, равном половине длины трещины $L/2$ по оси y , при этом движение воздуха совершается с наружной стороны ограждающей конструкции внутрь помещения, т.е. происходит инфильтрация. Также для расчетной схемы принят ряд допущений, включающий в себя следующее: трещину можно представить в виде щели с шириной раскрытия r ; линейные размеры которой значительно превышают ширину ее раскрытия $\delta \gg r$, $L \gg r$; течение воздуха в щели, возникающее за счет разницы давлений с обеих сторон ограждающей конструкции, происходит из области большего давления в область меньшего и характеризуется малыми числами Рейнольдса [3].

Для предложенной схемы (рис. 2) движение воздуха может быть описано с применением уравнения Навье-Стокса. Использование необходимых исходных параметров позволяет выполнить расчет скорости и расхода воздуха через сквозную трещину. Среди основных можно выделить два параметра: геометрические размеры исследуемой области и ее участков и разность барометрических давлений, возникающих на внутренней и наружной стороне ограждающей конструкции [4].

Запишем систему уравнений, включающую уравнения динамики и уравнение неразрывности для ограждения:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \cdot U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot W)}{\partial z} = M \quad (4)$$

где P – перепад давления на внутренней и наружной поверхностях ограждения, Па; U, V, W – проекции скорости среды на оси x, y, z м/с; ρ – плотность воздуха, кг/м³; τ – время, с; M – массовый расход воздуха в единицу времени на единицу объема, занимаемого трещиной, кг/(м³·с); η – динамическая вязкость воздуха, Па·с.

Для уравнений (1) ... (4) граничные условия примут вид:

$$\left. \begin{aligned} U = V = W = 0, \text{ при } z = 0 \\ U = V = W = 0, \text{ при } z = r \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Интегрирование по z уравнения (1) и (2) с учетом граничного условия (5) и определение константы интегрирования позволяет определить величины скоростей воздушного потока вдоль осей x и y :

$$U = -\frac{1}{2\eta}(r-z)z \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (6)$$

$$V = -\frac{1}{2\eta}(r-z)z \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (7)$$

Представим уравнение неразрывности в уравнениях (1)...(2) в интегральной форме. Для этого уравнение (4) следует умножить на dz и проинтегрировать в пределах от 0 до r :

$$\int_0^r \frac{\partial(\rho \cdot U)}{\partial x} dz + \int_0^r \frac{\partial(\rho \cdot V)}{\partial y} dz + \int_0^r \frac{\partial(\rho \cdot W)}{\partial z} dz = \int_0^r M \cdot dz. \quad (8)$$

Интегрирование и преобразование уравнения (8) с учетом (6) и (7), а также допущения о том, что течение воздуха в щели происходит за счет разницы барометрических давлений с обеих сторон конструкции, т.е. вдоль осей x и y , позволяет записать последнее в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{12 \cdot M \cdot \eta}{r^2 \cdot \rho} = 0. \quad (9)$$

Далее переходим к безразмерной форме записи уравнения (9) за счет надлежащего выбора масштаба. Для удобства решения необходимо ввести

относительные переменные $\bar{x} \cdot A = \frac{x}{L}$, $\bar{y} = \frac{y}{L}$. В полученной относительной системе координат массовый расход воздуха M , кг/(м³·с) через объемный расход воздуха Q , м/с, поступающего в щель за единицу времени, равен:

$$M = \frac{\rho \cdot Q}{A \cdot L^2 \cdot r}, \quad (10)$$

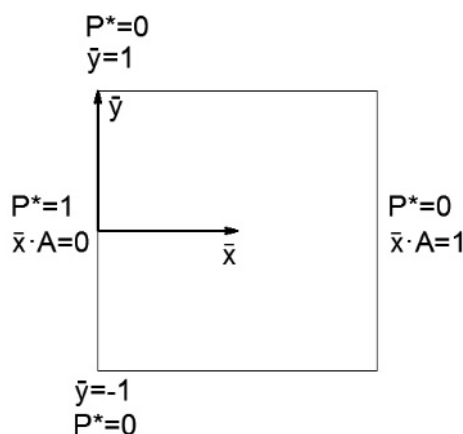
где $A = \delta/L$; δ , L , r – характерные размеры трещины, м.

Вводя обозначение $\frac{r^3 \cdot L^2 \cdot A}{12 \cdot Q \cdot \eta} = k$, $P \cdot k = P^*$, получим уравнение

Пуассона для P^* :

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial(\bar{x} \cdot A)^2} + \frac{\partial^2 P^*}{\partial \bar{y}^2} + 1 = 0. \quad (11)$$

Для уравнения (11) решение может быть найдено методом Галеркина [5]. Данный метод известен как математикам, так и инженерам и является обобщением метода Ритца. Основной областью применения данного метода является решение вариационных и краевых задач. При этом его сущность сводится к следующему: в начале решения задаются пробной функцией, которая должна удовлетворять граничным условиям задачи. Далее в исходное уравнение подставляют приближенное значение и вычисляют его невязку.



На рисунке 3 приведена схема расположения координат и граница изменения величины P^* .

В качестве пробной функции выберем функцию в виде тригонометрического ряда:

$$P^* = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} \cdot \left(\cos i \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{x} \cdot A \right) \cdot \cos \left(j \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{y} \right), \quad (12)$$

где $i=1,3,5,\dots; j=1,3,5,\dots; c_{ij}$ – неопределенные коэффициенты.

Если пробное решение основано на тригонометрических функциях, то возможно для каждой пробной функции удовлетворение граничных условий для уравнения (11):

$$P^* = 0 \text{ при } \bar{x} = 1 \text{ и } \bar{y} = \pm 1, P^* = 1 \text{ при } \bar{x} = 0. \quad (13)$$

Подставляя выражение (12) в (11), получим отличную от нуля невязку R . Неизвестные коэффициенты могут быть определены из системы уравнений, составленной из внутренних произведений невязки R и аналитических функций φ_k пробного решения, т.е.:

$$(R, \varphi_k) = \iint_D R \cdot \varphi_k \cdot d(\bar{x} \cdot A) \cdot d\bar{y} = 0, \quad (14)$$

где $k=1,2,\dots,N$ – количество членов ряда в пробном решении; D – область решения задачи

$$\varphi_k = \cos \left(i \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{x} \cdot A \right) \cdot \cos \left(j \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{y} \right), \quad (15)$$

$$R = 1 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} \cdot \cos \left(i \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{x} \cdot A \right) \cdot \cos \left(j \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{y} \right) \cdot \left[\left(i \cdot \frac{\pi}{2} \right)^2 + \left(j \cdot \frac{\pi}{2} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Решение системы уравнений (14)...(16) позволяет получить значение коэффициента c_{ij} , тогда решение задачи можно записать в следующем виде:

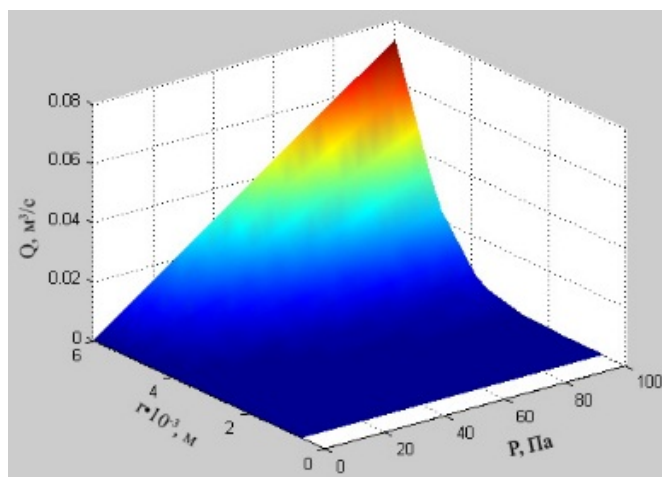
$$P^* = \left(\frac{8}{\pi^2} \right)^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{(-1)^{\frac{(i+j)-1}{2}}}{i \cdot j \cdot (i^2 + j^2)} \cdot \cos \left(i \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{x} \cdot A \right) \cdot \cos \left(j \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \bar{y} \right). \quad (17)$$

Производя обратные подстановки и преобразовав уравнение (17), зависимость расхода воздуха через трещину от ее размеров и перепада давления с наружной и внутренней стороны ограждающей конструкции будет получена в виде:

$$Q = \frac{P \cdot r^3 \cdot L^2 \cdot A}{12 \cdot \eta \cdot B}, \quad (18)$$

$$B = \left(\frac{\delta}{\pi^2} \right)^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{(-1)^{\frac{(i+j)-1}{2}} \cdot (-1)^{\frac{(i+1)-1}{2}} \cdot (-1)^{\frac{(i+1)-1}{2}}}{i \cdot j \cdot (i^2 + j^2)}. \quad (19)$$

Увеличивая число членов решения относительно P^* и B , можно обнаружить быструю сходимость. Подставляя значения переменных, входящих в уравнение (18) получаем графическую зависимость (рис. 4) расхода воздуха через трещину от ее ширины раскрытия и разности давления внутреннего и наружного воздуха.



Зависимость изменения расхода воздуха (рис. 4) принята для следующих условий: согласно учению Гриффитса длина трещины принята

критического размера $2L=1$ м, [6], ширина раскрытия принята $r=0,5...6$ мм (для сухой ограждающей конструкции), так как при данных параметрах соблюдается ламинарный режим течения [7], и разность давления воздуха на наружной и внутренней стороне ограждающей конструкции $P=0...100$ Па, коэффициент динамической вязкости воздуха принят для температуры окружающей среды минус 11°C , т.е. характерной для климатических условий города в зимний период года.

Анализ рисунка 4 показывает, что при ширине раскрытия трещины до 1 мм расход воздуха имеет не существенные значения, т.е. как и через поры ограждения. При ширине раскрытия трещины более 2 мм расход воздуха через ограждение резко возрастает. При ширине раскрытия трещины 4 мм и более и перепаде давления на внутренней и наружной стороне ограждающей конструкции более 20 Па происходит повышенная инфильтрация воздуха, которая ухудшает микроклиматические условия в помещениях и вызывает дополнительные теплопотери в здании.

При этом происходит смещение температурного поля, так как фильтрация холодного наружного или теплого внутреннего воздуха в толщу ограждения изменяет температуру в каждом сечении ограждения (рис. 5).

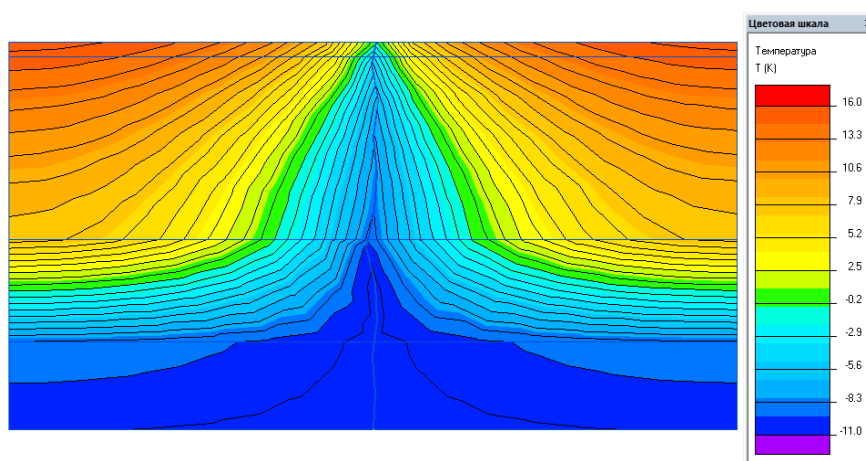


Рис. 5. Смещение температурного поля в ограждающей конструкции при наличии сквозной трещины

Таким образом, с помощью предложенной модели возможно прогнозирование и учет расхода воздуха через трещину, учитывая ее длину, ширину, глубину раскрытия, а также перепад барометрического давления на внутренней и наружной поверхности ограждения. При этом, чрезмерная инфильтрация воздуха в зимний период года приводит к понижению температуры ограждающей конструкции. При температуре, равной точке росы происходит конденсация водяного пара на поверхности конструкции с последующим появлением плесени и грибка [8]. Конденсация водяного пара в толще ограждения вызывает множество проблем: от переувлажнения и бактериального заражения до разрушения ограждающих конструкций [9,10].

Литература

1. Иванчук Е.В. К вопросу повышения энергетической эффективности жилых домов// Инженерный вестник Дона, 2013, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2151.
2. Duloglu T. A., Dmitrienko N.A. The study of buildings physical wear effecting comfortable climate environment in winter// Инженерный вестник Дона, 2017, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4162.
3. Шалагин И.Ю. Аспекты теплотехнического расчета легких ограждающих конструкций// Инженерный вестник Дона, 2015, №2 (ч.2) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2994.
4. J. Thornburg , D. S. Ensor , C. E. Rodes , P. A. Lawless , L. E. Sparks & R. B. Mosley Penetration of Particles into Buildings and Associated Physical Factors. Part I: Model Development and Computer Simulations // Aerosol Science and Technology. 2010. №44. pp. 284-296.
5. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.

6. Irwin G. Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate // Journal Of Applied Mechanics. 1957. № 3. pp. 361-364.

7. Брилинг Р.Е. Воздухопроницаемость ограждающих конструкций и материалов. М.: Стройиздат, 1948. 90 с.

8. Брайла Н.В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе обработки статистических данных по аналогичным объектам // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1. С. 106-112.

9. Валов В.М., Пахотин Г.А. Температурно-влажностный режим ограждающих конструкций зданий при фильтрации воздуха. Омск: СибАДИ, 1982. 95 с.

10. Беляев В.С. Влияние влажности на теплозащиту ограждающих конструкций // Жилищное строительство. 1999. №8. С. 9-10.

References

1. Ivanchuk E.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/2151.

2. Duloglu T. A., Dmitrienko N.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2017/4162.

3. Shalagin I. Yu. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №2 (p.2) URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/2994.

4. J. Thornburg , D. S. Ensor , C. E. Rodes , P. A. Lawless , L. E. Sparks & R. B. Mosley Aerosol Science and Technology. 2010. №44. pp. 284-296.

5. Fletcher K. Chislennye metody na osnove metoda Galerkina [Numerical methods based on the Galerkin method]. М.: Mir, 1988. 352 p.

6. Irwin G. Journal Of Applied Mechanics. 1957. № 3. pp. 361-364.



7. Briling R.E. Vozdukhopronitsaemost ograzhdayushchikh konstruktsiy i materialov [Breathability of enclosing structures and materials]. M.: Stroyizdat, 1948. 90 p.
8. Brayla N.V. Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2012. №1. pp. 106-112.
9. Valov V.M., Pakhotin G.A. Temperaturno-vlazhnostnyy rezhim ograzhdayushchikh konstruktsiy zdaniy pri filtratsii vozdukha [Temperature-humidity regime of enclosing structures of buildings during air filtration]. Omsk: SibADI, 1982. 95 p.
10. Belyaev B.C. Zhilishchnoe stroitelstvo. 1999. №8. pp. 9-10.