

Цифровое управление двукратной синхронизацией двухроторной виброустановки

О.П. Томчина, Д.В. Горлатов, И.С. Дубровский, А.Р. Яруллина

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Аннотация: В работе исследуются особенности цифровой реализации алгоритма управления синхронизацией роторов двухроторной вибрационной установки СВ-2М. С помощью компьютерного моделирования в MATLAB/Simulink оценено влияние периода дискретизации на устойчивость синхронного режима при учёте квантования по времени и экстраполятора нулевого порядка. Произведен сравнительный анализ цифровой и аналоговой версий алгоритма. Определены граничные значения периодов дискретности для разных значений заданной полной энергии системы. Достигнутые результаты подтверждают применимость предложенного подхода для цифровых систем управления вибрационными установками.

Ключевые слова: цифровое управление, синхронизация роторов, двухроторная виброустановка, скоростно-градиентный алгоритм, экстраполятор.

Введение

В настоящее время цифровые вычислительные устройства являются неотъемлемой частью систем автоматического управления и позволяют решать широкий круг задач. При разработке системы управления сложным технологическим оборудованием [1, 2] целесообразно сначала проводить компьютерное моделирование, позволяющее проверить работоспособность и надежность создаваемой цифро-аналоговой системы.

Вибрационные установки (ВУ) относятся к сложным объектам с нелинейной динамикой, ввиду чего, системы управления ими слабо распространены, хотя и имеются примеры внедрения [3, 4]. Ещё менее изучены вопросы цифрового управления виброустановками [5 – 7]. Здесь рассматривается «цифровой» алгоритм управления двукратным синхронным режимом вращения роторов ВУ с помощью компьютерного моделирования.

Применение цифровых алгоритмов для управления непрерывными системами [8, 9] порождает ряд сложностей, исследуемых в данной работе посредством компьютерного моделирования в среде MATLAB. Ключевая проблема связана с квантованием по времени, вызывающим задержку в

обновлении управляющих воздействий, поскольку сигналы поступают на объект лишь в определённые дискретные моменты времени.

Объектом изучения был выбран двухроторный мехатронный вибростенд СВ-2М, разработанный в Институте проблем машиностроения РАН (ИПМаш РАН). В дальнейшем, планируется на цифровой модели вибрационной системы разрабатывать более комплексные задачи, например, учитывать динамику или нестационарное поведение обрабатываемого сыпучего материала (груза) [10].

1. Модель динамики двухроторной виброустановки

Динамика установки может быть описана уравнениями Лагранжа 2-го рода [9], [10]. Она описана ниже для полноты картины.

$$\begin{aligned} & m_0 \ddot{x}_c - \ddot{\varphi} m p (\sin(\varphi + \varphi_1) + \sin(\varphi + \varphi_2)) - \ddot{\varphi}_1 m p \sin(\varphi + \varphi_1) - \\ & - \ddot{\varphi}_2 m p \sin(\varphi + \varphi_2) - \dot{\varphi}^2 m p (\cos(\varphi + \varphi_1) + \cos(\varphi + \varphi_2)) - \\ & - \dot{\varphi}_1^2 m p \cos(\varphi + \varphi_1) - \dot{\varphi}_2^2 m p \cos(\varphi + \varphi_2) - 2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 m p \cos(\varphi + \varphi_1) - \\ & - 2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 m p \cos(\varphi + \varphi_2) + 2c_{01}x_c + \beta\dot{x}_c = 0; \\ & m_0 \ddot{y}_c + \ddot{\varphi} m p (\cos(\varphi + \varphi_1) + \cos(\varphi + \varphi_2)) - \ddot{\varphi}_1 m p \cos(\varphi + \varphi_1) - \\ & - \ddot{\varphi}_2 m p \cos(\varphi + \varphi_2) - \dot{\varphi}^2 m p (\sin(\varphi + \varphi_1) + \sin(\varphi + \varphi_2)) - \\ & - \dot{\varphi}_1^2 m p \sin(\varphi + \varphi_1) - \dot{\varphi}_2^2 m p \sin(\varphi + \varphi_2) - 2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 m p \sin(\varphi + \varphi_1) - \\ & - 2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 m p \sin(\varphi + \varphi_2) + 2c_{02}y_c + \beta\dot{y}_c = 0; \\ & -\ddot{x}_c m p (\sin(\varphi + \varphi_1) + \sin(\varphi + \varphi_2)) + \ddot{y}_c m p (\cos(\varphi + \varphi_1) + \cos(\varphi + \varphi_2)) + \\ & + \ddot{\varphi} (J + J_1 + J_2 - 2d m p (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)) + \ddot{\varphi}_1 (J_1 - d m p \cos \varphi_1) + \\ & - \ddot{\varphi}_2 (J_2 + d m p \cos \varphi_2) + \dot{\varphi}_1^2 d m p \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 d m p \sin \varphi_2 + \\ & + 2d m p \dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - 2d m p \dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + m p g (\cos(\varphi + \varphi_1) + \\ & + \cos(\varphi + \varphi_2)) + c_{03}\varphi + \beta\dot{\varphi} = 0; \\ & -\ddot{x}_c m p \sin(\varphi + \varphi_1) + \ddot{y}_c m p \cos(\varphi + \varphi_1) + \ddot{\varphi} (J_1 - d m p \cos \varphi_1) + \\ & + \ddot{\varphi}_1 J_1 - \dot{\varphi}^2 d m p \sin \varphi_1 + m p g \cos(\varphi + \varphi_1) + k_c \dot{\varphi}_1 = M_1; \\ & -\ddot{x}_c m p \sin(\varphi + \varphi_2) + \ddot{y}_c m p \cos(\varphi + \varphi_2) + \ddot{\varphi} (J_2 + d m p \cos \varphi_1) + \\ & + \ddot{\varphi}_2 J_2 + \dot{\varphi}^2 d m p \sin \varphi_2 + m p g \cos(\varphi + \varphi_2) + k_c \dot{\varphi}_2 = M_2, \end{aligned} \tag{1}$$

где φ_1, φ_2 – углы поворота роторов относительно горизонтали, x_c, y_c – горизонтальное и вертикальное отклонения платформы от положения равновесия, $m_i = m$ – массы роторов, $\rho_i = \rho$ – эксцентриситет роторов, c_{01}, c_{02} – горизонтальная и вертикальная жесткость пружин, m_0 – полная масса установки, β – коэффициент демпфирования. Будем считать, что валы роторов ортогональны движению опоры. J_1, J_2 – моменты инерции роторов, g – ускорение свободного падения, k_c – коэффициент трения в подшипниках, M_1, M_2 – крутящие моменты двигателей (управляющие переменные).

Кинетическая и потенциальная энергии T и Π следующие:

$$\begin{aligned} T = & 0,5m_0(\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + 0,5\dot{\varphi}^2(J + J_1 + J_2 - 2dmp(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)) + \\ & + 0,5J_1\dot{\varphi}_1^2 + 0,5J_2\dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_1(J_1 - dmp\cos\varphi_1) + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_2(J_2 + dmp\cos\varphi_2) - \\ & - \dot{x}_c\dot{\varphi}mp(\sin(\varphi + \varphi_1) + \sin(\varphi + \varphi_2)) + \dot{y}_c\dot{\varphi}mp(\cos(\varphi + \varphi_1) + \cos(\varphi + \varphi_2)) - \\ & - \dot{x}_c\dot{\varphi}_1mp\sin(\varphi + \varphi_1) + \dot{y}_c\dot{\varphi}_1mp\cos(\varphi + \varphi_1) - \\ & - \dot{x}_c\dot{\varphi}_2mp\sin(\varphi + \varphi_2) + \dot{y}_c\dot{\varphi}_2mp\cos(\varphi + \varphi_2), \\ \Pi = & m_0gy_c + m\rho g(\sin(\varphi + \varphi_1) + \sin(\varphi + \varphi_2)) + \\ & + c_{01}(x_c^2 + a^2\cos^2\varphi)^2 + c_{02}(y_c^2 + a^2\sin^2\varphi)^2, \\ H = & T + \Pi. \end{aligned} \quad (2)$$

Значения параметров соответствуют вибростенду СВ-2М, разработанному в ИПМаш РАН.

2. Интегро-дифференциальный алгоритм скоростного градиента для управления двукратным синхронным режимом двухроторной ВУ

В данной статье двукратный синхронный режим работы двухроторной ВУ определяется как точное совпадение кратных угловых скоростей неуравновешенных роторов $\omega_s = \omega_r / 2$; $s, r = 1, 2$. На практике более подходящим является приближенное условие:

$$\left| \omega_s - \frac{\omega_r}{2} \right| \leq \varepsilon, \quad (3)$$

где $\varepsilon > 0$ может быть выбрано численно как $\varepsilon = 0,05 \omega^*$, по аналогии с традиционной формулой для расчета времени переходного процесса. Для

большей гарантии устойчивости синхронизации вводится понятие приближенной двукратной координатной синхронизации роторов, при которой для фаз роторов должно выполняться условие:

$$\left| \varphi_s - \frac{\varphi_r}{2} - L_{sr} \right| < \varepsilon_1; \quad s, r = 1, 2. \quad (4)$$

Условия (3) и (4) должны выполняться при некоторых положительных $\varepsilon > 0$, $\varepsilon_1 > 0$ и некотором вещественном числе L_{sr} .

В качестве фундамента для построения алгоритма взят скоростно-градиентный целевой функционал:

$$Q(z) = 0,5(1 - \alpha)(H - H^*)^2 + \alpha \left(\dot{\varphi}_1 \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{2} \right)^2, \quad (5)$$

где $0 < \alpha < 1$ – весовой коэффициент; H – полная механическая энергия системы (1), H^* – заданное значение H .

Пропорционально-интегральный скоростно-градиентный алгоритм выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1 \left\{ (1 - \alpha)(H - H^*)\dot{\varphi}_1 + \frac{\alpha}{J_1} \left(\dot{\varphi}_1 \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{2} \right) + \frac{\alpha}{J_1} \left(\varphi_1 \pm \frac{\varphi_2}{2} + \Delta\varphi_1^* \right) \right\}; \\ M_2 = -\gamma_2 \left\{ (1 - \alpha)(H - H^*)\dot{\varphi}_2 \mp \frac{\alpha}{2J_2} \left(\dot{\varphi}_1 \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{2} \right) \mp \frac{\alpha}{2J_2} \left(\varphi_1 \pm \frac{\varphi_2}{2} + \Delta\varphi_2^* \right) \right\}. \end{cases} \quad (6)$$

где $\gamma_i > 0$, H^* – заданное значение H .

Моделирование квантования выполняется с помощью экстраполятора нулевого порядка, который работает по схеме, показанной на рис. 1.



Рис. 1 – Блок-схема процесса преобразования сигналов

Экстраполятор нулевого порядка использует полином нулевого порядка для преобразования входной дискретной решетчатой функции в ступенчатую непрерывную функцию.

При компьютерном моделировании непрерывных объектов, динамика которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, а управление реализуется на цифровых элементах, следует использовать методы интегрирования не с фиксированным шагом, а с автоматическим выбором шага. Это обеспечивает большую точность при расчете динамики непрерывного объекта. Однако анализ последовательности времен обновления значений вектора состояния ВУ при использовании алгоритмов интегрирования с автоматическим выбором шага показывает, что данные моменты времени не согласуются с периодом дискретности для выходного сигнала цифрового регулятора. Поэтому следует использовать стандартные программы с автоматическим выбором шага для моделирования динамики ВУ, описываемой дифференциальными уравнениями, а для обновления управляющих сигналов следует разработать специальный алгоритм. Данный алгоритм выступает в роли цифро-аналогового преобразователя и может быть реализован, например, по схеме экстраполятора нулевого порядка.

Блок-схема для М-скрипта и М-функции, осуществляющих моделирование динамики ВУ, описываемой нелинейными непрерывными дифференциальными уравнениями (1), с использованием метода интегрирования ode23 для сигналов управления, обновляемых с заданным шагом дискретности $T = \Delta t$, представлены на рис. 2.

В М-скрипте (в блоках 1-5) описываются глобальные переменные, задаются численные значения параметров ВУ, параметры алгоритма управления γ_i , α_i , H^* , а также период дискретности цифрового регулятора $T = \Delta t$. Кроме того, рассчитываются начальные значения для управляющих моментов $M_1(0)$, $M_2(0)$ и запускается вспомогательная переменная $tt = 0$,

осуществляющая инициализацию отсчета времени в пределах интервала дискретности $T = \Delta t$.

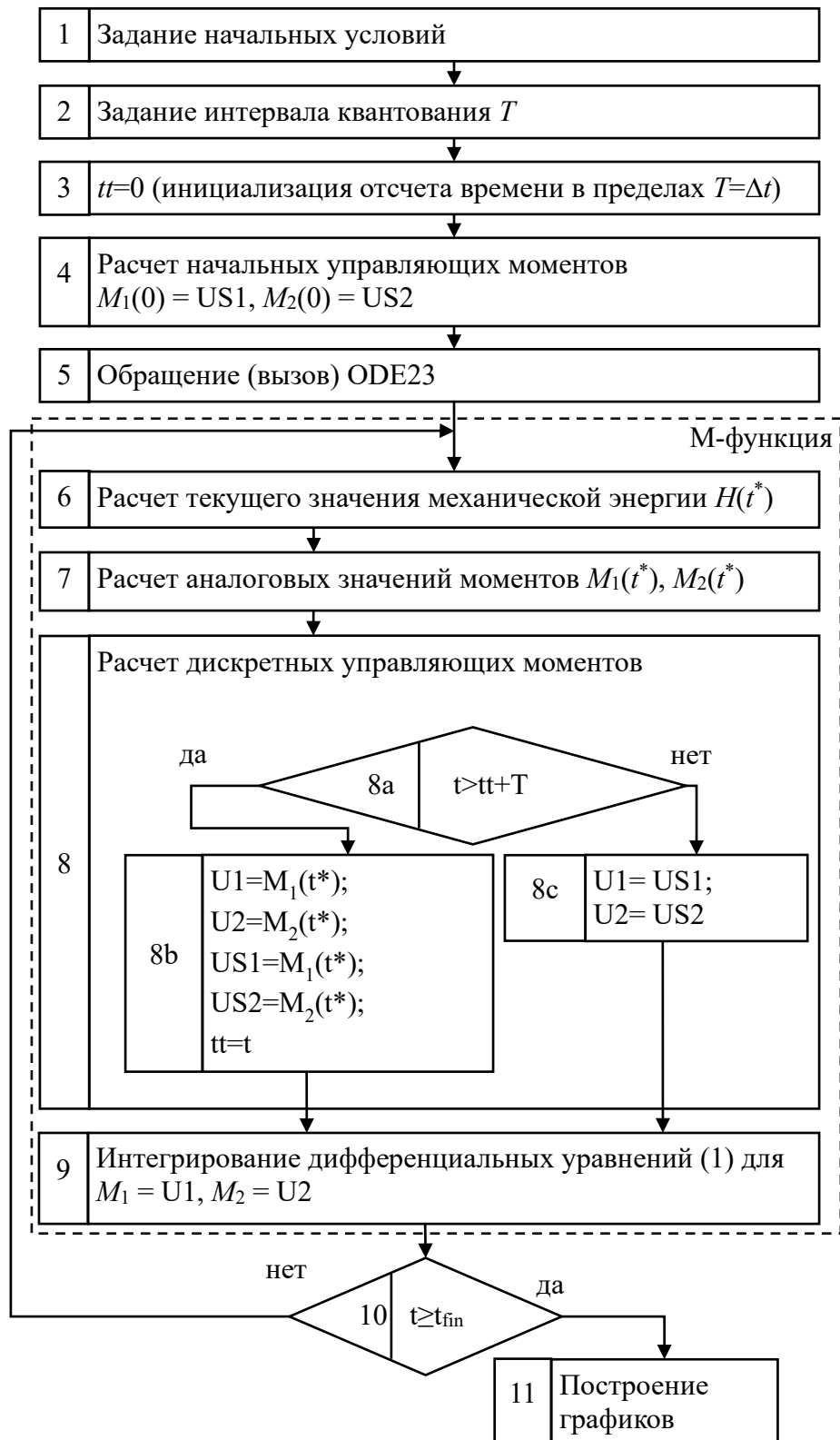


Рис. 2 – Схема программы моделирования динамики ВУ в MATLAB

В М-функции (в блоках 6-9) рассчитываются текущие значения механической энергии $H(t^*)$ и управляющих моментов по формулам, справедливым при расчете аналоговых регуляторов (6). Формирование дискретных управляющих моментов осуществляется в блоке 8. В нем вычисляют дискретные значения управляющих электромеханических моментов по схеме, соответствующей экстраполятору нулевого порядка. Блок 8, включает три подблока. В них с помощью условного оператора в М-функции вычисляются текущие значения управляющих моментов U_1 и U_2 , которые назначаются в соответствии с заданным значением периода дискретности Δt .

Если текущее значение времени моделирования t меньше очередного значения периода прерывания nT (т. е. $t < nT$), то значения управляющих сигналов не изменяются. В противном случае (при $t \geq nT$) значения управляющих моментов обновляются и назначаются равными величинам электромеханических моментов, рассчитанных по формулам (6) для аналогового случая. При этом обновляется значение вспомогательной переменной $tt = t$ и фиксируются значения управляющих моментов, которые будут использоваться на следующем интервале дискретности $[nT, (n+1)T]$. Полученный сигнал поступает на блок расчета правых частей дифференциальных уравнений. В конце при $t \geq t_{fin}$ производится построение графиков основных переменных.

3. Результаты компьютерного исследования алгоритма управления двукратным синхронным режимом

В данном разделе представлены результаты сравнительного исследования работоспособности алгоритма управления двукратным синхронным режимом вращения роторов для случаев аналоговой и цифровой реализации алгоритма управления. В качестве базовых значений параметров были приняты: $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,25$; $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,012$; $H^* = 500$ Дж.

Оценка эффективности алгоритма проводилась по следующим показателям: $t_{\text{синхр}}$ – время стабилизации приведенного сдвига фаз роторов $\Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_1(t) / 2$; $t_{\text{пп}}$ – минимальный временной интервал, после которого угловые скорости роторов впервые достигают уровня, соответствующего среднему установившемуся значению, определяемому заданной энергией H^* ; y_{max} – максимальная амплитуда вертикальных колебаний платформы; φ_{max} – предельный угол отклонения платформы от горизонтальной оси, измеряемый против часовой стрелки.

На рис. 3 представлены графики изменения основных переменных, отражающих динамику ВУ, при работе алгоритма двукратной синхронизации в условиях варьирования его параметров H^* , γ_i и α_i .

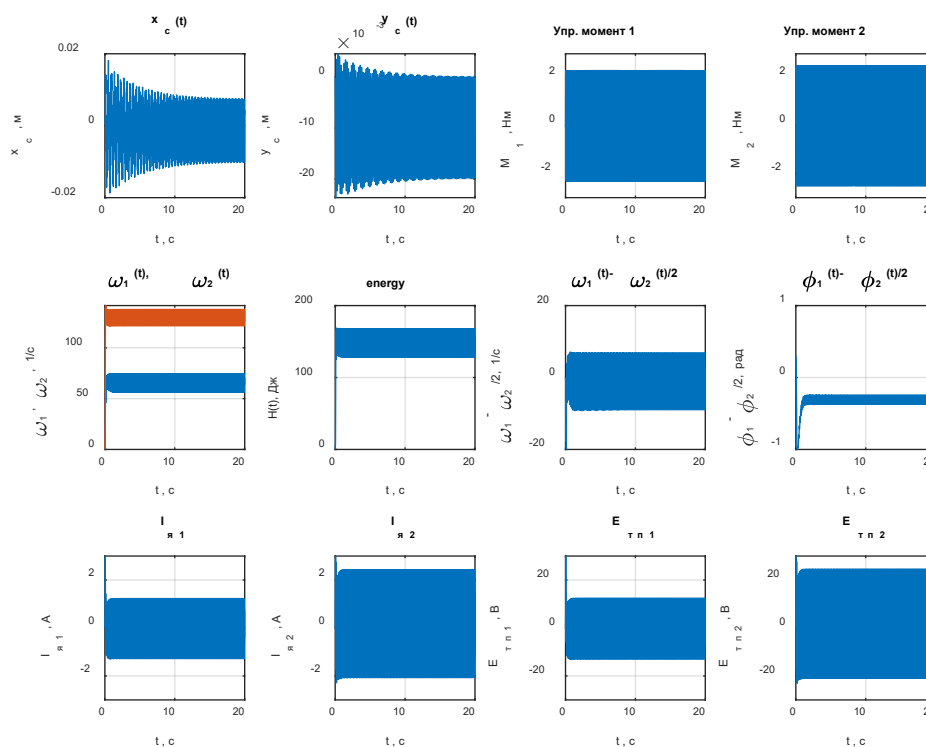


Рис. 3 – Результаты моделирования ВУ с ЭП при аналоговом управлении двукратной синхронизацией при $H^* = 150$ Дж ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0,012$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,25$)

В ходе моделирования фиксировались следующие графические зависимости: скорости дебалансов $\omega_i = \dot{\phi}_i$; кратная разность скоростей

$\omega_1 - \omega_2 / 2$; приведенный сдвиг фаз роторов $\varphi_1 - \varphi_2 / 2$; угол поворота платформы φ ; $x_c(t)$ и $y_c(t)$ – горизонтальная и вертикальная координаты платформы; скорости платформы по горизонтали и вертикали \dot{x}_c, \dot{y}_c ; $I_{яi}$ – ток якоря i -го электродвигателя; $E_{тпi}$ – ЭДС i -го преобразователя. Как видно из графиков, алгоритм управления двукратным синхронным режимом действительно обеспечивает стабильное соотношение средних скоростей вращения роторов $\omega_{1cp} = \omega_{2cp} / 2$. Те же выводы можно сделать о соотношении фаз роторов $\varphi_{1cp} = \varphi_{2cp} / 2$, а также о соотношении электрических характеристик.

В табл. 1 представлены результаты исследования эффективности алгоритма управления двукратным синхронным режимом вращения роторов двухроторной ВУ при варьировании заданной полной механической энергии при аналоговой реализации управления.

Таблица № 1

Варьируемый параметр алгоритма, Дж		$t_{\text{синхр}}, \text{с}$	$t_{\text{пп}}, \text{с}$	$y_{\text{max}}, \text{М}$
H^*	75	3,4	1,4	0,0205
	150	1,6	1,6	0,0138
	500	3,3	3,2	0,01575

Анализ данных таблицы показывает прямую зависимость между ростом параметра H^* и увеличением длительности переходного процесса. Это свидетельствует о том, что выбор более высоких значений целевой механической энергии приводит к некоторому замедлению выхода системы на установившийся режим. Однако, время синхронизации и переходного процесса не превышают 3,5 с. Таким образом, алгоритм двукратной синхронизации при аналоговой реализации обеспечивает удовлетворительную работу в диапазоне от 75 до 500 Дж.

Далее исследовалась динамика двухроторной ВУ с учетом ЭП при цифровой реализации алгоритма двукратной синхронизации.

В процессе исследования рассматривались те же значения заданной механической энергии, что и ранее, т. е. в случае аналоговой реализации алгоритма управления двукратным синхронным режимом. При моделировании цифрового алгоритма управления варьировался период дискретности $T = \Delta t$. При этом в процессе исследования определялось предельное значение указанного параметра $\Delta t_{кр}$, при дальнейшем увеличении $\Delta t > \Delta t_{кр}$ двукратный синхронный режим нарушался. На рис. 4 представлены графики изменения управляющих электромеханических моментов, которые, как показало моделирование, не превышают 2,5 Нм.

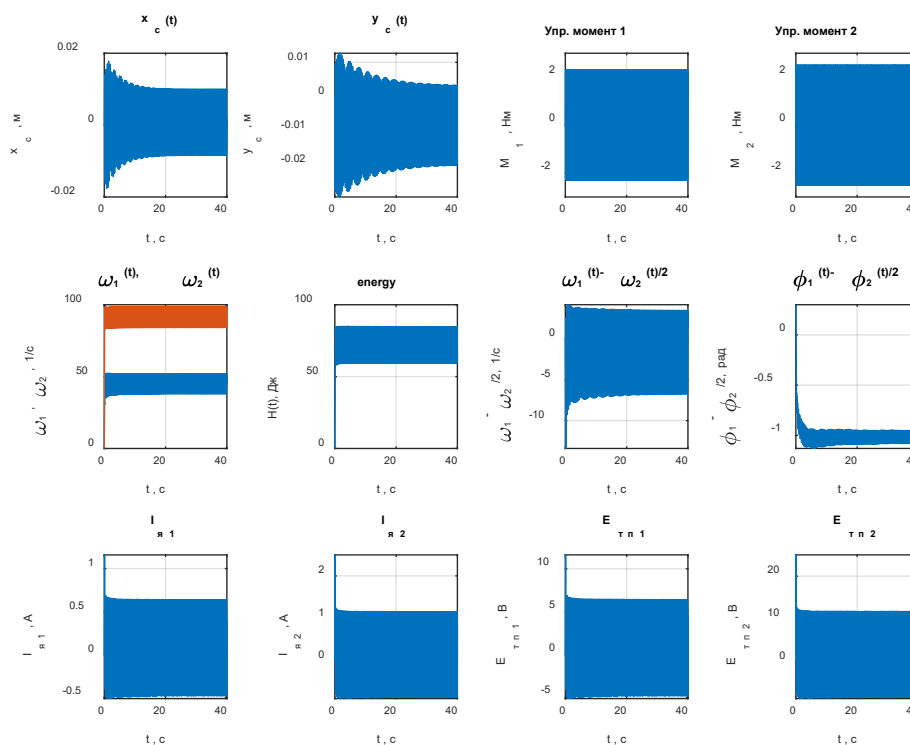


Рис. 4 – Результаты моделирования ВУ с ЭП при цифровой реализации управления двукратным синхронным режимом при $H^* = 75$ Дж, $\Delta t = 0,001$ с

Как показывает сравнительный анализ основных показателей качества процесса двукратной синхронизации, проведенный по данным табл. 1 и табл. 2, и $t_{синхр.}$ и $t_{пп.}$ и y_{max} , в случае аналоговой и цифровой реализации

практически совпадают, если период дискретности Δt лежит во временном интервале $(0, \Delta t_{кр})$.

Таблица № 2

Варьируемый параметр алгоритма H^*	Период дискретности алгоритма управления $T = \Delta t, \text{с}$	$t_{\text{синхр}}, \text{с}$	$t_{\text{пп}}, \text{с}$	$y_{\text{max}}, \text{М}$	Примечание
75	0,001	2,8	1,2	0,0209	$\Delta t_{кр} = 0,01 \text{ с}$
	0,01	2,56	1,3	0,0235	
	0,02	—	—	—	
150	0,001	1,83	1,46	0,0142	$\Delta t_{кр} = 0,012 \text{ с}$
	0,01	1,57	1,49	0,01464	
	0,012	—	—	—	
500	0,0001	4,56	1,72	0,01768	$\Delta t_{кр} = 0,0005 \text{ с}$
	0,0005	2,74	2,54	0,0179	

Заключение

В ходе исследования подтвердилась эффективность цифрового алгоритма управления двукратным синхронным режимом. В табл. 2 также определено граничное (критическое) значение Δt , до которого двукратная синхронизация сохраняется при цифровой реализации. Алгоритм двукратной синхронизации обеспечивает удовлетворительную работу в диапазоне H^* от 75 до 500 Дж и Δt в диапазоне от 0,0001 до 0,01 с, в зависимости от значения параметра H^* .

Литература

1. Халапян С.Ю., Анпилов А.О., Бородин Р.С. Анализ целесообразности применения дробно-степенных регуляторов в системе управления параллельным роботом. Инженерный вестник Дона. 2025. №1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9784.

2. Серебряков М.Ю. Моделирование и симуляция управления квадрокоптером с использованием каскадного PID-контроллера в Matlab. Инженерный вестник Дона. 2025. №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2025/9969.

3. Fang, Wang, Zha et al. Combined control strategy for synchronization control in multi-motor-pendulum vibration system. Journal of Vibration and Control. 2021. Vol. 28. No 17–18. Pp. 2254–2267. URL: researchgate.net/publication/350712669_Combined_control_strategy_for_synchronization_control_in_multi-motor-pendulum_vibration_system.

4. Huang Z, Song G, Li Y, et al. Synchronous control of two counter-rotating eccentric rotors in nonlinear coupling vibration system. Mech Syst Signal Process. 2019. Vol. 114. Pp. 68–83.

5. Tomchina O. Control of vibrational field in a cyber-physical vibration unit. Cybernetics And Physics. 2018. Vol. 3. No. 3. Pp. 144–151.

6. Tomchina O. Digital control of the synchronous modes of the two-rotor vibration set-up. Cybernetics And Physics 2023, Vol. 12, No. 4. Pp. 282–288.

7. Xiaozhe C., Lingxuan L. Phase Synchronization Control of Two Eccentric Rotors in the Vibration System with Asymmetric Structure Using Discrete-Time Sliding Mode Control. Shock and Vibration. Vol. 2019, Article ID 7481746. URL: onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2019/7481746.

8. Малёв Н.А., Погодицкий О.В., Козелков О.В., Малацион А.С. Цифровой алгоритм контроля функционирования электромеханического преобразователя постоянного тока. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2022. Том 24(1). С. 126–140.

9. Нсуе Х.Б., Федосов В.П. Цифровой алгоритм измерения кратковременной нестабильности частоты высокостабильных генераторов умножительно-преобразовательным методом. Тенденции развития науки и образования. 2016. No. 15-3. С. 16–18.

10. Yongjun Hou, Guang Xiong, Pan Fang, Du Mingjun. Stability and synchronous characteristics of a two exciters vibration system considering material motion. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2021, Vol. 236(1) 146441932110561. URL: researchgate.net/publication/357295251_Stability_and_synchronous_characteristics_of_a_two_exciters_vibration_system_considering_material_motion.

References

1. Khalapyan S.Yu., Anpilov A.O. Inzhenernyj vestnik Dona. 2025. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9784.
2. Serebryakov M.Yu. Inzhenernyj vestnik Dona. 2025. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2025/9969.
3. Fang, Wang, Zha et al. Journal of Vibration and Control. 2021. Vol. 28. No 17–18. pp. 2254–2267. URL: researchgate.net/publication/350712669_Combined_control_strategy_for_synchronization_control_in_multi-motor-pendulum_vibration_system.
4. Huang Z, Song G, Li Y, et al. Mech Syst Signal Process. 2019. Vol. 114. Pp. 68–83.
5. Tomchina O. Cybernetics And Physics. 2018. Vol. 3. No. 3. Pp. 144–151.
6. Tomchina O. Cybernetics And Physics 2023, Vol. 12, No. 4. Pp. 282–288.
7. Xiaozhe C., Lingxuan L. Shock and Vibration. Vol. 2019, Article ID 7481746. URL: onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2019/7481746.
8. Malyov N.A., Pogodiczkij O.V., Kozelkov O.V., Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Problemy energetiki. 2022. Tom 24(1). pp. 126–140.
9. Nsuye KH.B., Fedosov V.P. Tendentsii razvitiya nauki i obrazovaniya. 2016. No. 15-3. pp. 16–18.



10. Yongjun Hou, Guang Xiong, Pan Fang, Du Mingjun. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2021, Vol. 236(1) 146441932110561. URL: researchgate.net/publication/357295251_Stability_and_synchronous_characteristics_of_a_two_exciters_vibration_system_considering_material_motion.

Дата поступления: 3.11.2025

Дата публикации: 19.12 2025