

# Методика расчета влияния термоупругих напряжений на динамические характеристики МЭМС

И.В. Куликова<sup>1</sup>, И.Е. Лысенко<sup>1</sup>, Н.К. Приступчик<sup>1</sup>, Д.В. Науменко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Институт нанотехнологий, электроники и приборостроения, г. Таганрог <sup>2</sup>Южный федеральный университет, НТЦ «Техноцентр», г. Таганрог

Аннотация: В работе представлены методика расчета влияния термоупругих напряжений на динамические характеристики инерциальных микромеханических систем (МЭМС). Апробация методики была проведена на вибрационном гироскопе LL типа с электростатическим приводом в диапазоне температур от -40 до 80 °C. Показано, что термоупругие напряжения приводят к сдвигу собственных частот колебаний и изменению амплитудночастотной характеристики системы. Методика расчета основана на последовательном решении дифференциальных уравнений теплопроводности и обобщенного закона Гука с учетом термонапряжений. Модальный анализ МЭМС и построение амплитудно-частотной характеристики выполняется с учетом преднапряжений, рассчитанных на предыдущем этапе.

**Ключевые слова:** микроэлектромеханическая система, микромеханический гироскоп, термоупругие напряжения, температурные погрешности, численные методы, амплитудночастотная характеристика.

#### Введение

В настоящее время рынок инерциальных микроэлектромеханических систем (МЭМС) набирает все большие обороты. Инерциальные МЭМС датчики имеют не только бытовое применение, но и широко используются в промышленности и на транспорте. Интегральные технологии, применяемые при создании инерциальных систем на основе МЭМС датчиков, позволяют энергопотребление себестоимость. К минимизировать размеры, И инерциальным датчикам относятся такие устройства, как акселерометры (датчики линейных ускорений) и гироскопы (датчики угловых скоростей) [1-3]. Основной проблемой при использовании инерциальных МЭМС датчиков для целей высокоточного позиционирования является нестабильность нуля, т.е. погрешность в инфранизкочастотной области значений ускорения и угловой скорости. Большинство микромеханических гироскопов являются



гироскопами вибрационного типа, точность которых также определяется постоянством амплитуды и частоты колебаний инерциальной массы [1,3-5].

Типичный температурный диапазон работы данных сенсоров в составе систем высокоточного позиционирования лежит в пределах от -40 °C до 80 °C. Перегрев конструкции обуславливает сдвиг собственных частот колебаний, что приводит к изменению амплитудно-частотной характеристики системы.

Для обеспечения точности работы датчиков используются средства температурной компенсации, которые в большинстве случаев включают датчик температуры и систему обработки сигнала, учитывающую и компенсирующую температурные погрешности [1, 3].

Для разработки алгоритмов температурной компенсации и оптимизации конструкции необходимо разработать методику исследования влияния температуры на динамические характеристики чувствительных элементов инерциальных МЭМС.

### Методика расчета

Температурные погрешности в МЭМС, прежде всего, обусловлены термонапряжениями и деформацией конструкций под действием изменений температуры или градиента температуры. В большинстве случаев при повышении температуры элементы конструкций сенсоров будут расширяться. Если элемент конструкции может расширяться свободно, то он будет деформироваться. Однако в большинстве случаев микромеханические сенсоры представляют собой сложные конструкции из элементов, связанных между собой, изготовленных из различных материалов [6, 7]. И даже равномерный нагрев конструкции может вызвать появление термонапряжений за счет разницы коэффициентов линейного расширения различных материалов, а значит, и деформацию конструкции, что может



существенно повлиять на статические и динамические характеристики сенсора и, следовательно, на выходные параметры датчика в целом.

В настоящее время в инженерной практике широко применяется математическое моделирование, в частности, численные методы, которые позволяют проводить вычислительные эксперименты и определять оптимальные параметры конструкций [8, 9].

Задачу расчета влияния термоупругих напряжений на динамические характеристики МЭМС сенсоров можно разделить на три независимые [8, 9]:

 нахождение распределения температуры (если есть источники тепла в конструкции);

- нахождение механических напряжений и смещений под воздействием температурного поля;

- проведение динамического анализа конструкции с учетом термонапряжений и деформаций.

Для расчета температурного поля в твердых телах используется нестационарное уравнение теплопроводности, которое в операторном виде записывается следующим образом [9]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla [\mathbf{k}] \nabla T = q , \qquad (1)$$

где c – удельная теплопроводность;  $\rho$  – плотность; T – температура; t – время; q – плотность мощности источника тепла;

$$[\mathbf{k}] = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}$$
 – матрица коэффициентов теплопроводности.

Для расчета механических напряжений и деформаций используется обобщенный закон Гука, который с учетом термонапряжений в матричном виде для декартовой системы координат будет иметь следующий вид [10];

$$\left\{ \mathbf{s} = \left[ \mathbf{D} \right]^{-1} \left\{ \mathbf{\sigma} \right\} + \left\{ \mathbf{\alpha} \right\} \Delta T,$$
(2)



где  $\{ \hat{s} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xz}]^T$  – вектор деформаций;  $\{ o \} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}]^T$ – вектор напряжений;  $\Delta T = T - T_0$  – изменение температуры относительно эталонной температуры  $T_0$ ;  $\{ \alpha \} = [\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_{xy}, \alpha_{yz}, \alpha_{xz}]^T$  – вектор коэффициентов теплового расширения;

$$[\mathbf{D}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\upsilon_{xy}/E_x & -\upsilon_{xz}/E_x & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{yx}/E_y & 1/E_y & -\upsilon_{yz}/E_y & 0 & 0 & 0\\ -\upsilon_{zx}/E_z & -\upsilon_{zy}/E_z & 1/E_z & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix} -$$
матрица податливости

для анизотропного материала;  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  – модули Юнга по соответствующим осям координат;  $\upsilon_{xy}$ ,  $\upsilon_{yx}$ ,  $\upsilon_{xz}$ ,  $\upsilon_{zx}$ ,  $\upsilon_{yz}$ ,  $\upsilon_{zy}$  – коэффициенты Пуассона;  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{xz}$  – модули сдвига.

Коэффициенты Пуассона для анизотропного материала отличаются в каждом из направлений (*x*, *y*, *z*). Тем не менее, симметрия тензоров напряжений и деформаций накладывает ограничения, и не все шесть коэффициентов Пуассона в уравнении являются независимыми. Есть только девять независимых свойств материала; три модуля Юнга, три модуля сдвига, и три коэффициента Пуассона. Остальные три коэффициента Пуассона могут быть получены из соотношений [10]:

$$\frac{\upsilon_{xy}}{E_y} = \frac{\upsilon_{yx}}{E_x} , \ \frac{\upsilon_{zx}}{E_z} = \frac{\upsilon_{xz}}{E_x} , \ \frac{\upsilon_{zy}}{E_z} = \frac{\upsilon_{yz}}{E_y} .$$

Уравнения теплопроводности (1) и обобщенный закон Гука (2) не могут быть решены аналитически для сложных трехмерных объектов. Метод конечных элементов позволяет решить данные задачи для геометрии любой сложности с учетом различных граничных условий [8, 9, 11]. В настоящее время разработано большое количество систем конечно-элементного анализа, которые решают данные уравнения для различных геометрических объектов



и материалов. Для решения поставленной задачи была использована система инженерного анализа ANSYS Workbench [12].

В качестве тестовой структуры был выбран вибрационный гироскоп LL-типа с электростатическим приводом и емкостным сенсором, изготовленным по технологии КНИ с толщиной рабочего слоя 50 мкм [3], конструкция которого представлена на рис. 1 [6]. На рис. 2 приведены зависимости амплитудно-частотных характеристик сенсора от температуры.



Рис. 1. – Подвижная часть чувствительного элемента гироскопа

На рис. 3 приведены зависимости изменения собственной частоты колебаний первой и второй мод тестовой структуры от изменения температуры. На рис. 4 представлена зависимость разницы собственной частоты в режиме движения и в режиме чувствительности от температуры, которую так же называют полосой пропускания микрогироскопа.



Рис. 2. – Амплитудно-частотные характеристики гироскопа при



различной температуре

Рис. 3. – Зависимость изменения собственных частот колебаний чувствительного элемента от температуры



Рис. 4. – Зависимость полосы пропускания гироскопа от температуры

### Заключение

В работе были проведены исследования влияния термоупругих напряжений, возникающих в функциональных элементах МЭМС вследствие перегрева, на собственные формы и частоты колебаний по разработанной методике. Показано, что термоупругие напряжения могут изменять динамические характеристики. Перегрев конструкции, с одной стороны, обусловливает сдвиг собственных частот колебаний, что приводит к изменению амплитудно-частотной характеристики системы, а с другой – может стать причиной изменения собственных форм колебаний.

Предложенная методика заключается в том, что на первом этапе рассчитывается распределение температуры в конструкции, обусловленное наличием источников тепла; на втором этапе выполняется расчет механических напряжений и деформации конструктивных элементов под действием температурного поля; на третьем этапе выполняется модальный анализ преднапряженной конструкции МЭМС и построение амплитудночастотной характеристики. Данная методика может быть использована в ходе



разработки МЭМС инерциальных ДЛЯ систем высокоточного позиционирования, функциональные элементы которых испытывают малые деформации в процессе эксплуатации, а также для разработки алгоритмов температурной компенсации. В дальнейшем предполагается провести напряжений, исследование влияния термоупругих вызванных неравномерностью температурного поля, на динамические характеристики МЭМС, а также влияние температуры на вязкое и конструкционное демпфирование.

Результаты исследований, изложенные в данной статье, получены при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации проекта «Создание высокотехнологичного производства для изготовления комплексных реконфигурируемых систем высокоточного позиционирования объектов на основе спутниковых систем навигации, локальных сетей лазерных и СВЧ маяков и МЭМС технологии» по постановлению правительства №218 от 09.04.2010 г. Исследования проводились в ФГАОУ ВПО ЮФУ.

## Литература

1. Stephen D. Senturia. Microsystem design. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 689 p.

2. Cenk Acar and Andrei M. Shkel. Structurally decoupled micromachined gyroscopes with post-release capacitance enhancement // J. Micromech. Microeng, 15(2005), pp. 1092–1101, doi:10.1088/0960-1317/15/5/028

3. Распопов В.Я. Микромеханические приборы. М.: Машиностроение. 2007. – 400 с.

4. Said Emre Alper, Kivanc Azgin, Tayfun Akin. A high-performance silicon-on-insulator MEMS gyroscope operating at atmospheric pressure // Sensors and Actuators A, 135 (2007), pp. 34–42.



5. Dunzhu Xia, Cheng Yu and Lun Kong. The Development of Micromachined Gyroscope Structure and Circuitry Technology // Sensors, 2014, 14, pp. 1394-1473, doi:10.3390/s140101394.

6. Коноплев Б.Г., Лысенко И.Е., Шерова Е.В. Интегральный сенсор угловых скоростей и линейных ускорений // Инженерный вестник Дона, 2010, № 3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2010/240.

7. Лысенко И.Е. Моделирование интегрированного внутреннего упругого подвеса микромеханического устройства // Инженерный вестник Дона, 2010, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2010/223.

8. Рындин Е.А., Рыжук Р.В., Исаева А.С. Математическая модель механических напряжений, инициированных лазерным импульсом // Фундаментальные исследования, 2012, №.11. С.609 – 614.

9. Малюков С.П., Куликова И.В., Калашников Г.В., Приступчик Н.К. Исследование влияния режимов работы Nd:YAG лазера на напряженнодеформированные состояния обрабатываемой полупроводниковой В // Инженерный вестник 2013, № 4. структуре дона, URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2000.

10. Ван Цза-Де. Прикладная теория упругости. М: Изд-во Физ.-мат. лит., 1959. – 406 с.

11. Ryndin E.A., Isaeva A.S. Numerical modeling of thermomechanical stresses generated in a thin film under laser-pulse action // Journal of Russian Laser Research, 2014. Vol. 35, No 4. P. 325 – 331.

12. Бруяка В.А., Фокин В.Г., Кураева Я.В. Инженерный анализ в Ansys Workbench: учеб. пособ. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2013. – 149 с.

## References

 Stephen D. Senturia. Microsystem design. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 689 p.



2. Cenk Acar and Andrei M. Shkel. Structurally decoupled micromachined gyroscopes with post-release capacitance enhancement. J. Micromech. Microeng, 15(2005), pp. 1092–1101, doi:10.1088/0960-1317/15/5/028

3. Raspopov V.Ya. Mikromekhanicheskie pribory [Micromechanical devices]. Moscow: Mashinostroenie, 2007. 400 p.

4. Said Emre Alper, Kivanc Azgin, Tayfun Akin. A high-performance siliconon-insulator MEMS gyroscope operating at atmospheric pressure. Sensors and Actuators A, 135 (2007), pp. 34–42.

5. Dunzhu Xia, Cheng Yu and Lun Kong. The Development of Micromachined Gyroscope Structure and Circuitry Technology. Sensors, 2014, 14, pp. 1394-1473, doi:10.3390/s140101394.

6. Konoplev B.G., Lysenko I.E., Sherova E.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, № 3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2010/240.

7. Lysenko I.E. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2010/223.

8. Ryndin E.A., Ryzhuk R.V., Isaeva A.S. Fundamentalnie issledovania (Fundamental research), 2012, №.11, pp. 609 – 614.

9. Malyukov S.P., Kulikova I.V., Kalashnikov G.V., Pristupchik N.K.
Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, № 4.
URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/2000.

10. Van Tsza-De. Prikladnaya teoriya uprugosti [Applied theory of elasticity]. Moscow, Fiz.-mat. lit., 1959. 406 p.

11. Ryndin E.A., Isaeva A.S. Numerical modeling of thermomechanical stresses generated in a thin film under laser-pulse action. Journal of Russian Laser Research, 2014. Vol. 35, No 4. P. 325 – 331.

12. Bruyaka V.A., Fokin V.G., Kuraeva Ya.V. Inzhenernyy analiz v Ansys Workbench: ucheb. posob [Engineering analysis in Ansys Workbench: tutorial]. Samara: SamSTU, 2013. 149 p.