

О нахождении нормативных решений систем теплоснабжения

С.Ю. Мирская, В.И. Сидельников

Южный федеральный университет

Аннотация: В работе исследуются возможности нахождения нормативных решений в процессе математического моделирования систем теплового снабжения (СТС). Формулируются теоремы и условия достижимости стационарных и нормативных режимов автономных и централизованных систем теплового снабжения. Формулируется порядок поиска нормативных решений СТС.

Ключевые слова: стационарный режим, нормативный режим, система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, управление режимом теплового снабжения, эквивалентирование систем теплового снабжения, управление источником тепловой энергии.

Использование инструментария математического моделирования дает качественно новый подход к проектированию и анализу работы систем теплового снабжения. Однако, наличие инструментария в виде разработанных математических моделей [1-5] не дает само по себе ответа на вопросы, какие методические подходы возможно использовать в процессе анализа указанных систем. Анализ зарубежных источников также не позволяет получить ответы на поставленные вопросы [6, 7]. Теоретически использование указанных выше моделей позволяет получать так называемые стационарные режимы работы СТС. Под стационарным режимом СТС подразумевается режим поддержания неизменной температуры в обогреваемых помещения при неизменных режимах и параметрах СТС и стабильных внешних условиях. Для практического использования следует использовать нормативные решения СТС, являющиеся частными случаями более общих стационарных.

Определение. Под нормативным решением системы уравнений $\frac{dX}{d\tau} = DX + r(u)$ подразумевается одно из частных стационарных решений, обеспечивающее нормируемую температуру в обогреваемых помещениях.

Поиск нормативного решения предполагает решение системы уравнений $DX^{nor} + r = 0$. В результате получим $X^{nor} = -D^{-1}r$. Реализация последнего возможна при выполнении условий:

- нахождение управления r , позволяющего достигать X^{nor} ;
- если за счет управления r не удастся обеспечить X^{nor} , то корректируется матрица D .

Приведем условия получения указанных выше режимов. Работу СТС можно описать следующим образом [8, 9]

$$\frac{dX}{d\tau} = DX + r. \quad (1)$$

Используем обозначения:

$$X(0) = X^0; \quad X = (X_1, X^2, X^3),$$

где: $X_1, X^2 \in R^m$ и X^3 - соответственно температуры теплоносителя в источнике, обогреваемых зданиях и теплотрассах. Температуры X^2 и X^3 заданы в виде векторов.

Так как рассматривается централизованная СТС (источник тепла один) то управление одномерное $r_1 \leq r_1 \leq \bar{r}_1$. Для вектора X^2 должна быть определена допустимая область $B = \{X^2 | X^2 \leq X^2 \leq \bar{X}^2\}$. При выполнении условий устойчивости для (1), система достигнет единственного стационарного решения.

Определим область B^0 для диапазона изменения r_1 . Варьирование r_1 в диапазоне $r_1 \leq r_1 \leq \bar{r}_1$ позволяет получить стационарное решение системы (1) в интервале $X^{CT}(\tau) \leq X^{CT}(\tau) \leq \bar{X}^{CT}(\tau)$ (рис. 1)

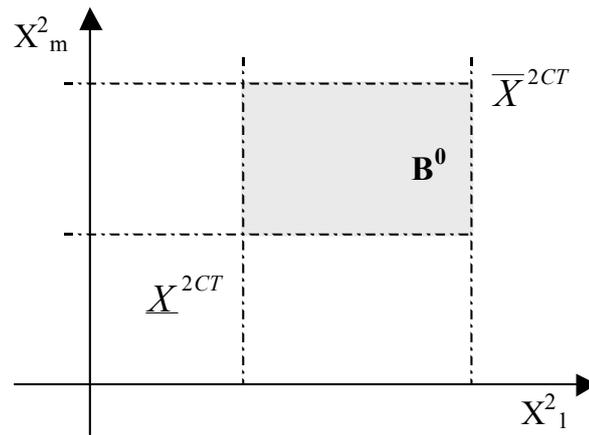


Рис. 1 Стационарные решения B^0

На основании теоремы Чаплыгина [10] с учетом начальных условий векторы температур в системе будут лежать в интервале:

$\underline{X}(\tau) \leq X(\tau) \leq \bar{X}(\tau)$. Решениями (1) для \bar{r}_1 (и \underline{r}_1) будут \bar{X} (и X).

Зададим нормативные стационарные решения (область B). Решение $DX + r = 0$ запишем как:

$$X = ar_1 + b, \quad \underline{r}_1 \leq r_1 \leq \bar{r}_1.$$

Здесь X , a , b n -мерные векторы, формирующие C^2 .

Область B можно представить в виде (рис. 2):

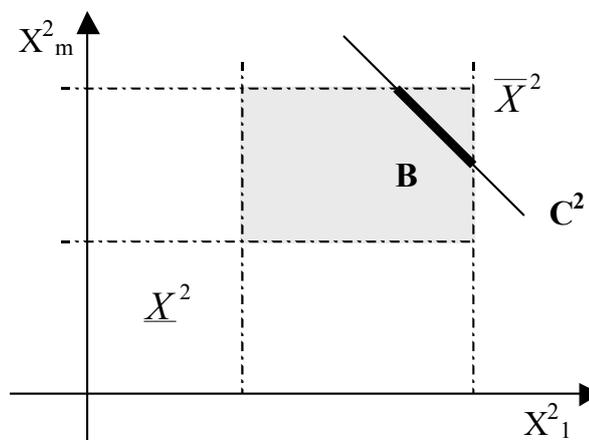


Рис. 2. Нормативные решения (область B)

Теорема 1. Если пересечение множеств C^2 и B не является пустым, то будут иметь место стационарные нормативные решения.

$$C^2 \supset C^3 = B \cap C^2 \neq \emptyset.$$

Теорема 2. Для достижения необходимых и достаточных условий получения нормативных решений необходимо пересечение множества B^0 с отрезком C^3 ($B^0 \cap C^3 \neq \emptyset$). (Рис. 3).

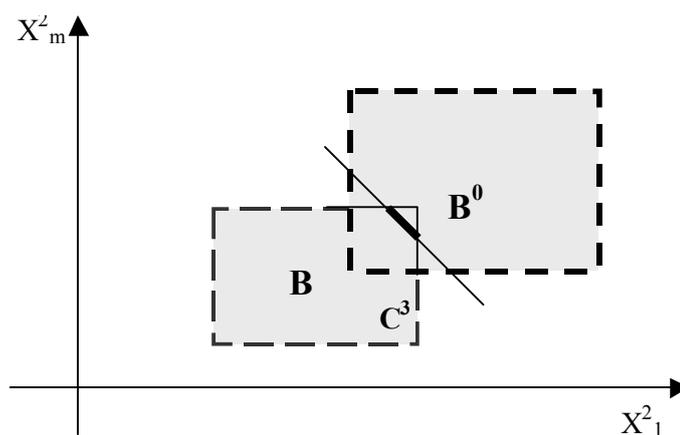


Рис. 3. Иллюстрация общей области для B и B^0

Исследуем возможность практического получения нормативных режимов. В результате эквивалентирования СТС с централизованным и практически любым числом автономных источников можно сводить в более простую (один централизованный и два автономных источника). Для последней, описываемой одиннадцатью дифференциальными уравнениями, можно исследовать шесть вариантов управления, способствующими получению нормативных решений (табл. 1).

Исследуем вариант 1 – регулирование централизованного источника. Рассмотрение начнем с режима, при котором во всех трех источниках расходы энергоносителя считаются заданными. Следующий шаг – принимаем температуру воздуха на уровне нормативной в произвольном помещении. В результате решения системы из 10 уравнений находим температуру воздуха в следующем помещении, а из уравнения для

централизованного источника найдем значение управления, позволяющего поддерживать значения температур воздуха в указанных помещениях.

При значительном отклонении температуры в помещении №2 возможны варианты:

- если в помещении №2 температура не достигает нормативной, рассматриваются варианты дополнительной теплоизоляции данного помещения;
- если в помещении №2 температура превышает нормативную, осуществляем возврат к началу алгоритма (в помещении №2 температуру принимаем нормативной, рассчитываем температуру в помещении №1 и т.д.).

Таблица 1

Возможные варианты управления централизованным и автономными источниками

	Варианты управляющих воздействий					
	1	2	3	4	5	6
Централизованный	+	-	-	-	+	+
Автономный 1	-	+	-	+	+	-
Автономный 2	-	-	+	+	-	+

Последующие два варианта из таблицы 1 управления одним из автономных источников, не содержат принципиального отличия от рассмотренного.

Исследуем оставшиеся три варианта, включающие попарное управление источниками. Рассмотрим вариант №4. Здесь нормируются

одновременно температуры в зданиях №1 и №2. Далее рассчитываем температуры во всех элементах системы (за исключением зданий №1 и №2). Из уравнений управления автономными источниками, находим искомые управления в подсистемах №1 и №2.

Оставшиеся варианты в таблице 1 принципиально ничем не отличаются от рассмотренного.

Приведенный выше поиск нормативных решений для двух автономных и одного централизованного источников обобщается на k автономных и один централизованный источники. В рассмотрении при этом участвуют от одного до k источников. В данном случае решаются от $n-1$ до $n-k$ уравнений.

Подчеркнем, что поиск нормативных решений вызывает необходимость осуществления предварительной оптимизации параметров системы, что способствует достижению нормативных решений.

Сформулируем теорему управляемости системы $\frac{dX}{d\tau} = DX + r(u)$, вытекающую из наличия стационарных и нормативных решений.

Теорема 3. Система $\frac{dX}{d\tau} = DX + r(u)$ в состоянии достичь нормативное решение X_{nor} при наличии необходимого и достаточного условий в виде $X_{ст} > X_{nor}$.

Приведенные теорема и определение позволяют исследовать принципиальную возможность получения стационарных режимов, а также находить данные режимы при их существовании. Однако они не позволяют ответить на вопрос об оценке устойчивости исследуемых систем.

На основании теоремы 3 (одна нагрузка и один источник) можно получить условия достижения нормативного решения. Для случая n нагрузок, описываемого системой из $4n+1$ обыкновенного

дифференциального уравнения, проблема поиска нормативных решений значительно усложняется. Реальные значения температур могут в различной степени рассеиваться относительно их нормируемых значений. Выход из ситуации видится в проведении предварительной оптимизации СТС, создающей предпосылки достижения нормативных температур во всей системе.

Литература

1. Мирская С.Ю., Сидельников В.И. Экономичный обогрев помещения как задача оптимального управления// Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Техничко-технологические проблемы сервиса, 2014, №4 (30), С. 75-78.
2. Дарьенков А.Б., Варыгин И.А., Ломакина Л.С. Исследование теплового режима работы двунаправленного транзисторного ключа матричного преобразователя частоты с помощью метода конечных элементов //Инженерный вестник Дона, 2015, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2015/3093//.
3. Жак С.В., Мирская С.Ю., Сидельников В.И. Прямая и обратная задачи устойчивости – генерирование параметров систем теплоснабжения.//Изв. вузов. Сев. – Кавк. регион. Естественные науки. 2003. № 1, с. 5 - 7 .
4. Сидельников В.И., Мирская С.Ю., Кочетов В.Л. Реальная себестоимость тепловой энергии в оптимизационных расчетах.//Изв. вузов. Сев. – Кавк. регион. Техн. науки. 2003. № 3 , с. 108 - 112 .
5. Смирнов Р.В., Бахвалов Ю.А. Математическое моделирование теплообменных процессов в энергосберегающих гелиоустановках // Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1782.
6. Tabunschikov Y. Mathematical models of thermal conditions in bilding, CRC Press, USA, 1993. – 196 p.

7. Okuyama Heroyasu, Kimura Kenichi, Kawashima Ryohei //Building Thermal Network Model Based on State-Space System Theory// Seventh International IBPSA Conference. Rio de Janeiro, Brasil, August 13–15, 2001.- 8 p. URL: nets-club.com/article_list/Achievements/E0108c1.pdf
8. Сидельников В.И. Математическое моделирование систем централизованного теплоснабжения. СКНЦ ВШ, Ростов-на-Дону, 2003-202 с.
9. Сидельников В.И., Мирская С.Ю. Дифференциальные уравнения процесса теплового обмена в системе теплоснабжения. // Компьютерное моделирование. Экономика: Выпуск 2 / Под. Ред. С.В. Жака, Г.А. Угольницкого. – М. Вузовская книга, 2003. – С. 133 - 143
10. Мышкис А.Д. Математика для ВТУЗов. Специальные курсы. – М.: Наука, 1971. – 632 с.

References

1. Mirskaya S.Yu., Sidel'nikov V.I. Ekonomichnyi obogrev pomeshcheniya kak zadacha optimal'nogo upravleniya [Economical space heating as the optimal management task]. Sankt-Peterburgskii gosudarstvennyi ekonomicheskii universitet, Tekhniko-tehnologicheskie problemy servisa. = St. Petersburg State University of Economics, Technical and technological service problems 2014, 4 (30): 75-78. (In Russ.)
 2. Darenkov A.B., Varygyn I.A., Lomakina L.S. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2015/3093//.
 3. Zhak S.V., Mirskaya S.Yu., Sidel'nikov V.I. Pryamaya i obratnaya zadachi ustoychivosti – generirovanie parametrov sistem teplosnabzheniya [Direct and inverse problems of stability - the generation of heat supply systems parameters]. Izvestiya vuzov Severo-Kavkazskogo regiona. Estestvennye nauki. = Proceedings of the universities of the North Caucasus region. Natural Sciences 2003, 1: 5 - 7. (In Russ.)
-



4. Sidel'nikov V.I., Mirskaya S.Yu., Kochetov V.L. Real'naya sebestoimost' teplovoi energii v optimizatsionnykh raschetakh [The real cost of thermal energy in optimized calculations]. Izvestiya vuzov Severo-Kavkazskogo regiona. Tekhnicheskie nauki. = Proceedings of the universities of the North Caucasus region. Technical sciences 2003, 3:108 – 112. (In Russ.)
5. Smirnov R.V., Bakhvalov U.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1782
6. Tabunschikov Y. Mathematical models of thermal conditions in buildings, CRC Press, USA, 1993. 196 p.
7. Okuyama Heroyasu, Kimura Kenichi, Kawashima Ryohei. Building Thermal Network Model Based on State-Space System Theory. Seventh International IBPSA Conference. Rio de Janeiro, Brasil, August 13 – 15, 2001. – 8 p. URL: nets-club.com/article_list/Achievements/E0108c1.pdf
8. Sidel'nikov V.I. Matematicheskoe modelirovanie sistem tsentralizovannogo teplosnabzheniya [Mathematical modeling of central heating systems]. North Caucasus Scientific Center of High School, Rostov-on-Don, 2003. 202 p.
9. Sidel'nikov V.I., Mirskaya S.Yu. Differentsial'nye uravneniya protsessa teplovogo obmena v sisteme teplosnabzheniya [Differential equations of heat exchange in heat supply system]. Komp'yuternoe modelirovanie. Ekonomika: Vypusk 2. Pod. red. S.V. Zhaka, G.A. Ugol'nitskogo = Computer Modelling. Economy: Issue 2. S.V. Zhak, G.A. Ugol'nitskii. Moscow, The University Book. 2003: 133-143. (In Russ.)
10. Myshkis A.D. Matematika dlya VTUZov. Spetsial'nye kursy [Mathematics for High Technical Educational Establishments. Special courses]. Moscow, Science, 1971. 632 p.