

Алгоритм расчета систем с односторонними связями с заменой реакций опор на силовые неизвестные

А.В. Игнатьев, М.И. Бочков

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Аннотация: В статье рассматривается алгоритм расчета систем с односторонними связями с заменой реакций опор на силовые неизвестные. Алгоритм расчета основывается на методе конечных элементов в форме классического смешанного метода. Производится сравнительный анализ с алгоритмом расчета систем с односторонними опорами, предложенным авторами ранее, а также некоторыми другими. Эффективность алгоритма проверяется на численных примерах.

Ключевые слова: строительная механика, односторонние опоры, конструктивная нелинейность, смешанная форма метода конечных элементов.

Развитие подходов к расчету конструктивно-нелинейных систем, основанная на прямом алгоритме перебора рабочих схем впервые была предложена И. М. Рабиновичем [1]. Впоследствии, обнаружилась неэффективность этого алгоритма перебора, обосновавшая необходимость разработки иных подходов к решению этой задачи. В работе [2] нами было продемонстрировано применение алгоритма, предложенного И. М. Рабиновичем с использованием математического аппарата метода конечных элементов (далее МКЭ) в форме классического смешанного метода. В этой работе мы демонстрируем вариацию предложенного ранее алгоритма и проанализированы его преимущества и недостатки.

Также как и в алгоритме расчета систем с односторонними связями, предложенным нами ранее, используется “физически очевидный” алгоритм расчета конструктивно-нелинейных систем, в котором расчет ведётся итерационно, а связи, неудовлетворяющие условиям функционирования односторонних связей, постепенно (на основании результатов предыдущей итерации) включаются в расчет или выводятся из него. В предлагаемых нами алгоритмах включается или выключается из расчета только одна наиболее

загруженная в нерабочем направлении, или имеющая наибольшее перемещение, превышающее величину зазора связи. Этот подход, хотя и является более трудоёмким, позволяет избежать закливания для определенного класса задач, описанных в [3].

Расчёт ведётся на основе МКЭ в форме классического смешанного метода, развиваемого как в работах отечественных ученых [4,5,6], так и в работах иностранных исследователей [7,8,9]. Отличием данного метода от наиболее распространенного на сегодняшний день МКЭ в форме метода перемещений является включение в расчет, помимо реакций по направлению добавленных внешних связей, перемещений по направлению отброшенных внутренних связей.

В классической постановке разрешающие уравнения МКЭ в форме классического смешанного метода имеют вид:

$$\begin{bmatrix} r & \tilde{r} \\ \tilde{\delta} & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \tilde{q} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_p \\ \delta_p \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

При расчете систем с односторонними связями нами предлагается дополнить приведённую выше систему разрешающих уравнений вектором {F}:

$$\begin{bmatrix} r & \tilde{r} \\ \tilde{\delta} & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \tilde{q} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_p \\ \delta_p \end{Bmatrix} + \{F\} = 0 \quad (2)$$

В вектор {F} будут входить силовые неизвестные, направленные по направлению действия реакций односторонних опор, включаемых в расчет.

Таким образом, алгоритм расчета систем с односторонними связями по МКЭ в форме классического метода с заменой реакций опор на силовые неизвестные будет иметь вид, изображенный на рис. 1.

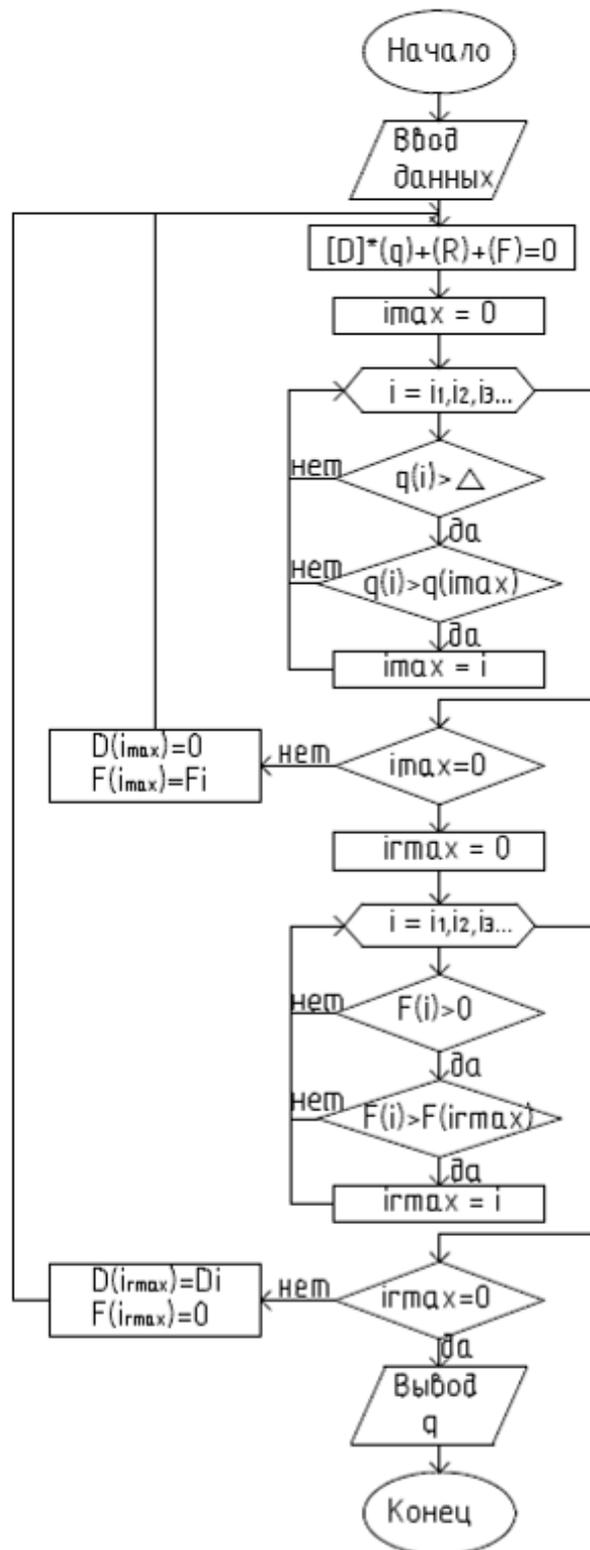


Рис. 1. – Блок-схема алгоритма расчета систем с односторонними связями с заменой реакций опор на силовые неизвестные.

Проверим эффективность предлагаемого алгоритма на численном примере. В качестве примера используем консольную балку с односторонними опорами с зазорами (Рис.2), рассчитанную в [10].

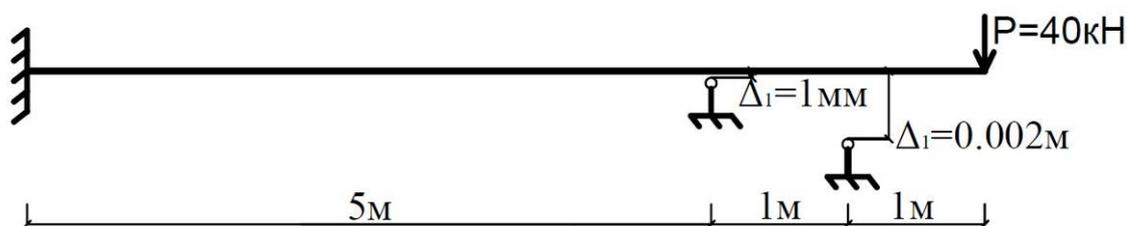


Рис. 2. – Расчетная схема.

Нагрузка прикладывается с шагом 1 кН, результат расчета величин опорных реакций по алгоритму, рассматриваемому в статье, приведён на рис. 3. Результат расчета соответствует результату, полученному в [10].

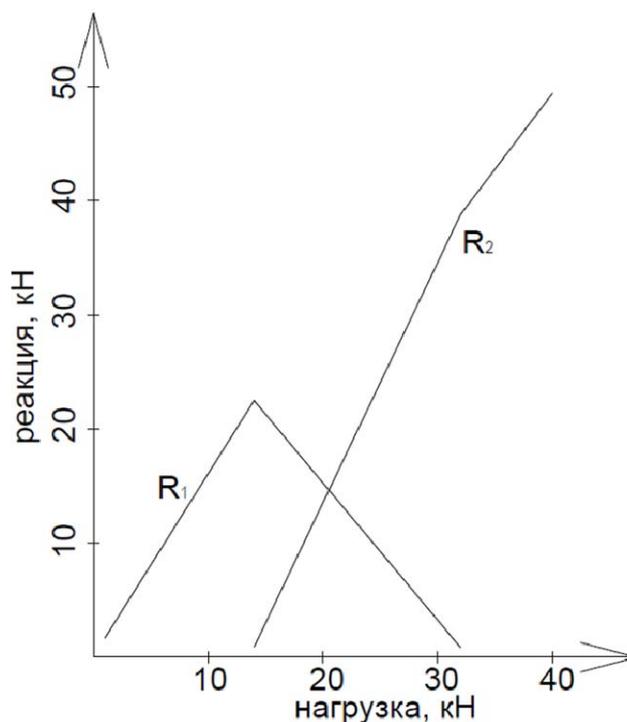


Рис. 3. – Зависимость опорных реакций в односторонних связях от величины прикладываемой нагрузки.

Таким образом, алгоритм, предлагаемый в статье, даёт достоверное решение для данной задачи. В качестве его преимуществ можно выделить:

- 1) В вектор результатов входит реакция опоры, что позволяет принимать решение об изменении расчетной схемы непосредственно после расчета, без применения дополнительных вычислений.
- 2) При расчете учитывается, как дополнительный нагружающий фактор, величина зазора в реализовавшейся односторонней опоре, что увеличивает точность расчета.
- 3) Реализуется алгоритм с последовательным раскреплением опор, который позволяет избежать зацикливаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области. Проект № 18-41-340008.

Литература

1. Рабинович, И.М. Вопросы теории статического расчета сооружений с односторонними связями. - М.: Стройиздат, 1975. - 144 с. (Библиотека строительной механики).
2. Игнатъев А.В., Игнатъев В.А., Бочков М.И. Применение метода конечных элементов в форме классического смешанного метода к расчету систем с односторонними связями // Строительная механика и расчет сооружений №2 (271). М.: Научно-исследовательский центр “Строительство”, 2017. С. 52-61.
3. Городецкий А.С., Городецкий А.В., Пикуль А.В. Конструктивная нелинейность. Односторонние связи. Проблемы реализации. // International journal for Computational Civil and Structural Engineering Vol. 12, Issue 3. М.: ООО “Издательство АСВ”, 2016. С. 35-39.
4. Раков В.Д., Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е. Алгоритм смешанного метода для определения прогибов в деревянных балках при учёте

длительного нагружения. // Инженерный вестник Дона, 2018, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5309.

5. Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е., Красин Ф.А. Расчёт плоских стержневых систем с переменными по длине модулями упругости методом конечных элементов в форме смешанного метода. // Инженерный вестник Дона, 2018, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5111.

6. Игнатьев В. А., Игнатьев А. В. Смешанная форма метода конечных элементов в задачах строительной механики. Волгоград: ВолгГАСУ, 2005. С. 99.

7. A mixed finite element and improved genetic algorithm method for maximizing buckling load of stiffened laminated composite plates // Vosoughi A. R. [et al.] / Aerospace Science and Technology. – 2017. – Vol. 70. - pp. 378-387.

8. Brezzi, F., Fortin M. Mixed and Hybrid Finite Element Method // Springer Series In Computational Mathematics. – 1991. - Vol. 15. - 350 p.

9. Poeski A. Mixed Finite Element Method. - Verlag; Berlin; Heidelberg: Springer, 1992. - 356 p.

10. Аверин А.Н., Пузаков А.Ю. Расчет систем с односторонними связями. // Строительная механика и конструкции №10. Воронеж: Воронежский государственный технический университет, 2015. С. 15-32.

References

1. Rabinovich, I.M. Voprosy teorii staticheskogo rascheta sooruzhenij s odnostoronnimi svjazjami. [Questions of the theory of static calculation of one-way structures]. M.: Strojizdat, 1975. 144 p. (Biblioteka stroitel'noj mehaniki).

2. Ignat'ev A.V., Ignat'ev V.A., Bochkov M.I. Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij №2 (271). M.: Nauchno-issledovatel'skij centr "Stroitel'stvo", 2017. pp. 52-61.



3. Gorodeckij A.S., Gorodeckij A.V., Pikul' A.V. International journal for Computational Civil and Structural Engineering Vol. 12, Issue 3. M.: OOO "Izdatel'stvo ASV", 2016. pp. 35-39.

4. Rakov V.D., Tuhfatullin B.A., Puteeva L.E. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5309.

5. Tuhfatullin B.A., Puteeva L.E., Krasin F.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5111.

6. Ignat'ev V. A., Ignat'ev A. V. Smeshannaja forma metoda konechnyh jelementov v zadachah stroitel'noj mehaniki. [Mixed form of the finite element method in problems of structural mechanics]. Volgograd: VolgGASU, 2005. p. 99.

7. Vosoughi A. R. [et al.] Aerospace Science and Technology. 2017. Vol. 70. Pp. 378-387.

8. Brezzi, F., Fortin M. Springer Series In Computational Mathematics. 1991. Vol. 15. 350 p.

9. Poceski A. Mixed Finite Element Method. Verlag; Berlin; Heidelberg: Springer, 1992. 356 p.

10. Averin A.N., Puzakov A.Ju. Stroitel'naja mehanika i konstrukcii №10. Voronezh: Voronezhskij gosudarstvennyj tehničeskij universitet, 2015. pp. 15-32.