

Задачи плоской обкатки

А.Д. Баландин, Л.А. Санова, З.В. Тягунова

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана

Аннотация: в статье рассмотрены принципиально возможные варианты задач плоской обкатки. Разработан алгоритм определения сопряженной точки, который положен в основу процедуры определения профиля сопряженного звена, являющейся главной процедурой многих задач плоской обкатки для различных типов звеньев.

Ключевые слова: профиль детали, профиль инструмента, зубчатая рейка, зубчатое колесо, обкатка, полоида, точка контакта, сопряженное звено.

Задачами плоской обкатки в дальнейшем называются широко применяемые при проектировании зуборезных инструментов расчеты сопряженного с заданным зубчатым звеном второго зубчатого звена. В станочном зацеплении «деталь – инструмент» могут участвовать зубчатые колёса с наружными и внутренними зубьями и зубчатые рейки [1,2].

Принципиально возможными являются пять вариантов задач:

- 1) Задано колесо с наружными зубьями, найти сопряженную с ним рейку;
- 2) Задано колесо с наружными зубьями, найти сопряженное с ним колесо с наружными зубьями;
- 3) Задано колесо с наружными зубьями, найти сопряженное с ним колесо с внутренними зубьями;
- 4) Задано колесо с внутренними зубьями, найти сопряженное с ним колесо с наружными зубьями;
- 5) Задана рейка, найти сопряженное с ним колесо с наружными зубьями.

Каждое из зубчатых звеньев может быть как деталью, так и инструментом, хотя обкатные инструменты в виде внутреннего зубчатого колеса пока не применяются, но принципиально возможны [3]. Если заданным является деталь, то определяется профиль инструмента (прямая задача проектирования инструмента). Если задан инструмент, то определяется профиль полученной с его помощью детали (проверочная, или обратная задача проектирования инструмента). В каждом случае после

определения искомого профиля возможна редакция полученного профиля (удаление некоторых точек, замена расчётной кривой простыми линиями), после чего выполняется анимация обкатки полученного профиля по заданной детали, что позволяет оценить удачность решения [4]. Обкатка производится как найденным теоретическим, так и отредактированным профилем для оценки погрешностей замены теоретического профиля простыми линиями. При проектировании инструмента типа «колесо» для внутренних профилей производится также анимация обкатки при врезании, так как часто именно срезание профиля при врезании не позволяет получать внутренние детали по методу обкатки.

При обкатке имеет место качение без скольжения полоид участвующих в зацеплении зубчатых звеньев, поэтому шаги зубьев звеньев по их полоидам должны быть одинаковы. При задании полоиды известного звена и его числа зубьев звеньев полоида искомого звена определяется однозначно и не может быть задана произвольно. Например, если оба звена – колёса, то радиус полоидной окружности второго звена определяется по формуле

$$R_{w2} = \frac{Z_2}{Z_1} R_{w1} \quad (1)$$

где Z_1, Z_2 – числа зубьев звеньев; R_{w1}, R_{w2} – радиусы полоид звеньев 1 и 2.

Если заданное звено – рейка, то должен быть известен её шаг p_1 , и радиус полоиды искомого наружного колеса, зацепляющегося с рейкой, определится по формуле

$$R_{w2} = \frac{p_1}{2\pi} Z_2 \quad (2)$$

где R_{w2} – радиус полоиды звена 2; p_1 – шаг заданной рейки; Z_2 – число зубьев звена 2.

Если искомым звеном является рейка, то её полоидой будет прямая, касающаяся заданной полоидной окружности колеса, и шаг зубьев искомой рейки определится по формуле

$$p_2 = \frac{2\pi R_{w1}}{Z_1} \quad (3)$$

где p_2 - шаг искомой рейки; R_{w1} - радиус полоиды звена 1; Z_1 – число зубьев звена 1[5].

Во всех случаях принята форма задания профилей в декартовых координатах с профильными углами – углами касательных к профилю с осью X . Для колёс осями являются прямые, проходящие через центр колеса. Система осей – правая (рис. 1). Для реек осью X является полоидная прямая.

По формулам (1...3) находятся полоиды участвующих в задачах звеньев.

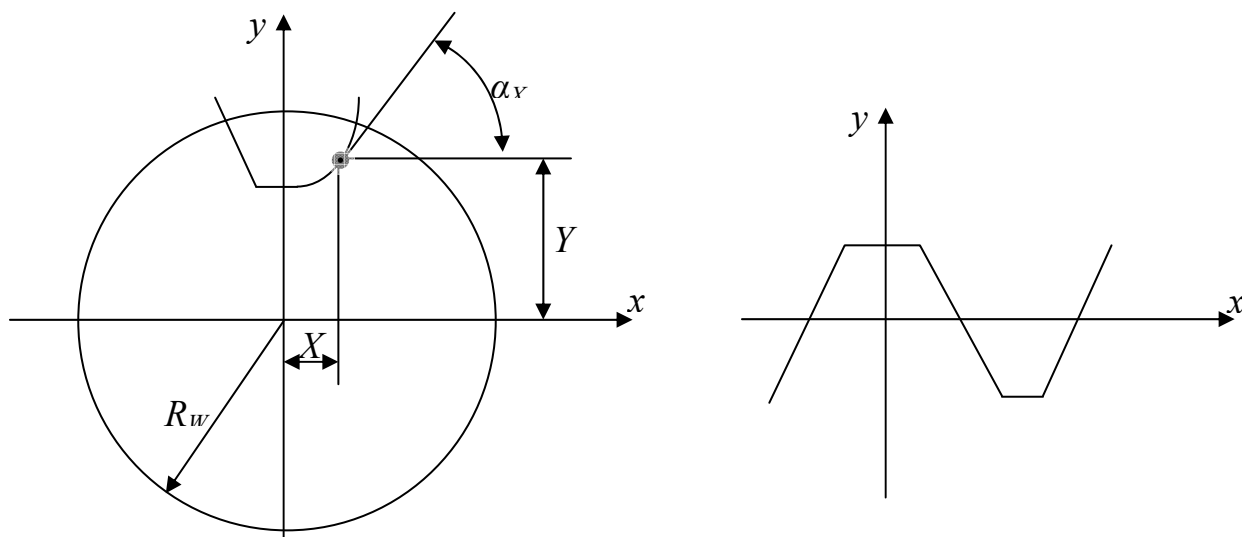


Рис. 1. Задание профилей деталей

Заданный профиль может быть зубом, впадиной и полным периодом профиля (зуб + впадина). В задании профилей наружных и внутренних колёс нет никакой разницы.

Расчет точек сопряженного профиля основан на применении известной теоремы Вилиса, согласно которой в точке контакта сопряженных профилей имеется общая нормаль, проходящая через полюс зацепления[6]. Так как полюс всегда находится на полоидах звеньев, возможно найти его текущее положение P_m (рис.2), соответствующее моменту контакта каждой точки профиля заданного звена и точки профиля искомого звена, как точки пересечения нормали в данной точке профиля известного звена и его полоиды. При этом используется процедура определения точки пересечения простейших линий на плоскости – прямой и окружности для колёс и двух прямых для реек.

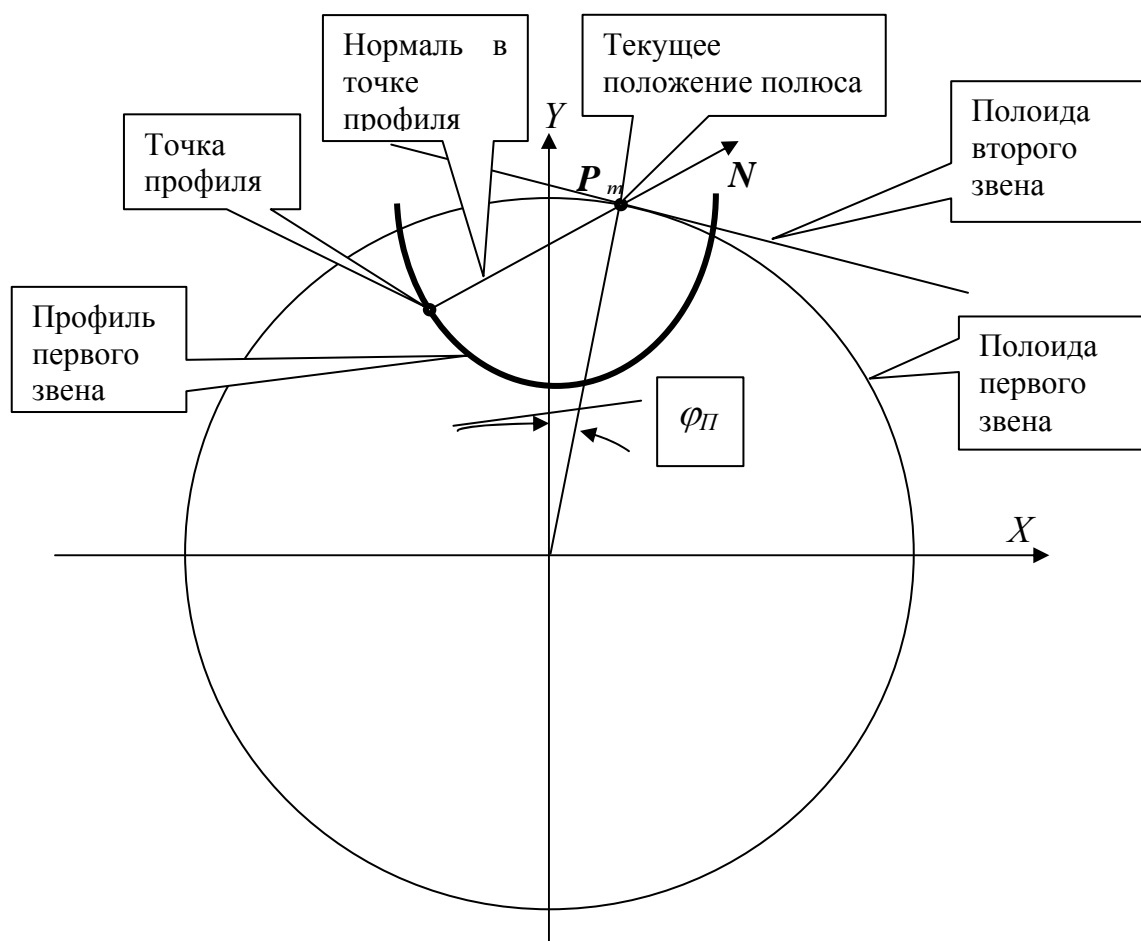


Рис. 2: Определение текущего положения полюса P_m для каждой точки профиля заданного звена.

После определения текущего положения полюса для каждой точки профиля, которое для колёс характеризуется полярным углом φ_{Π} , находится положение координатной системы искомого звена и данные точки профиля первого звена пересчитываются в систему координат искомого звена. Расчёт повторяется для каждой точки профиля заданного звена. Так как обычно бывает две точки пересечения нормали с полоидой, имеется специальная процедура, выбирающая из двух найденных пригодную точку для рассматриваемого случая. Если точки пересечения нормали с полоидой не существует, данная точка профиля не может быть обработана или не является рабочей (профилирующей) точкой инструмента в проверочной задаче.

На рис.3 приводится упрощённый алгоритм определения сопряженной точки для всех возможных вариантов задачи.

Формулы блока 1:

После определения X_{Π} и Y_{Π} с помощью процедуры пересечения линий находится угол

$$\varphi_{\Pi} = \text{FiPol}(Y_{\Pi}, X_{\Pi})$$

где FiPol – функция определения полярного угла по декартовым координатам; X_{Π}, Y_{Π} – декартовы координаты текущего положения полюса каждой точки профиля; φ_{Π} – полярный угол текущего положения полюса каждой точки профиля;

Формулы блока 2:

После определения X_{Π} и Y_{Π} с помощью процедуры пересечения линий находятся X_{o2}, Y_{o2} и ψ

$$X_{o2} = X_{\Pi} \quad (Y_{\Pi} = 0 \text{ и не нужен})$$

$$Y_{o2} = R_{w2}$$

$$\psi = \pi - X_{\Pi} / R_{w2}$$

где X_{o2} , Y_{o2} – координаты положения координатной системы искомого звена относительно заданного; ψ - угол поворота координатной системы искомого звена; R_{w2} – радиус полоиды искомого звена;

Формулы блока 3:

$$X_{o2} = (R_{w1} + R_{w2}) \cdot \sin \varphi_{\Pi}$$

$$Y_{o2} = (R_{w1} + R_{w2}) \cdot \cos \varphi_{\Pi}$$

$$\psi = \pi - \varphi_{\Pi} \cdot (R_{w1}/R_{w2} + 1)$$

Формулы блока 4:

$$X_{o2} = (R_{w1} - R_{w2}) \cdot \sin \varphi_{\Pi}$$

$$Y_{o2} = (R_{w1} - R_{w2}) \cdot \cos \varphi_{\Pi}$$

$$\psi = \pi - \varphi_{\Pi} \cdot (R_{w1}/R_{w2} - 1)$$

где X_{o2} , Y_{o2} – координаты положения координатной системы искомого звена относительно заданного; ψ - угол поворота координатной системы искомого звена; R_{w1} – радиус полоиды заданного звена; R_{w2} – радиус полоиды искомого звена; φ_{Π} – полярный угол текущего положения полюса каждой точки профиля; ψ - угол поворота координатной системы искомого звена;

Формулы блока 5:

$$X_{o2} = (\sin \varphi_{\Pi} - \varphi_{\Pi} \cdot \cos \varphi_{\Pi}) \cdot R_{w1}$$

$$Y_{o2} = (\cos \varphi_{\Pi} + \varphi_{\Pi} \cdot \sin \varphi_{\Pi}) \cdot R_{w1}$$

$$\psi = \pi - \varphi_{\Pi}$$

Формулы блока 6:

$$X_2 = (X_1 - X_{o2}) \cos \psi + (Y_1 - Y_{o2}) \sin \psi$$

$$Y_2 = (Y_1 - Y_{o2}) \cos \psi - (X_1 - X_{o2}) \sin \psi$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \psi$$

где X_2 , Y_2 – координаты точек искомого звена; α_1 – угол касательной к профилю с осью X заданного звена; α_2 - угол касательной к профилю с осью X искомого звена;

Профиль искомого звена описывается по той же форме, что и профиль заданного звена, и пригоден для всех операций с профилями, в том числе и для использования в качестве заданного в задачах плоской обкатки.

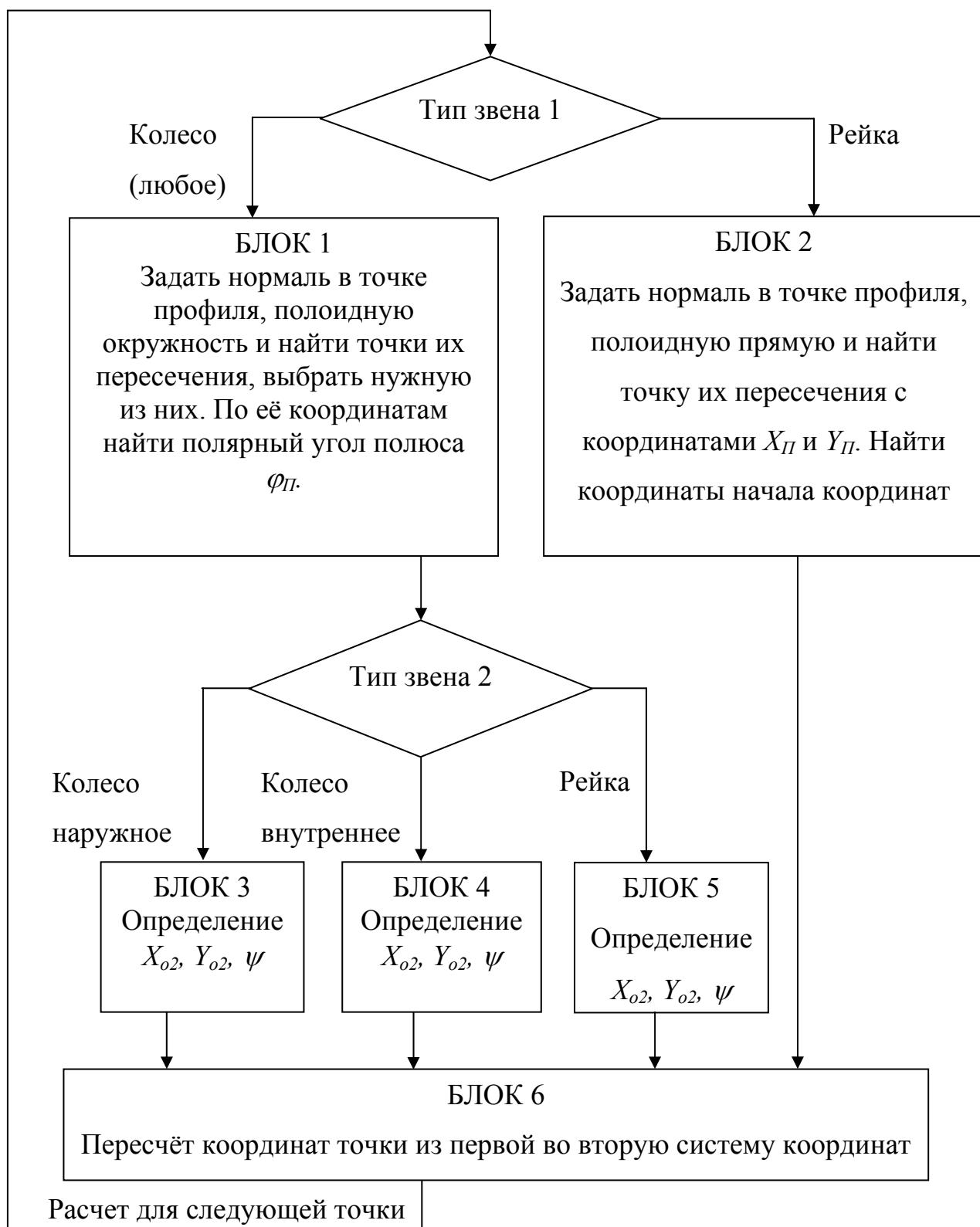


Рис. 3: Алгоритм определения сопряженной точки.

Приведенный алгоритм рис.3 положен в основу процедуры определения профиля сопряженного звена, которая является главной процедурой многих задач обкатки [7,8]. Ее параметрами являются: тип заданного зубчатого звена (кодируется наружное колесо – 0, рейка – 1, внутреннее колесо – 2), его профиль (имя переменной, в которой хранится профиль), радиус заданной полоиды (или сдвиг профиля рейки по оси Y), шаг рейки (если задана рейка), тип искомого звена, радиус его полоиды, имя, под которым в программе фигурирует искомый профиль. Последовательность расчета: расчет и проверка полоиды, определение профиля искомого звена, редактирование профиля искомого звена, визуализация обкатки.

Процедура является базовой и может быть включена в любую программу, а также может быть рекомендована как программа для демонстрации решения задач плоской обкатки для различных типов звеньев, таких как наружное колесо, рейка, внутреннее колесо.

Моделирование процесса формообразования детали и дальнейший анализ процесса позволяет качественнее и эффективнее подойти к проектированию обкатного зуборезного инструмента [9,10].

Литература

1. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. М.: Машиностроение, 1971. 212 с.
2. Лашнев С.И. Профилирование инструментов для обработки винтовых поверхностей. М.: Машиностроение, 1965. 152 с.
3. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. Киев.: Выща школа, 1977. 191 с.
4. Баландин А.Д. Программное обеспечение задач проектирования режущих инструментов // Прогрессивные технологии, конструкции и системы в

приборо- и машиностроении : тез. докл. Всероссийская научно-техническая конференция. Калуга, 1999. С.7.

5. Litvin F.L. Theory of Gearing // NASA References Publication 212, AVSCOM Technical Report 88. Washington, D.C., 1989. 620p.

6. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975. 639 с.

7. Щегольков Г.А. Дискретизация профиля изделия при автоматизированном проектировании фасонных режущих инструментов // Станки и инструмент. 1993. №5. С.16–20.

8. Bukinham E. How to evaluate the effect of spline misalignment, USA, Machinery. 1961. vol.67, №12. p.120.

9. Васильев А.С., Суханов Ю.В. Некоторые тенденции развития систем моделирования эксплуатационных качеств изделий на ЭВМ и рынка этих систем // «Инженерный вестник Дона», 2014, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2366/.

10. Демаков Д. В. Краткий анализ исследований проблем развития регионального машиностроения // Инженерный вестник Дона, 2012, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/.

References

1. Lashnev S. I. Formoobrazovanie zubchatych detalei reechnymi i cherviachnymi instrumentami [Form shaping gear parts rack and pinion and worm gear tools]. М.: Mashinostroenie, 1971. 212 p.

2. Lashnev S. I. Profilirovanie instrumentov dlya obrabotki vintovykh poverchnostey [Profiling tools for machining of helical surfaces]. М.: Mashinostroenie, 1965. 152 p.

3. Rodin P. R. Osnovy formoobrazovaniia poverkhnostei rezaniem [Fundamentals of shaping surfaces by cutting]. Kiev.: Vyshcha shkola, 1977. 191 p.
4. Balandin A. D. “Programmnoe obespechenie zadach proektirovaniia rezhushich instrumentov” Progressivnye tekhnologii, konstruktsii i sistemy v priboro- i mashinostroenii: tez. dokl. Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya.[Software design problems cutting tools] High technologies, structures and systems in instrument and mechanical engineering : proc. dokl. All-Russian scientific-technical conference. Kaluga, 1999. 7 p.
5. Litvin F.L. Theory of Gearing. NASA References Publication 212, AVSCOM Technical Report 88. Washington, D.C., 1989. 620p.
6. Artobolevskij I. I. Teoriia mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]. M.: Science, 1975. 639 p.
7. Shchegol'kov G.A . Stanki i instrument. 1993. №5. pp. 16-20.
8. Bukinham E. How to evaluate the effect of spline misalignment. USA, Machinery. 1961. vol.67, №12. p.120.
9. Vasil'ev A.S., Suhanov Ju.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, № 2 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2014/2366/.
10. Demakov D. W. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, № 3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/.