

## Способы учёта энергозависимости эффективной массы горячих носителей в объёме полупроводников типа $A^{III}B^V$ для различных случаев дисперсии

*И.В. Малышев, К.А. Филь, Е.Н. Осадчий*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В работе рассмотрены способы учёта энергозависимости эффективной массы горячих носителей в объёме полупроводников типа  $A^{III}B^V$  для трех различных случаев дисперсии. Проанализированы классическое отклонение дисперсии от квадратичного закона, кейновское отклонение дисперсии от квадратичного закона и зависимость  $m(W)$ , связанная с двухдолинным представлением полупроводников типа  $A^{III}B^V$ .

**Ключевые слова:** дисперсионная характеристика, эффективная масса, квадратичный закон, кейновское отклонение дисперсии, эффект «утяжеления» электронов, энергетические зависимости, разогревные эффекты.

При исследовании механизмов нелинейности твердотельной плазмы, проявляющейся в сильных электрических полях (напряжённость которых в объёме некоторых полупроводников соизмерима с напряжённостью порогового поля эффекта Ганна), наиболее важным является вопрос об отклонении дисперсионной характеристики от квадратичного закона, которую можно учесть путем ввода зависимости эффективной массы  $m$  носителей от их средней энергии  $W$  [1, 2].

Известно [3], что на дне зоны проводимости (ЗП) эффективная масса носителей заряда положительна и является константой  $m = m_0 > 0$ , а её энергия определяется как  $W_0 = \frac{3}{2} kT_0$  (где:  $k$  - постоянная Больцмана;  $T_0 = 300\text{K}$  – комнатная температура). На вершине ЗП  $m < 0$ , а при разогреве внешним полем, с ростом энергии, когда  $W \rightarrow \frac{\Delta W_{зп}}{2}$  ( $\Delta W_{зп}$  – ширина зоны проводимости), величина  $m$  будет в точке  $\frac{\Delta W_{зп}}{2}$  переходить через  $\pm \infty$ .

При одномерном кристаллографическом рассмотрении вдоль одной из осей, можно выделить три известных причины появления этой зависимости [1, 3]:

1. Классическое отклонение дисперсии от квадратичного закона является определяющей причиной нелинейных свойств объёма полупроводника. Этот эффект записывается соотношением [2]:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} \left( 1 - 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{\text{зп}}} \right), \quad (1)$$

где  $m_0$  – эффективная масса при энергии  $W = W_0$ ;  $\Delta W_{\text{зп}}$  – полная ширина разрешённых значений  $W$  в ЗП при движении вдоль одной из осей. (Для направления  $\langle 100 \rangle$  в *GaAs* определено  $\Delta W_{\text{зп}} = 1,93$  эВ).

2. Учёт Кейновского рассмотрения отклонения дисперсии от квадратичного закона, проявляющееся за счёт учёта влияния электронов основной зоны на поведение электронов в ЗП, что приводит к дополнительной энергии  $\Delta W$ , квантование которой приводит, в свою очередь, к квантованию энергетических уровней и образованию дополнительных подзон [4]. Это проявляется в виде степенной зависимости:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} \left[ \frac{1}{\left( 1 + 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{\text{зп}}} \right)} \right]^3. \quad (2)$$

3. Зависимость  $m(W)$ , связанная с двухдолинным представлением полупроводников типа  $A^{III}B^V$  ( $A^{II}B^{VI}$  и др.). Само по себе это представление довольно громоздко и может быть упрощено за счёт рассмотрения эффекта «утяжеления» электронов при переходе их в боковые долины в процессе разогрева. Это можно описать в виде соотношения [5]:

$$m = m_n + \frac{m_2 - m_n}{2} \left[ 1 + \epsilon \hbar \left( \frac{W - W_0}{\Delta W_{\text{зп}}} \right) \right], \quad (3)$$

где  $m_n = 0,072 m_c$  и  $m_g = 1,2 m_c$  – массы электронов в верхней и нижней долинах соответственно;  $m_c$  – масса свободного электрона;  $W_0$  – энергия уровня дна боковой долины (для GaAs:  $W_0 - W_g = 0,36$  эВ);  $\Delta W_n$  – интервал средних энергий электронов, внутри которого, при  $W \approx W_0$ , осуществляется переход в боковую долину. При рассеянии на оптических фононах:

$$\Delta W_n = h_0 \omega_{of} \approx 0,035 \text{ эВ.}$$

Подставляя вместо  $m_0$  в выражении (1) величину  $m$  из (2), получим достаточно общий закон изменения эффективной массы электрона в зоне проводимости из-за отклонения дисперсии от квадратичной зависимости:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} \left( 1 - 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right) / \left( 1 + 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right)^2. \quad (4)$$

Если в соотношение (3) в качестве  $m_n$  подставить величину  $m$  определяемую из (4), а в качестве  $m_g$  соответствующую  $m$ , также определяемую из (4) для верхней долины (т.е. заменив в (4)  $m_0 = m_g$  – эффективная масса дна боковой долины,  $W_0 = W_g$ ,  $\Delta W_{zn} = \Delta W_{zn0}$  – расстояние от дна боковой долины до вершины основной зоны,  $\Delta W_{zn} = \Delta W_{zn0}$  – ширина зоны проводимости боковой долины (для GaAs:  $\Delta W_{zn0} = 1,76$  эВ;  $\Delta W_{zn0} = 2$  эВ)), то получившийся при этом закон будет учитывать все три представленных эффекта изменения эффективной массы от энергии:

$$m = \frac{1}{m_0} \frac{\left( 1 + 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right)^2}{\left( 1 - 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right)} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{m_g} \frac{\left( 1 + 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn0}} \right)^2}{\left( 1 - 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn0}} \right)} - \frac{1}{m_0} \frac{\left( 1 + 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right)^2}{\left( 1 - 2 \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right)} \right) \times \left[ 1 + \frac{\hbar}{2} \left( \frac{W - W_0}{\Delta W_{zn}} \right) \right]. \quad (5)$$

Все вышеперечисленные подстановки проиллюстрированы на Рис.1 в виде трёх графиков, построенных в нормированном виде.

Так как полученное выражение достаточно громоздко и не удобно для применения в практических расчетах, можно, в качестве феноменологического подхода, не рассматривать отдельно каждый из вышеперечисленных случаев, а обобщить их в виде соотношения, полученного после разложения  $\frac{1}{m} = f(W)$  в ряд Тейлора и ограничения первым членом этого ряда [2, 5]:

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0} \left( 1 - p_m \frac{W - W_0}{W_0} \right), \quad (6)$$

где  $p_m$  – безразмерный параметр, зависящий от типа полупроводника, определяемый из его дрейфовой характеристики.

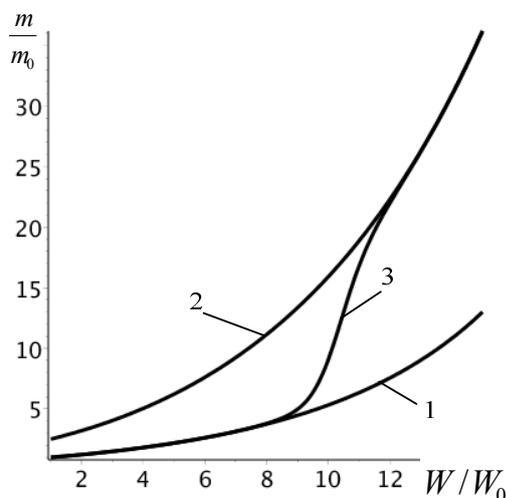


Рис. 1. - Энергетические зависимости нормированной эффективной массы для основной долины GaAs (график 1, уравнение (4)), боковой долины (график 2, уравнение (4)) и суммарная, учитывающая междолинный переход (график 3, уравнение (5)).

Этот вывод подтверждается графическим сравнением соотношений (5) и (6), приведённом на Рис.2, из которого видно практически полное совпадение

кривых, особенно при  $\frac{W}{W_0} > 8,5$ , что соответствует диапазону изменения  $\frac{m}{m_0}$   $> 4,2$ .

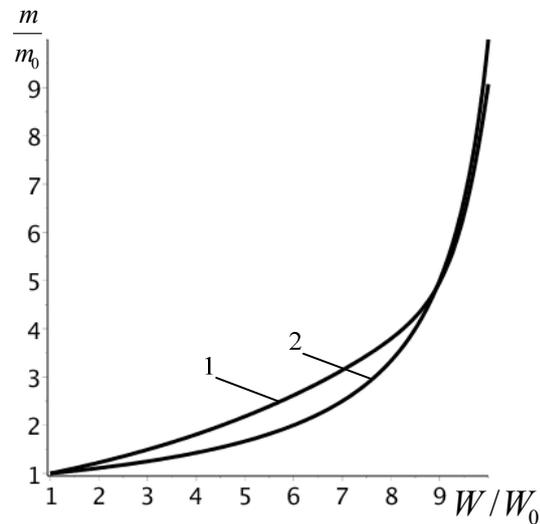


Рис. 2. - Энергетические зависимости нормированной эффективной массы, рассчитанные по уравнениям (5) (график 1) и (6) (график 2).

Проведём анализ соотношений (5) и (6) с использованием дифференциальных уравнений сохранения [8]:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{eEp}{m} - \frac{W - W_0}{\tau_p}; \quad (7)$$

$$\frac{dp}{dt} = eE - \frac{p}{\tau}; \quad (8)$$

где:  $e$  – заряд электрона;  $\tau$  и  $\tau_p$  – времена релаксации квазиимпульса  $p$  и энергии  $W$  соответственно.

После подстановки (7) в (6) и рассмотрения стационарного случая этих уравнений, получим в нормированной форме:

$$\frac{E}{E_{II}} = \sqrt{\frac{m}{m_0} p m \left( \frac{W}{W_0} - 1 \right)}, \quad (9)$$

где:  $E_{II} = \sqrt{\frac{m_0 W_0}{e^2 \rho_{mT_s}}}$  – напряжённость порогового электрического поля эффекта Ганна [2].

Подставляя в уравнение (9) зависимости  $m(W)$ , полученные ранее, можно оценить для вышеперечисленных случаев (4) - (6) влияние внешнего электрического поля на среднюю энергию носителей с учетом разных механизмов дисперсии (рис. 3) [6, 7].

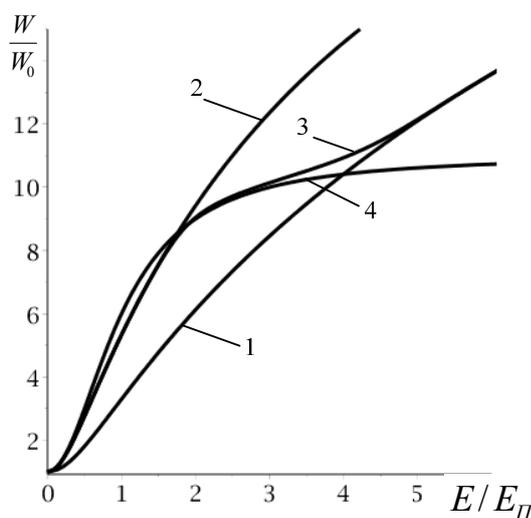


Рис. 3. - Зависимости нормированных значений средней энергии носителей от внешнего постоянного поля, 1- для основной долины, 2 – для боковой долины, 3 – с учетом междолинного перехода, 4 – рассчитанный с использованием уравнения (6).

Из графиков, приведенных на рис 3, видно, что график 4, построенный с использованием уравнения (6), хорошо аппроксимирует кривую 3, построенную по уравнению (5) в диапазоне значений  $4,2 > \frac{E}{E_{II}} > 1,5$ , что соответствует вышеупомянутому условию  $\frac{W}{W_0} > 8,5$ , и что вполне удовлетворяет обычному рабочему режиму приборов, использующих разогревные эффекты в структурах из GaAs [9 - 10].

Используя (6), определим плотность выходного тока как:  
$$j = en\mu E = \frac{e^2 n \tau}{m} E.$$
 Введя параметры:  $\mu_0 = \frac{e\tau}{m_0}$ , а также  $j_n = en\mu_0 E_n = \frac{e^2 n \tau E_n}{2m_0}$ , можно из решения стационарного случая уравнений (7) и (8), получить в нормированном виде:

$$\frac{j}{j_n} = \frac{E/m}{E_n/m_0} = 2 \frac{E}{E_n} / \left(1 + \frac{E^2}{E_n^2}\right). \quad (10)$$

Полученное уравнение имеет компактный вид и удобно для использования как для аналитических, так и для численных прикладных расчётов. График этой зависимости приведён на рис.4.

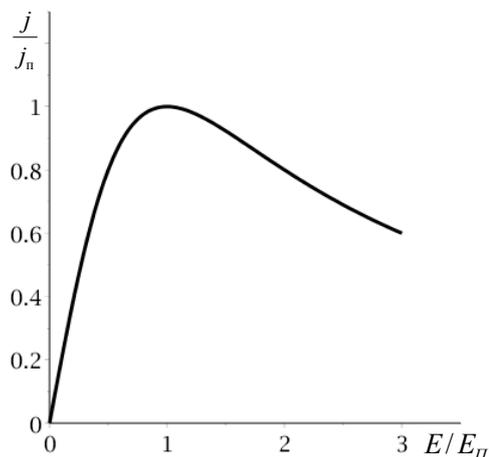


Рис. 4. - График, построенный по соотношению (10).

Видно, что этот график, определяет экстремум в точке  $\frac{E}{E_n} = 1$ , что соответствует виду дрейфовой характеристики для *GaAs* ( он может быть также построен для объёмов других структур полупроводников подобного типа). Это соответствие также подтверждается результатами анализа 3-го случая вышеизложенных рассмотрений  $m(W)$  по соотношению (5).



## Литература

1. Малышев В.А. Метод анализа микроволновых нелинейных процессов в объёме полупроводников с переменной эффективной массой носителей заряда в свёрхрешётках и в приборах на их основе // Известия ВУЗов. Электроника. 1999. №4. С. 3-10.
  2. Малышев В.А. Теория разогревных нелинейностей плазмы твёрдого тела. // Изд. Ростовского Университета. 1979. 264 С.
  3. Malyshev I.V., Fil K.A., Parshina N.V. Methods of the Dispersion Type Accounting on Output Parameters of  $A^{III}B^V$  Type Semiconductors in Strong Electric Fields. // Materials of 2017 International Conference on Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2017). Jabalpur. India. 2017. pp.167 - 168.
  4. Малышев И.В., Осадчий Е.Н., Филь К.А. Способы управления индуцированной дрейфовой характеристикой горячих носителей внешним магнитным полем и его ориентацией относительно электрического // Успехи современной науки. 2016. № 12. С. 26 – 29.
  5. Малышев И.В., Филь К.А., Паршина Н.В. Нелинейность коэффициента диффузии горячих носителей в объёме полупроводника под действием электрического и магнитного полей // Известия ВУЗов. Физика. 2017. № 6. С. 3 – 6.
  6. Фиговский О.Л., Кудрявцев Н.П., Ольховик Е.О. Устройство для измерения магнитных характеристик ферромагнитных материалов при объемном напряженном состоянии // Инженерный вестник Дона. 2016. №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3740](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3740).
  7. Богданов С.А., Захаров А.Г., И.В. Писаренко И.В. Влияние многозарядных примесных центров на распределение потенциала в приповерхностной области полупроводника // Инженерный вестник Дона. 2013. №1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/3740](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/3740).
-

8. Кротов В.И., Малышев И.В. Феноменологическая теория диффузионных свойств носителей заряда в сверхрешётках и полупроводниках с произвольным законом дисперсии // Электронная техника. Сер.6. 1984. Вып. 1(186). С. 41–45.
9. Brshov H., Ryzhii V. A computer simulation of suppression of hot carrier degradation in Si- MOSFETs doped by Germanium // Proceedings of 2nd International conference on VLSI and CAD. Seoul. 1991. pp.171-174.
10. Павленко Д. В., Прохоров Э. Д. Двумерная модель электронных процессов в диодах Ганна с учетом ударной ионизации // Вестник ХНУ. Радиофизика и электроника. 2004. - № 622. С.17 - 22.

#### References

1. Malyshev V.A. Izvestija VUZov. Jelektronika. 1999. №4. pp. 3-10.
  2. Malyshev V.A. Teorija razogrevnyh nelinejnostej plazmy tvjordogo tela. // Izd. Rostovskogo Universiteta. 1979. 264 p.
  3. Malyshev I.V., Fil K.A., Parshina N.V. Materials of 2017 International Conference on Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2017). Jabalpur. India. 2017. pp. 167 - 168.
  4. Malyshev I.V., Osadchij E.N., Fil' K.A. Uspehi sovremennoj nauki. 2016. № 12. pp. 26 – 29.
  5. Malyshev I.V., Fil' K.A., Parshina N.V. Izvestija VUZov. Fizika. 2017. №6. pp. 3 – 6.
  6. Figovskij O.L., Kudrjavcev N.P., Ol'hovik E.O. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2016. №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3740](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2016/3740).
  7. Bogdanov S.A., Zaharov A.G., I.V. Pisarenko I.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2013. №1. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/3740](http://ivdon.ru/magazine/archive/n1y2013/3740).
  8. Krotov V.I., Malyshev I.V. Jelektronnaja tehnika. Ser.6. 1984. Vyp. 1(186). pp. 41– 45.
-



9. Brshov H., Ryzhii V. Proceedings of 2nd International conference on VLSI and CAD. Seoul. 1991. pp.171-174.
10. Pavlenko D. V., Prohorov Je. D. Vestnik HNU. Radiofizika i jelektronika. 2004. - № 622. pp.17 - 22.