

## Влияние фотограмметрической и внутренней рефракций на определение линейных элементов внешнего ориентирования

*В.И. Куштин, Н.Ф. Добрынин, Т.М. Пимшина*

*Ростовский государственный университет путей сообщения*

**Аннотация:** Объектом исследований в представленной работе является влияние фотограмметрической и внутренней рефракций на определение линейных элементов внешнего ориентирования. Также предложен более простой по сравнению со строгим метод решения обратной пространственной фотограмметрической засечки, проверка правильности которого, выполненная методом моделирования, показала его достаточно высокую точность.

**Ключевые слова:** фотограмметрия, засечка, обратная пространственная засечка, рефракция, элементы внутреннего и внешнего ориентирования, опорные точки, метод моделирования.

Определение элементов внутреннего и внешнего ориентирования и поправок в координаты точек снимка по опорным точкам основано на решении обратной пространственной фотограмметрической засечки. Строгое решение обратной пространственной засечки по трем опорным точкам и их изображениям на снимке (рис.1) приводит к решению уравнения четвертой степени [1].

Исследование этого метода решения задачи с использованием моделей снимка и местности показало, что решение является довольно сложным и недостаточно эффективным для практического использования. Решение задачи осложняется тем, что проектирующие лучи вследствие оптической рефракции не являются прямыми, в общем случае они являются пространственными кривыми [2].

При выводе формул фотограмметрии предполагается, что световой луч от объекта до центра проекции является прямой линией [3-9]. В действительности луч света, проходя через слои атмосферы, имеющие различные плотности, искривляется. Это искривление называется рефракцией.

---

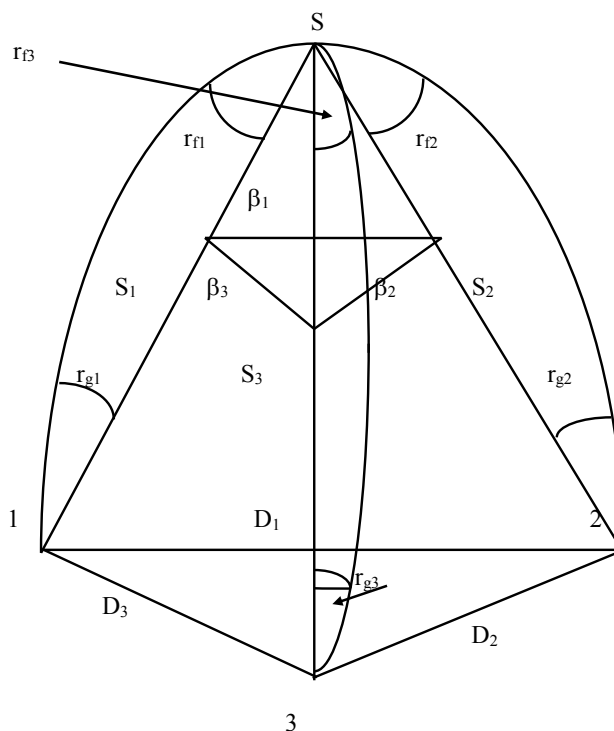


Рис.1 - Обратная пространственная засечка по трем опорным точкам

Летательный аппарат, в котором находится приемник излучения, перемещаясь в атмосфере, создает вблизи себя поток обтекания, атмосферная среда в котором по своим оптическим характеристикам отличается от атмосферной среды в свободной атмосфере. Оптические лучи, проходя через поток обтекания, получают дополнительное искривление, называемое рефракцией в потоке обтекания. Затем оптические лучи проходят через иллюминатор и воздушную среду внутри летательного аппарата. Так как оптические характеристики иллюминатора и атмосферы внутри летательного аппарата отличаются от атмосферных условий в потоке обтекания, то возникает искривление и преломление оптических лучей в системе: поток обтекания – иллюминатор – атмосфера внутри летательного аппарата, называемое внутренней рефракцией [1].

Вопросы учета рефракции при решении обратной пространственной фотограмметрической засечки рассматривались в [1], но в этой работе было

сделано предположение о равенстве углов  $r_f$  и  $r_g$  (рис.1), что не соответствует действительности. Поэтому перед решением обратной пространственной фотограмметрической засечки целесообразно в координаты точек снимка или местности ввести поправки за фотограмметрическую рефракцию. Используем для этой цели достаточно строгие формулы, полученные в [10]:

$$\delta x = -r_f^0 \frac{x(f^2 + x^2 + y^2)}{\rho \cdot f^2} = -\frac{r_f^0 S_i^2 x}{\rho \cdot f^2} \quad (1)$$
$$\delta y = -r_f^0 \frac{y(f^2 + x^2 + y^2)}{\rho \cdot f^2} = -\frac{r_f^0 S_i^2 y}{\rho \cdot f^2}$$

где  $x, y$  - координаты точек на горизонтальном снимке,

$f$  - фокусное расстояние аэрофотоаппарата (АФА),

$$r_f^0 = c_0 \left[ \frac{R_c}{g_0} \cdot \frac{(p_g - p_a)}{(H_a - H_g)} - \frac{p_a}{T_{va}} \right] \quad (2)$$

$$c_0 = \rho \cdot 10^{-6} \frac{N_0 T_{v0}}{p_0}, \quad (3)$$

где  $R_c, g_0$  - удельная газовая постоянная и ускорение силы тяжести,

$p_g, p_a$  - давление в снимаемой точке на земной поверхности и у АФА,

$T_{va} = T \left( 1 - 0,138 \frac{e_a}{p_a} \right)$  – виртуальная температура у АФА,

$e_a$  - влажность воздуха у АФА,

$H_a, H_g$  - высоты центра проектирования S и точки на земной поверхности,

$N_0$  - индекс преломления газовой среды (воздуха) при виртуальной температуре  $T_{v0}$  и давлении  $p_0, \rho = 206265$ ''.

В тех случаях, когда оптический луч проходит последовательно через атмосферу, поток обтекания, иллюминатор и атмосферу кабины летательного аппарата, полагая, что границы перечисленных сред являются плоскими и параллельными друг другу (горизонтальными) [10]

$$r_f = r_{fk}^0 \operatorname{tg} \varphi ,$$

где

$$r_{fk}^0 = c_0 \frac{R_c (p_g - p_a)}{g_0 (H_a - H_g)} - c_k \frac{p_k}{T_k} , \quad (4)$$

где

$$c_k = \frac{N_{0k} T_0}{p_0} \rho \cdot 10^{-6} ,$$

$N_{0k}$  - индекс преломления газовой среды в кабине при давлении  $p_0$  и температуре  $T_0$ . Если газовый состав в кабине летательного аппарата не отличается от газового состава внешней атмосферы, то  $C_k = C_0$ .

В тех случаях, когда снимок является наклонным, то целесообразно поправки за рефракцию вводить в высоты точек на местности. На рис.2, учитывая  $r_f = r_f^0 \operatorname{tg} \varphi$ , имеем

$$\Delta Z_1 = \frac{r_f^0 \operatorname{tg} \varphi}{\sin \varphi} S_1 = r_f^0 \frac{S_1}{\cos \varphi} = -r_f^0 \frac{S_1' S_1}{Z_1 + \Delta Z_1 - Z_S} = r_f^0 \left\{ \left[ \frac{[(X_1 - X_S)^2 + (Y_1 - Y_S)^2 + (Z_1 - Z_S)^2] \times}{\left[ 1 + \frac{(X_1 - X_S)^2 + (Y_1 - Y_S)^2}{(Z_1 + \Delta Z_1 - Z_S)^2} \right]} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} . \quad (5)$$

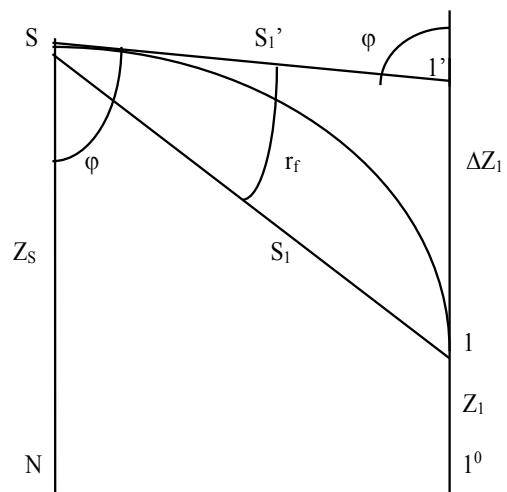


Рис.2 - Поправки за рефракцию в высоты точек для наклонного снимка

Так как в формулу (5) входят определяемые величины  $X_S$ ,  $Y_S$ ,  $Z_S$  и  $\Delta Z_I$ , задача решается методом приближений.

Выясним, при каких углах наклона можно пользоваться формулами, полученными для горизонтальных снимков. Дифференцируя формулы (1) по переменным  $x$ ,  $y$ , получим

$$d\delta x = -\frac{r_f^0}{\rho''} \left[ \left( 1 + \frac{3x^2 + y^2}{f^2} \right) dx + \frac{2xy}{f^2} dy \right] \quad (6)$$

$$d\delta y = -\frac{r_f^0}{\rho''} \left[ \left( 1 + \frac{x^2 + 3y^2}{f^2} \right) dy + \frac{2xy}{f^2} dx \right]$$

Максимальные значения  $d\delta x$  и  $d\delta y$  будут при  $|x| = |y|$  в углах снимка. При  $r_f^0 = 60''$ ,  $|x| = |y| = 80$  мм,  $f = 100$  мм при  $\delta x = \delta y$ , получим  $|d\delta x| = |d\delta y| = 0,0014|dx|$ . При допустимом значении  $d\delta x = d\delta y = 0,010$  мм имеем  $dx \frac{0,010}{0,0014} = 7,14$  мм, а  $dr = dx\sqrt{2} = 10,10$  мм, которые будут соответствовать максимальному искажению радиус-вектора на снимке

$$\delta r_{\max} = \frac{r^2 \alpha_0}{f\rho}, \text{ откуда } \alpha_0 = \frac{\delta r_{\max} f\rho}{r^2} = \frac{10,10 \cdot 100 \cdot 57,3}{113} = 4,5^\circ.$$

Следовательно, при углах наклона  $\alpha \leq 4,5^\circ$  ошибки в  $\delta x$ ,  $\delta y$ , вычисленные по формулам (1) при отмеченных выше значениях, не будут превышать 10 мкм. Поэтому формулами (1) можно пользоваться не только для горизонтальных, но и для плановых снимков.

Как отмечено выше, строгое решение обратной пространственной засечки является неэффективным, поэтому целесообразно разработать более простой метод решения этой задачи.

На рис.2 по теореме косинусов в треугольнике  $S12$  имеем

$$S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2 \cos\beta_1 - D_1^2 = 0 \quad (7)$$

или

$$\begin{aligned} & (X_1 - X_S)^2 + (Y_1 - Y_S)^2 + (Z_1 - Z_S)^2 + (X_2 - X_S)^2 + (Y_2 - Y_S)^2 + \\ & + (Z_2 - Z_S)^2 - 2 \left\{ \left[ (X_1 - X_S)^2 + (Y_1 - Y_S)^2 + (Z_1 - Z_S)^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times \left[ (X_2 - X_S)^2 + (Y_2 - Y_S)^2 + (Z_2 - Z_S)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \cos \beta_1 - D_1^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Примем  $X_S = X_S^0 + \delta X_S$ ,  $Y_S = Y_S^0 + \delta Y_S$ ,  $Z_S = Z_S^0 + \delta Z_S$ . Подставив эти значения в (8), после преобразований, отбрасывая члены второго и более высокого порядка малости, для трех точек имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} a_1 \delta X_S + b_1 \delta Y_S + c_1 \delta Z_S + l_1 &= 0, \\ a_2 \delta X_S + b_2 \delta Y_S + c_2 \delta Z_S + l_2 &= 0, \\ a_3 \delta X_S + b_3 \delta Y_S + c_3 \delta Z_S + l_3 &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} a_i &= (X_i - X_S^0) Q_i + (X_{i+1} - X_S^0) Q_i', \quad b_i = (Y_i - Y_S^0) Q_i + (Y_{i+1} - Y_S^0) Q_i', \\ c_i &= (Z_i - Z_S^0) Q_i + (Z_{i+1} - Z_S^0) Q_i', \quad l_i = \frac{1}{2} (D_i^2 - D_i^{02}) = \frac{1}{2} (D_i - D_i^0) (D_i + D_i^0), \\ Q_i &= 1 - q_i \cos \beta_i, \quad Q_i' = 1 - \frac{\cos \beta_i}{q_i}, \quad q_i = \frac{S_{i+1}^0}{S_i^0}, \quad S_i^0 = \sqrt{(X_i - X_S^0)^2 + (Y_i - Y_S^0)^2 + (Z_i - Z_S^0)^2} \\ S_i &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + f^2}, \quad \cos \beta_i = \frac{x_i x_{i+1} + y_i y_{i+1} + f^2}{\sqrt{(x_i^2 + y_i^2 + f^2)(x_{i+1}^2 + y_{i+1}^2 + f^2)}} \end{aligned}$$

Значения  $D_i^0$  определяют по формуле (7), в которую вместо  $S_i$  подставляют  $S_i^0$ . Задача решается методом приближений.

Проверка правильности полученных формул, выполненная методом моделирования по данным, приведенным в табл. 1, показала, что уже второе приближение позволяет определить значения  $X_S$ ,  $Y_S$ ,  $Z_S$  с ошибками 0,135 м; 0,032 м и 0,502 м соответственно, т.е. с достаточно высокой точностью.

Для количественной оценки влияния рефракции на результаты решения обратной пространственной засечки предварительно в координаты точек снимка введем поправки  $\delta x$ ,  $\delta y$  по формуле (1).

Таблица 1

Координаты точек на снимке и соответствующие им  
координаты точек на местности.

$$X_S = Y_S = 0, Z_S = 353815.0 \text{ м}, f = 140 \text{ мм}, X_S^0 = 14700.00 \text{ м}, Y_S^0 = -9819.35 \text{ м}, Z_S^0 = 348319.00 \text{ м}$$

№ точки	x, мм	y, мм	X, м	Y, мм	Z, мм
1	73,73582	82,90761	196229,74	199939,31	-368,83
2	-89,69884	97,87368	-203754,14	203708,18	-618,38
3	-94,10511	-69,20215	-208153,80	-203195,47	-452,45

Положим, что фотографирование выполнено из кабины летательного аппарата, в которой давление  $p_k = 1020$  гПа,  $T_k = 290,0$  К. Давление  $p_g = 980$  гПа,  $p_a = 0$ . Для зеленой части спектра ( $\lambda = 0,55$  мкм) имеем  $C_0 = 16.297$  угл.с / гПа,  $C_0 \frac{R_c}{g_0} = 0.47702$  угл.с / гПа. Газовый состав в кабине принят соответствующим газовому составу атмосферы. Результаты вычислений и сравнение полученных с учетом рефракций координат центра проектирования с их значениями, вычисленными без учета рефракции, показывают, что разности  $\Delta X_S = -4,36$  мм,  $\Delta Y_S = -0,78$  м,  $\Delta Z_S = 158,88$  м.

Следовательно, фотограмметрическая и внутренняя рефракция в основном приводит к искажению координаты  $Z_S$ , или высоты фотографирования, тогда как искажение плановых координат является сравнительно небольшим.

### Литература

1. Куштин И.Ф., Бруевич П.Н., Лысков Г.А. Справочник техника - фотограмметриста. - М.: Недра, 1988., 320 с.

2. Куштин В.И. Разработка и исследование методов аналитического трансформирования снимков и их использование при решении научно-технических задач. Диссертация на соискание степени к.т.н. – Ростов-на-Дону.: РГСУ, 1999, 226 с.
3. Dengsheng Lu, Emilio Moran, Scott Hetrick. Detection of impervious surface change with multitemporal Landsat images in an urban– rural frontier // ISRRS J. Photogramm. and Remote Sens, 2011. 66, № 3 pp. 298-306.
4. Balci Murat, Foroosh Hassan. Subpixel estimation of shifts directly in the Fourier domain //IEEE Trans. Image Process, 2006. 15, – № 7. – pp. 1965-1972.
5. Brandstatter G. Fundamentals of Algebraic-Projective Photogrammetry URL: planet-austria.at/0xc1aa500d\_0x00022343.pdf.
6. Куштин В.И., Ревякин А.А., Добрынин Н.Ф., Щербак П.Н., Петренко А.М. Разработка аналитических методов трансформирования и их применение для обработки космических снимков // Инженерный вестник Дона, 2017, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4539.
7. Добрынин Н.Ф., Пимшина Т.М. Взаимное ориентирование снимков с новым сочетанием угловых элементов в стереопаре // Инженерный вестник Дона, 2014, №2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2347.
8. Добрынин Н.Ф., Пимшина Т.М. Использование космических средств позиционирования при обработке аэро- и космической информации // Инженерный вестник Дона, 2013, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1835.
9. Бирюков В.С. Обработка цифровых снимков в фотограмметрии: Монография / Москва: ВИУ, 2001. – 194 с.
10. Куштин И.Ф. Справочник техника - геодезиста. - М.: Недра, 1993., 320 с.

### References

1. Kushtin I.F., Bruevich P.N., Lyskov G.A. Spravochnik tehnika – fotogrammetrista [Reference book of the photogrammetric technician]. M. Nedra,
-



1988., 320 p.

2. Kushtin V.I. Razrabotka i issledovanie metodov analiticheskogo transformirovaniya snimkov i ih ispol'zovanie pri reshenii nauchno-tehnicheskikh zadach. Dissertacija na soiskanie stepeni k.t.n. [Development and research of methods of analytical transformation of images and their use in solving scientific and technical problems. Thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences.]

Rostov-na-Donu. RGSU, 1999, 226 p.

3. Lu Dengsheng, Emilio Moran, Scott Hetrick. ISRRS J. Photogramm. and Remote Sens, 2011. 66, № 3. pp. 298-306.

4. Balci Murat, Foroosh Hassan. IEEE Trans. Image Process, 2006. 15, № 7. pp. 1965-1972.

5. Brandstatter G. Fundamentals of Algebraic-Projective Photogrammetry. URL: [planet-austria.at/0xc1aa500d\\_0x00022343.pdf](http://planet-austria.at/0xc1aa500d_0x00022343.pdf).

6. Kushtin V. I., Revyakin A. A., Dobrynin N. F., Shcherbak P. N., Petrenko A. M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4539](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4539).

7. Dobrynin N.F., Pimshina T.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №2 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2347](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2347).

8. Dobrynin N.F., Pimshina T.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №3 URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1835](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2013/1835).

9. Birjukov B.C. Obrabotka cifrovyyh snimkov v fotogrammetrii. [Processing digital images in photogrammetry]. Monografija. Moskva: VIU, 2001. 194 p.

10. Kushtin I.F. Spravochnik tehnika – geodezista [Handbook of a surveyor]. M.

Nedra, 1993, 320 p.