

Расчет коэффициента неоднородности смеси при смешении сыпучих сред, частицы которых имеют различные размеры и форму

*А.Е. Лебедев¹, А.И. Холодкова², А.А. Мурашов², А.А. Ватагин¹,
И.П. Королев¹*

¹Ярославский государственный технический университет, Ярославль

²Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны имени Маршала Советского Союза Л.А. Говорова, Ярославль

Аннотация: В статье рассматривается строение и принцип действия усовершенствованного агрегата для смешения сыпучих материалов, имеющего возможность управления режимами смешения. Приведена расчетная схема процесса формирования разреженного потока. Выведено выражение для расчета коэффициента неоднородности при смешении сыпучих сред, имеющих различные размеры, форму и другие параметры. Исследование, проведенное в статье, позволяет не только прогнозировать качество получаемой смеси, но и выявлять факторы, оказывающие наибольшее влияние на достижение требуемой однородности.

Ключевые слова: агрегат, сыпучие среды, смешение, коэффициент неоднородности, концентрация, расчетная схема, размер частицы.

Смешивание сыпучих веществ – это один из самых востребованных и часто используемых технологических приемов, применяемых в химической, строительной, пищевой и смежных отраслях, а также сельском хозяйстве [1,2]. Существует немало моделей перемешивающих агрегатов, дозаторов, питателей и других вспомогательных устройств, целью которых является получение однородных смесей высокого качества [3,4]. Тем не менее, значительная доля используемого на производствах перемешивающего оборудования является устаревшей, требует неоправданно больших затрат металла и энергии, и зачастую не соответствует современным требованиям к однородности и другим характеристикам получаемых смесей. В ассортименте доступных смесительных устройств центробежные аппараты выделяются как наиболее эффективное техническое решение [5-7]. Они обеспечивают относительно высокую производительность, потребляют мало энергии по сравнению с аппаратами других типов и позволяют получать

смеси с требуемыми характеристиками, а также позволяют снизить сегрегацию.

К настоящему времени разработано достаточно большое количество смесителей центробежного типа. Для получения однородной смеси необходимо учитывать, что существуют компоненты, склонные к сегрегации. Так же важным при смешении сыпучих компонентов является то, что во время вращения происходит разделение частиц по их размерам, и на качество полученной смеси оказывают свое влияние межчастичные столкновения.

Решением данной проблемы может являться организация расширяющихся дисперсных потоков в аппаратах центробежного типа, которые минимизируют столкновения между движущимися в рабочих зонах частицами.

Уменьшение сегрегации при расслоении может быть достигнуто путем исключения одновременного совместного движения потоков компонентов по вращающимся рабочим элементам, а также путем извлечения смеси из конкретных областей перемешивающего агрегата, где разделение под воздействием центробежных сил инерции и сил гравитации практически не возникает.

Авторами работы разработана новая конструкция смесителя, позволяющего получать качественные смеси сыпучих компонентов.

На рис. 1 представлена принципиальная схема строения рассматриваемого агрегата.

Агрегат для перемешивания сыпучих компонентов содержит неподвижную цилиндрическую обечайку 1, дозаторы сыпучих компонентов 2 и приспособление для выгрузки полученной смеси 3. В центральной части обечайки 1 установлен вертикальный вал 4, приводимый во вращение от электродвигателя 5 через ременную передачу. На верхнем конце вала 4 смонтирована распылительная насадка 6, в которой выполнена кольцевая

камера 7. Кольцевая камера 7 сообщается с дозатором 2 одного из материалов. Внутри кольцевой камеры 7 соосно размещена полость 8, сообщающаяся в верхней части с дозатором 2 второго материала. Кольцевая камера 7 и полость 8 связаны с распылительными каналами, установленными в горизонтальных плоскостях круговыми массивами. Распылительные каналы выполнены в виде присоединенных к наружной боковой поверхности распылительной насадки 6 лопасти 9 и 10 прямоугольной формы, причем к их торцам присоединены параллельные пластины 11 и 12.

Отбойное приспособление 13 снабжено механизмом перемещения 14.

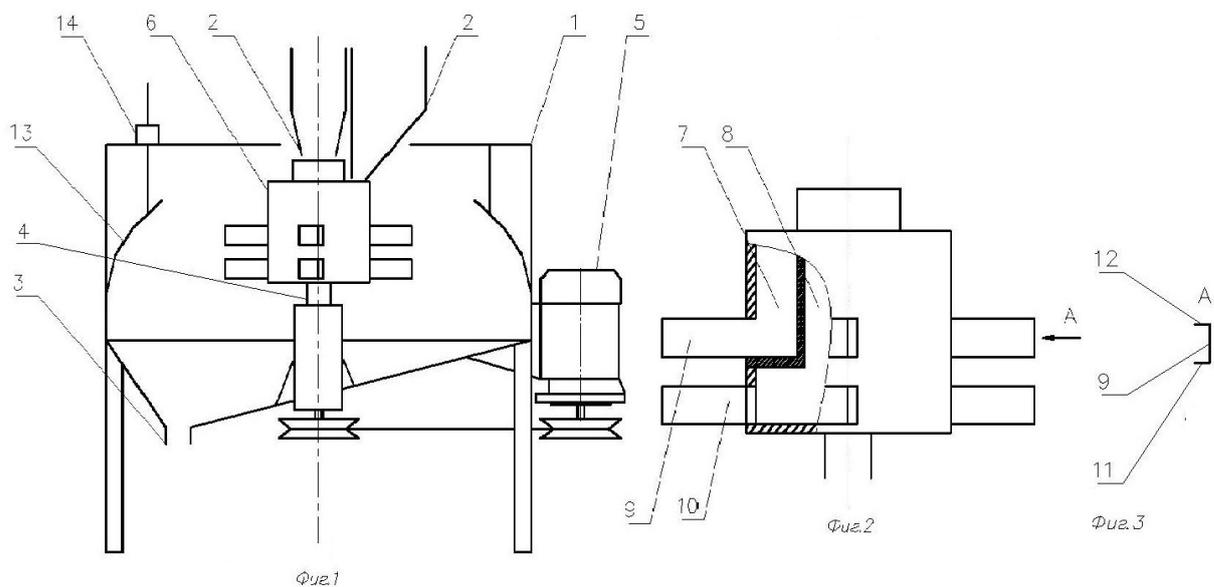


Рис. 1. – Схема агрегата для смешения сыпучих компонентов

При работе агрегата компоненты направляются из дозаторов 2 в кольцевую камеру 7 и полость 8 вращающейся распылительной насадки 6. За счет того, что на частицы компонентов при вращении действуют силы инерции они захватываются лопастями 9 и 10, затем разбрасываются. Формируемые дисперсные потоки взаимно перекрываются, что приводит к получению однородной смеси.

Для расчета коэффициента неоднородности разработано достаточно много методик. Однако расчет этого коэффициента не является тривиальной задачей, и его обоснованность требует тщательного анализа. Существующие методы определения коэффициента неоднородности основываются на различных подходах. В ряде случаев для оценки коэффициента неоднородности применяется математическое моделирование процесса смешения [8]. Эти модели могут быть основаны на различных принципах, например, на уравнениях диффузии или на стохастических подходах. Точность моделирования зависит от адекватности принятых допущений и доступности информации о параметрах процесса.

При расчете коэффициента неоднородности в аппарате центробежного типа с расширяющимися потоками, для описания влияния случайных факторов, будет использован вероятностный подход [9,10].

Рассмотрим схему (рис. 2).

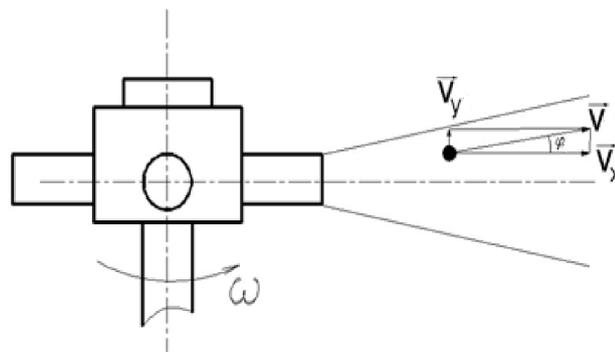


Рис. 2. – Расчетная схема процесса формирования разреженного потока

Количество частиц dN в элементе фазового объема $d\Gamma$ расширяющегося разреженного потока, создаваемого насадкой, схема которой представлена на рис. 2 описывается формулой:

$$dN = A \exp(-E / E_0) d\Gamma. \quad (1)$$

При этом наблюдается экспоненциальное уменьшение числа частиц в зависимости от вероятностной энергии E .

Элемент фазового объема в данном случае может быть описан выражением:

$$d\Gamma = dv_x dv_y dD = v_x \left(\cos^2(\phi) \right)^{-1} dv_x d\phi dD.$$

Вероятностную энергию E запишем в виде:

$$E = \frac{mv_x^2 \left(1 + \operatorname{tg}^2(\phi) \right)}{2},$$

где ϕ – угол отклонения, m – масса случайной частицы, v_x – горизонтальная составляющая случайной скорости. Произведем переход к безразмерным параметрам W^2 и D^3 :

$$W^2 = \frac{v_x^2}{v_0^2}, \quad D^3 = \frac{D^3}{D_0^3}, \quad (2)$$

где, v_0 , D_0 – скорость потока частиц на выходе из вращающейся насадки и максимальный размер частиц соответственно. Тогда учитывая выражение (2), получим:

$$E = \frac{\rho \pi D^3 D_0^3 W^2 v_0^2 \left(1 + \operatorname{tg}^2(\phi) \right)}{12},$$

где ρ – плотность частицы смешиваемого компонента.

Вычислим неизвестные параметры распределения E_0 и A , входящие в выражение (1).

Определить неизвестную константу A можно применив нормировочное условие:

$$N = \int_{\Gamma} dN = \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} v_0 D_0 A \exp(-E / E_0) dD d\phi dW.$$

Для нахождения второго параметра E_0 запишем выражение для равенства энергий в виде:

$$E_u = E_p.$$

Левая часть данного равенства E_u – суммарная энергия частиц, которые перемещаются в патрубке насадки до срыва, а правая часть E_p – энергия полученного расходящегося потока частиц:

$$E_u = \sum_{v=1}^N \frac{m_v v_v^2}{2},$$

$$E_p = \int_{\Gamma} E dN.$$

Выражение для дифференциальной функции распределения по углам отклонения получим в виде:

$$f(\phi) = \frac{1}{N} \int_{\Gamma} dN = \frac{AD_0 v_0}{N} \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} \exp(-E / E_0) dD dW.$$

После проведения вычислений получим:

$$f(\phi) = -\frac{A\sqrt{2} [\operatorname{erf}(k_2 k_1 W_{\min}) - \operatorname{erf}(k_2 k_1 W_{\max})] k_3}{N k_1}, \quad (3)$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{\rho D_0 (1 + \operatorname{tg}^2(\phi))}{E_0}}, \quad k_2 = \sqrt{2\pi} D_0 v_0, \quad k_3 = D_{\max} - D_{\min}.$$

В приведенных формулах присутствует специальная функция erf – функция ошибок. На рис. 3 приведен график дифференциальной функции распределения числа частиц по углам отклонения с параметрами $E_0 = 4,4$ Дж, $v_{\max} = 10$ м/с, $v_{\min} = 8$ м/с, $\rho = 1800$ кг/м³.

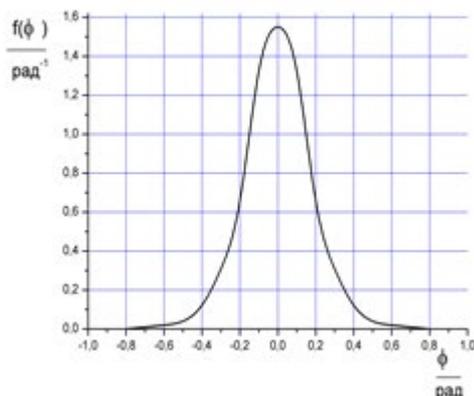


Рис. 3. – Дифференциальная функция распределения количества частиц по углам отклонения

Полученные формулы (3) дают возможность оценить структуру и форму расширяющегося потока частиц смешиваемых компонентов. На их основе может быть составлен метод оценки коэффициента неоднородности. Рассмотрим схему (рис. 4).

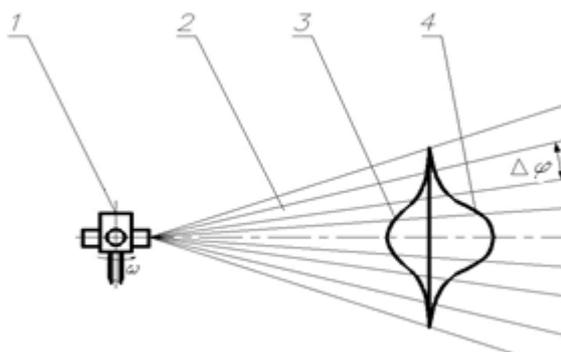


Рис. 4. – Схема для вычисления коэффициента неоднородности смеси: 1 – вращающийся распылитель, 2 – расширяющиеся потоки, 3 и 4 – кривые распределения количества частиц смешиваемых компонентов по углам отклонения

Воспользуемся следующей формулой в приближении совпадения интервалов углов рассеивания различных компонентов:

$$V_c = 100 \cdot \sqrt{\frac{\langle c^2 \rangle}{\langle c \rangle^2} - 1}. \quad (4)$$

Здесь $\langle c^2 \rangle$ – средний квадрат концентрации одного из материалов,
 $\langle c \rangle^2$ – квадрат среднего концентрации для этого же компонента смеси:

$$\langle c \rangle = \frac{1}{\phi_{\max} + \phi_{\min}} \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} c(\phi) d\phi,$$
$$\langle c^2 \rangle = \frac{1}{\phi_{\max} + \phi_{\min}} \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} c^2(\phi) d\phi.$$

Зависимость массовой концентрации материалов от углов отклонения вычислим следующим образом:

$$c(\phi) = \frac{m^k f(\phi)}{m^k f(\phi) + m^t f^t(\phi)}, \quad (5)$$

где $f^t(\phi)$ – дифференциальная функция распределения количества частиц по углу отклонения.

Учитывая то, что перемешиваемые вещества состоят из W -фракций с номерами $\delta = 1, \dots, W$. Выражение для определения массы частиц δ -й фракции имеет вид:

$$m_{\delta}^k = N_{\delta}^k m_{\delta}^{k/},$$
$$m_{\delta}^t = N_{\delta}^t m_{\delta}^{t/}, \quad (6)$$

где N_{δ}^k и N_{δ}^t – количества частиц δ -й фракции, $m_{\delta}^{k/}$ и $m_{\delta}^{t/}$ – средние массы частиц материала.

Массы компонентов $m_{\delta}^{k/}$ и $m_{\delta}^{t/}$ находятся в зависимостях со своими объемами $V_{\delta}^{k/}$ и $V_{\delta}^{t/}$:

$$m_{\delta}^{k/t} = V_{\delta}^{k/t} \rho^k = \pi \left(D_{\delta}^k \right)^3 \rho^k / 6. \quad (7)$$

Тогда, для массы частиц δ -й фракции каждого материала:

$$m_{\delta}^k = \frac{\pi N_{\delta}^k \left(D_{\delta}^k \right)^3 \rho^k}{6}, \quad m_{\delta}^t = \frac{\pi N_{\delta}^t \left(D_{\delta}^t \right)^3 \rho^t}{6}. \quad (8)$$

С учетом (8) получим:

$$m_k = \sum_{\delta=1}^W m_{\delta}^k = \frac{\pi}{6} \sum_{\delta=1}^W \left(N_{\delta}^k \left(D_{\delta}^k \right)^3 \rho^k \right), \quad (9)$$

$$m_t = \sum_{\delta=1}^W m_{\delta}^t = \frac{\pi}{6} \sum_{\delta=1}^W \left(N_{\delta}^t \left(D_{\delta}^t \right)^3 \rho^t \right). \quad (10)$$

Здесь D_{δ}^k и D_{δ}^t – средние диаметры частиц δ -й фракции смешиваемых материалов.

Учитывая формулы (6-10), выражение для концентрации в (5) получим в виде:

$$c = \frac{f(\phi) \sum_{\delta=1}^W \left(N_{\delta}^k \left(D_{\delta}^k \right)^3 \rho^k \right)}{f(\phi) \sum_{\delta=1}^W \left(N_{\delta}^k \left(D_{\delta}^k \right)^3 \rho^k \right) + f^t(\phi) \sum_{\delta=1}^W \left(N_{\delta}^t \left(D_{\delta}^t \right)^3 \rho^t \right)}. \quad (11)$$

Тогда коэффициент неоднородности смеси V_c можно рассчитать с помощью зависимости (4), с учетом уравнения (11).

Таким образом, представленная математическая модель для нахождения коэффициента неоднородности, базирующаяся на анализе работы перемешивающего центробежного агрегата, предоставляет ценный инструмент для оптимизации процессов смешивания в различных отраслях промышленности. Её применение позволяет не только прогнозировать

качество получаемой смеси, но и выявлять факторы, оказывающие наибольшее влияние на достижение требуемой однородности.

Литература

1. Вальтер Л.Э. Процессы смешения в химической технологии // М.: Машиностроение, 2003. 320 с.
2. Harnby N., Edwards M.F., Nienow A.W. Mixing in the Process Industries // Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997. 424 p.
3. Киришиев О.Р., Савенков Д.Н., Малеев А.В., Федосеева К.В. Разработка модели дозатора для сыпучих продуктов // Инженерный вестник Дона. 2022. №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7728.
4. Глобин А.Н., Краснов И.Н. Дозаторы: монография // М.: Директ-Медиа, 2016. 384 с.
5. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. СПб.: Профессия, 2013. 384 с.
6. McCabe W.L., Smith, J.C., Harriott, P. Unit Operations of Chemical Engineering // New York: McGraw-Hill, 1993. 1003 p.
7. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. Учебник для вузов. 10-е изд. стереотипное, доработанное. Перепеч. с изд. 1973 г. М.: ООО ТИД «Альянс», 2004. 753 с.
8. Воронин В.В., Адигамов К.А., Петренко С.С., Сизякин Р.А. Критерии и способы оценки качества смешивания сыпучих материалов // Инженерный вестник Дона. 2012, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1400.
9. Лебедев А.Е. Математическое описание процесса образования дисперсных потоков // Фундаментальные исследования, 2013. №10. с. 3338-3341.



10. Лебедев А.Е., Зайцев А.И., Капранова А.Б., Ватагин А.А. Аппараты для переработки дисперсных сред. Теория и расчет. Монография // Ярославль: Издат. домЯГТУ, 2018. 132 с.

References

1. Walter L.E. Processy smesheniya v himicheskoy tekhnologii [Mixing processes in chemical technology]. М.: Mashinostroenie, 2003. 320 p.
2. Harnby N., Edwards M.F., Nienow A.W. Mixing in the Process Industries. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997. 424 p.
3. Kirishiev O.R., Savenkov D.N., Maleev A.V., Fedoseeva K.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2022/7728.
4. Globin A.N., Krasnov I.N. Dozatory: monografiya. [Dispensers: monograph]. М.: 2016. 384 p.
5. Strenk F. Peremeshivanie i apparaty s meshalkami [Mixing and devices with stirrers]. St. Petersburg: Profession, 2013. 384 p.
6. McCabe W.L., Smith, J.C., Harriott, P. Unit Operations of Chemical Engineering. New York: McGraw-Hill, 1993. 1003 p.
7. Kasatkin A.G. Osnovnye processy i apparaty himicheskoy tekhnologii [Basic processes and devices of chemical technology]. Uchebnik dlya vuzov. 10-e izd. stereotipnoe, dorabotannoe. Perepech. s izd. 1973 g. М.: ООО TID «Al'yans», 2004. 753 p.
8. Voronin V.V., Adigamov K.A., Petrenko S.S., Sizyakin R.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1400.
9. Lebedev A.E. Fundamental'nye issledovaniya, 2013. №10. pp. 3338-3341.
10. Lebedev A.E., Zajcev A.I., Kapranova A.B., Vatagin A.A. Apparaty dlya pererabotki dispersnyh sred. Teoriya i raschet [Devices for processing dispersed media. Theory and calculation]. Monografiya. Yaroslavl': Izdat. domYaGTU, 2018. 132 p.

Дата поступления: 13.05.2025

Дата публикации: 25.07.2025
