

## Математические модели погрешности измерения основной кривой намагничивания листовой электротехнической стали

*В. В. Боровой, О. А. Наугольнов, Д. А. Мыслимов, Д.В. Шахов, А. И. Куллер,  
И.М. Ланкин*

*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)  
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

**Аннотация:** В работе рассматриваются математические модели, полученные на основе экспериментальных исследований листовой электротехнической стали. Модели отражают погрешность определения основной кривой намагничивания электротехнической стали. Определяются магнитные свойства в центре и у кромки среза листовых проб размером 150×150 мм, изготовленных резкой гильотинными ножницами и лазерной резкой. Обоснован выбор масштабных коэффициентов для расчета основной кривой намагничивания с погрешностью  $\pm 5\%$  по измеренной вебер-амперной характеристике. Исследование выполнено с помощью устройства экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали. Определялась основная кривая намагничивания материала пробы из листовой электротехнической стали в переменном магнитном поле с частотой 50 Гц, вдоль направления проката. Исследовались пробы изотропной листовой электротехнической стали марки 2212.

**Ключевые слова:** математическая модель, электротехническая сталь, магнитные свойства, кривая намагничивания.

Свойства электротехнической стали в значительной степени определяют характеристики, экономичность, габариты изделий и возможность их совершенствования, поэтому повышению магнитных свойств электротехнической стали во всем мире уделяется большое внимание. Магнитопроводы электротехнических устройств часто имеют сложную форму, направление магнитного потока и величина магнитной индукции в различных их частях изменяются в зависимости от режима работы. Поэтому возникает необходимость иметь типичные значения свойств и характеристик поставляемой стали и основные характеристики магнитных свойств при изменении напряженности поля и индукции в широком диапазоне значений [1].

Технология изготовления магнитопроводов должна учитывать чувствительность магнитных свойств электротехнической стали к различного рода механическим напряжениям. Высокие магнитные свойства стали могут

быть утрачены в процессе изготовления магнитопроводов в результате неправильно разработанных технологических операций при механической обработке электротехнической стали [1, 2]. Штамповка является высокопроизводительной операцией обработки листовой стали, но ее подготовка занимает значительное время, связанное с изготовлением штампов, их заточкой, ограниченным по времени их применением и высокой стоимостью. Все это является причиной поиска новых методов обработки листовой стали, например, с помощью лазерной резки. Лазерная резка имеет ряд преимуществ [3, 4]: изменение формы и размеров магнитопровода путем изменения компьютерной программы лазерного раскроя; бесконтактность резки исключает шероховатость кромки листовой детали. С другой стороны, воздействие лазерного луча вызывает механические напряжения, которые возникают при усадке материала в результате быстрого нагрева импульсом лазерного луча, а затем быстрого охлаждения защитным газом. В случае лазерной резки в воздушной атмосфере возникает оксид железа  $Fe_3O_4$  вдоль кромки среза, который является магнитотвердым материалом и требует большей энергии при перемагничивании, отчего кривая намагничивания выпрямляется, снижается магнитная проницаемость, увеличиваются потери на гистерезис [3].

Вопросы, связанные с организацией входного контроля листовой стали, контроля на этапах обработки листовой стали, при разработке новых или производстве серийных электротехнических изделий могут быть решены с помощью разработанного устройства экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали [5]. Так как при крупносерийном производстве изделий традиционно применяется штамповка, а в малых партиях изделий экономически целесообразно применять лазерный раскрой, то ставится задача провести исследование проб листовой электротехнической стали отобранных механической и лазерной

---

резкой [6, 7], а для исследования воздействия рассматриваемых способов обработки на магнитные свойства стали, ставится задача определения основной кривой намагничивания на удалении от линии реза и вблизи кромки пробы [8].

Для исследования отобраны пробы электротехнической стали с параметрами 150×150 мм, марки 2212 толщиной 0,5 мм. Преобразователь магнитного потока устройства экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали ориентировался на поверхности пробы вдоль направления проката, рассмотрены случаи установки преобразователя в центре пробы (рис.1 а), на удалении от линии реза, и в угловой части пробы, вблизи кромки (рис.1 б).

В указанных участках проб измеряются вебер-амперные характеристики, которые рассчитываются в зависимость магнитной индукции  $B(t)$  от напряженности магнитного поля  $H(t)$  по формулам:

$$H(t) = \frac{U(t) \cdot W_p}{R_o \cdot L_{fe}} \cdot KH, \quad B(t) = \frac{\Psi(t)}{W_s \cdot A_{fe}} \cdot KB, \quad \Psi(t) = \int U_s(t) dt,$$

где  $U(t)$  – мгновенные значения напряжения сенсора тока, В;  $W_p$  – число витков намагничивающих обмоток равно 78;  $R_o$  – значение активного сопротивления сенсора тока равно 0,2 Ом;  $L_{fe}$  – длина контролируемого участка листовой детали равная 0,0455 м;  $KH$  – масштабный коэффициент по напряженности магнитного поля;  $\Psi(t)$  – мгновенные значения потокосцепления измерительной обмотки  $W_s$  преобразователя магнитного потока, Вб;  $W_s$  – число витков измерительных обмоток равно 2;  $A_{fe}$  – площадь поперечного сечения контролируемого участка листовой детали равная  $5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>;  $KB$  – масштабный коэффициент по магнитной индукции;  $U_s(t)$  – э.д.с. обмотки  $W_s$ , В.

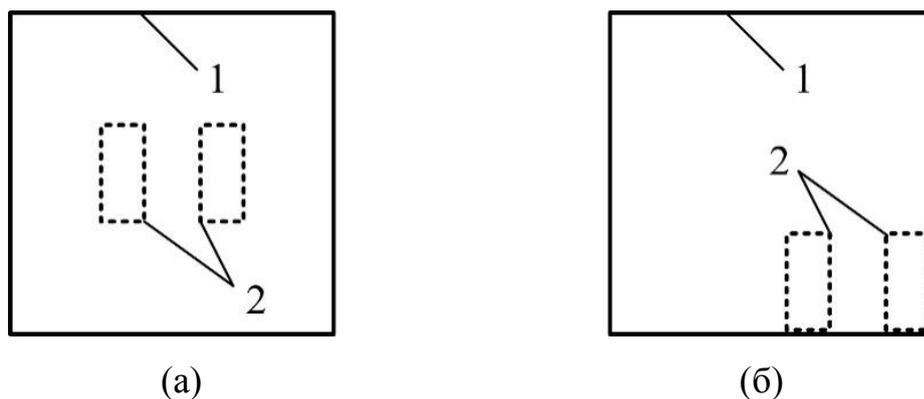


Рисунок 1 – Ориентация преобразователя магнитного потока 2 устройства экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали на поверхности пробы 1: в центральной части (а), в угловой части (б).

Масштабные коэффициенты  $KH$  и  $KB$  применяются для нормализации основной кривой намагничивания. В работах [9, 10] делается вывод о том, что обобщение кривых намагничивания может быть достигнуто в результате их преобразования, основанного на принципе геометрического подобия. В этом случае задача обобщения кривых намагничивания сводится к определению преобразований, при помощи которых кривые намагничивания разных электротехнических сталей могут быть приведены к некоторой универсальной кривой. В качестве таких преобразований предлагается использовать операции растяжения (сжатия) эталонной (базисной) кривой намагничивания по осям напряженности и индукции с коэффициентами, которые подлежат определению. В качестве базисной кривой намагничивания берется основная кривая намагничивания, рассчитанная по измеренной вебер-амперной характеристике.

Для обоснованного выбора значений масштабных коэффициентов применяются методы теории планирования эксперимента, а именно ортогональный центральный композиционный план. Коэффициенты являются факторами эксперимента, имеют свои физические  $KH$ ,  $KB$  и

кодированные  $x_1$ ,  $x_2$  значения и сведены в матрицу планирования эксперимента. Для каждого сочетания  $KH$  и  $KB$  выполняется три повторных опыта.

Определение основной кривой намагничивания выполняется по вершинам частных циклов перемагничивания. Измеренная основная кривая намагничивания сравнивается с референтной кривой, определяется нормированное расстояние  $\delta$  от некоторой точки на измеренной кривой (*mea*) до касательной к референтной кривой (*ref*), проведенной в окрестности этой точки. Значения референтной кривой намагничивания берутся из справочника для соответствующей марки листовой стали и условий испытания, а именно, частота перемагничивания 50 Гц, испытание вдоль направления проката [1].

Таким образом, для каждого сочетания  $KH$  и  $KB$ , формируется ряд значений  $\delta_1(H_1)$ ,  $\delta_2(H_2)$ , ...,  $\delta_n(H_n)$ , количество которых соответствует числу точек измеренной кривой намагничивания  $n=20$ .

Каждому сочетанию  $KH$  и  $KB$  соответствует отклик эксперимента  $Er$ , который дает оценку того, на сколько близко проходит измеренная кривая намагничивания от референтной:

$$Er = \sqrt{\delta_1^2(H_1) + \delta_2^2(H_2) + \dots + \delta_n^2(H_n)}$$

Матрица планирования эксперимента обрабатывается в программе Statistica. Определяются коэффициенты уравнения регрессии второго порядка, проверяется их значимость проверкой по  $t$ -критерию Стьюдента и адекватность полученной модели по критерию Фишера при доверительном интервале 95 % и уровне значимости 0,05.

Результаты исследования представлены в виде уравнений регрессии второго порядка, в виде диаграмм поверхности отклика, в виде точки факторного пространства с наименьшим значением отклика, которой

соответствуют кривые намагничивания референтная и измеренная, а также график погрешности  $\delta(H)$  определения кривой намагничивания.

Для определения основной кривой намагничивания в центре пробы листовой электротехнической стали, изготовленной гильотинными ножницами, разработана математическая модель (рис.2):

$$Er=0,1204+0,0006\cdot x1+0,006\cdot x2+0,0089\cdot x1^2+0,0129\cdot x2^2-0,0192\cdot x1\cdot x2.$$

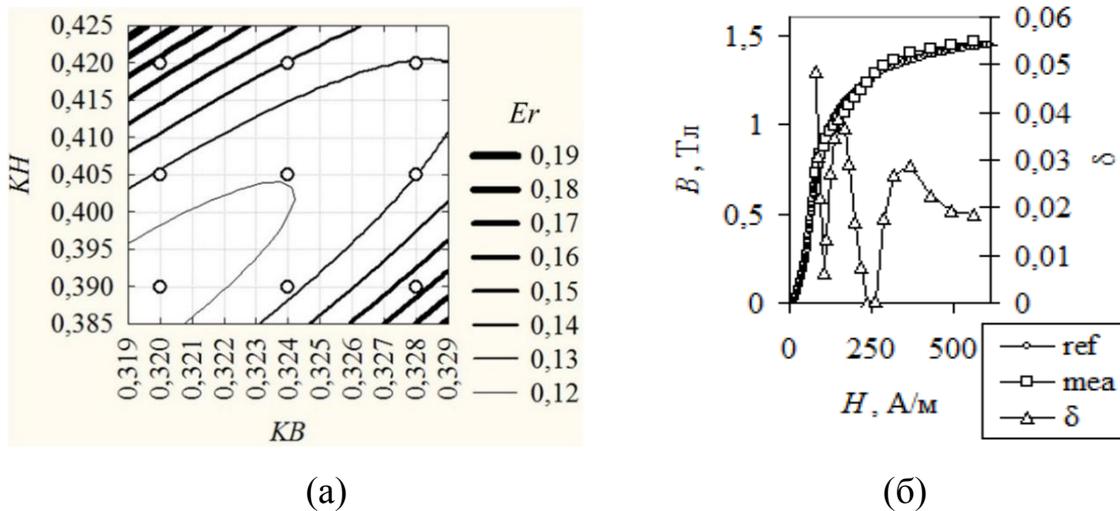


Рисунок 2 – Диаграмма погрешности определения основной кривой намагничивания (а) и кривые (б) намагничивания референтная (*ref*), измеренная (*mea*) и погрешности ( $\delta$ ) для точки с координатами (0,320; 0,390)

Для определения основной кривой намагничивания в угловой части пробы листовой электротехнической стали, изготовленной гильотинными ножницами, разработана математическая модель (рис.3):

$$Er=0,1208+0,0032\cdot x1-0,0069\cdot x2+0,026\cdot x1^2+0,0051\cdot x2^2-0,0179\cdot x1\cdot x2.$$

Для определения основной кривой намагничивания в центре пробы листовой электротехнической стали, изготовленной лазерной резкой, разработана математическая модель (рис.4):

$$Er=0,1507+0,0014\cdot x1+0,0015\cdot x2+0,0019\cdot x1^2+0,0031\cdot x2^2-0,0034\cdot x1\cdot x2.$$

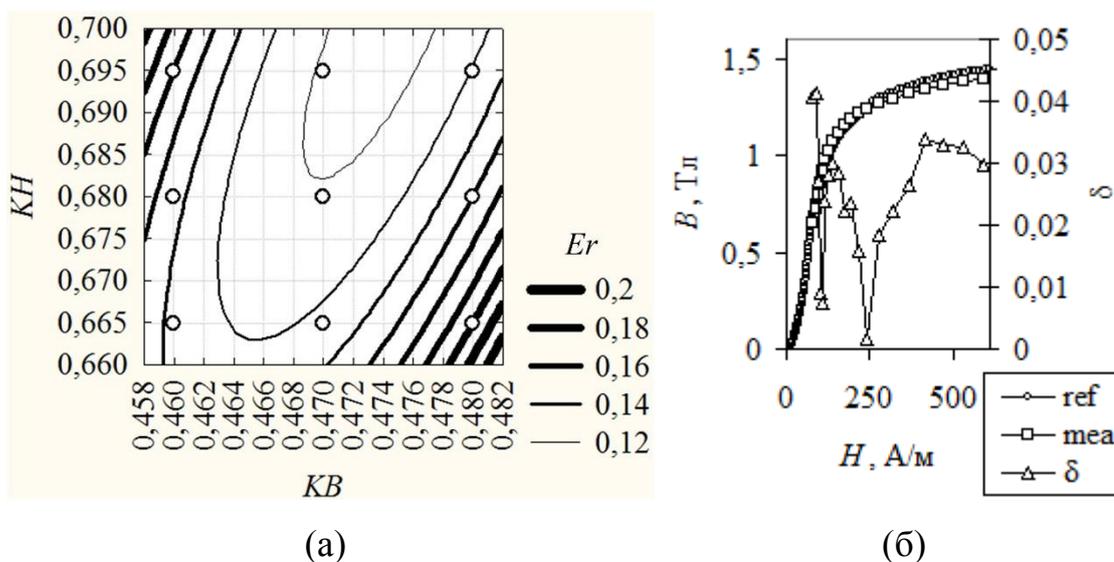


Рисунок 3 – Диаграмма погрешности определения основной кривой намагничивания (а) и кривые (б) намагничивания референтная (*ref*), измеренная (*mea*) и погрешности ( $\delta$ ) для точки с координатами (0,470; 0,695)

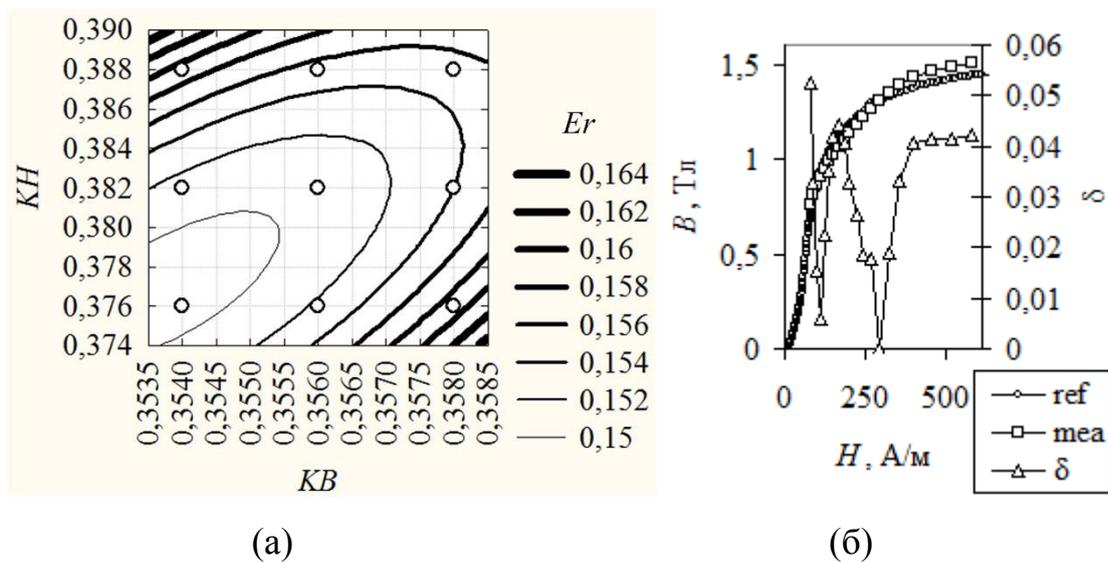


Рисунок 4 – Диаграмма погрешности определения основной кривой намагничивания (а) и кривые (б) намагничивания референтная (*ref*), измеренная (*mea*) и погрешности ( $\delta$ ) для точки с координатами (0,354; 0,376)

Для определения основной кривой намагничивания в угловой части пробы листовой электротехнической стали, изготовленной лазерной резкой, разработана математическая модель (рис.5):

$$Er=0,0761-0,0052\cdot x1+0,0052\cdot x2+0,0137\cdot x1x2+0,0112\cdot x2^2-0,018\cdot x1\cdot x2.$$

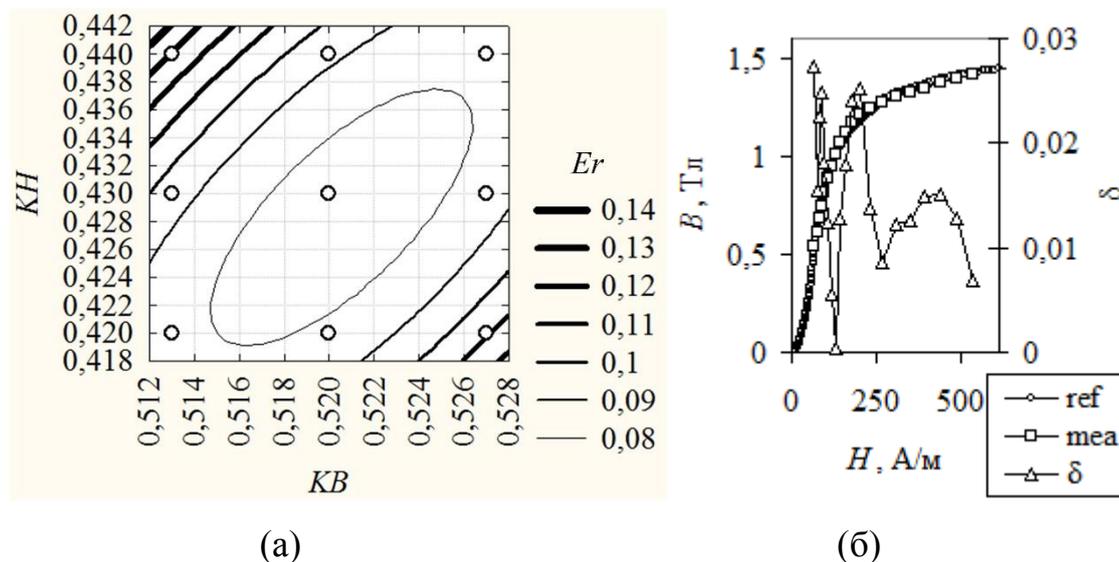


Рисунок 5 – Диаграмма погрешности определения основной кривой намагничивания (а) и кривые (б) намагничивания референтная (*ref*), измеренная (*mea*) и погрешности ( $\delta$ ) для точки с координатами (0,520; 0,430).

Для рассмотренных проб получены адекватные математические модели со значимыми коэффициентами уравнения регрессии. Модели показывают характер изменения погрешности определения основной кривой намагничивания материала пробы от выбора и варьирования кодированных значений масштабных коэффициентов. С помощью моделей подбираются сочетания масштабных коэффициентов, при которых рассчитанная по измеренной вебер-амперной характеристике основная кривая намагничивания будет отличаться от референтной не более чем на  $\pm 5\%$ . Таким образом, при определении основной кривой намагничивания, происходит отстройка от мешающих факторов, связанных с изменением конфигурации магнитной цепи при перемещении преобразователя

магнитного потока по поверхности листовой пробы и связанных со способами обработки листовой электротехнической стали.

### Литература

1. Молотилов Б.В. Холоднокатаные электротехнические стали, М.: Металлургия, 1989, 168 с.
2. Takahashi N., Miyagi D. Examination of Magnetic Properties of Electrical Steels under Stress Condition // The International Conference on Electrical Engineering 2008. – Okayama: Okayama University, 2008. – № O-003. – pp. 1-5.
3. Gaworska-Koniarek D., Szubzda B., Wilczyński W., Drosik J., Karaś K. The influence of assist gas on magnetic properties of electrotechnical steel sheets cut with laser // Journal of Physics: Conference Series. – 2011. – Vol. 303. – № 1. pp. 1-7.
4. Baumann R., Siebert R., Herwig P., Wetzig A., Beyer E. Laser remote cutting and surface treatment in manufacturing electrical machines - High productivity, flexibility, and perfect magnetic performance // Journal of Laser Applications. – 2015. – Vol. 27. – № S28002. pp. 1-6.
5. Боровой В.В., Горбатенко Н.И., Гречихин В.В. Измерительный преобразователь магнитного потока для устройств экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали // Металловедение и термическая обработка металлов. – 2014. – № 11. – С. 39-43.
6. Шайхутдинов Д.В., Гречихин В.В., Боровой В.В. Методы и приборы экспресс-контроля магнитных параметров для промышленных систем управления // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 6. – URL: [science-education.ru/ru/article/view?id=7516](http://science-education.ru/ru/article/view?id=7516).
7. Боровой В.В., Горбатенко Н.И., Гречихин В.В. Система экспресс-контроля магнитных характеристик листовой электротехнической стали //

Металловедение и термическая обработка металлов. – 2016. – № 10. – С. 38-41.

8. Землякова А.К., Кайгородова Е.Р., Парыкин А.Н., Макеев Н.Е., Кулев Н.Г. Обзор и анализ интегральных характеристик для оценки функционального состояния электромагнитов // Инженерный вестник Дона. 2021. №7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7106](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7106).

9. Ткачев А.Н., Шкуропадский И.В. Нормализация характеристик намагничивания анизотропных электротехнических сталей// Изв. вузов. Электромеханика. – 2009. – № 2. – С.3-9.

10. Глухов В.П., Шмидт Р.К. Нормализация характеристик намагничивания. Рига: Зинатне, 1974. – 196 с.

### References

1. Molotilov V.V. Holodnokatanye elektrotekhnicheskie stali [Cold rolled electrical steels]. М.: Metallurgiya, 1989, 168 p.

2. Takahashi N., Miyagi D. The International Conference on Electrical Engineering 2008. Okayama: Okayama University, 2008. № O-003. pp. 1-5.

3. Gaworska-Koniarek D., Szubzda B., Wilczyński W., Drosik J., Karaś K. Journal of Physics: Conference Series. 2011. Vol. 303. № 1. pp. 1-7.

4. Baumann R., Siebert R., Herwig P., Wetzig A., Beyer E. Journal of Laser Applications. 2015. Vol. 27. № S28002. pp. 1-6.

5. Borovoj V.V., Gorbatenko N.I., Grechihin V.V. Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov. 2014. № 11. pp. 39-43.

6. Shajhutdinov D.V., Grechihin V.V., Borovoj V.V. Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2012. № 6. URL: [science-education.ru/ru/article/view?id=7516](http://science-education.ru/ru/article/view?id=7516)

7. Borovoj V.V., Gorbatenko N.I., Grechihin V.V. Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov. 2016. № 10. pp. 38-41.



8. Zemlyakova A.K., Kajgorodova E.R., Parykin A.N., Makeev N.E., Kulev N.G. Inzhenernyj vestnik Dona. 2021. №7. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7106](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2021/7106).

9. Tkachev A.N., SHkuropadskij I.V. Izv. vuzov. Elektromekhanika. 2009. № 2. pp.3-9.

10. Gluhova V.P., Shmidt R.K.. Normalizaciya harakteristik namagnichivaniya [Normalization of magnetization characteristics]. Riga: Zinatne, 1974. 196 p.