Инженерный вестник Дона, №3 (2018)
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5080

Управление ограниченно неопределенными по состоянию и управлению нелинейными объектами

В.С. Елсуков, В.И. Лачин, О.Ю. Демидов

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск

Аннотация: Предложен метод структурно-параметрического синтеза законов управления нелинейными объектами *n*-го порядка с функциональной неопределенностью по состоянию и управлению. Причем объекты управления могут обладать неустойчивым состоянием равновесия, а их матрица выхода может содержать правые собственные значения. Алгоритм структурного синтеза предложенного метода основан на задании закона изменения производной *n*-й переменной состояния синтезируемой системы автоматического управления, применении операторно-параметрической обратная связи по вычисленному обратному значению неопределенного коэффициента усиления объекта управления, а также использовании наблюдателя переменных состояния и компенсирующей связи по отклонению вектора состояния синтезируемой и эталонной системы.
Ключевые слова: объект управления, неопределенность, нелинейность, закон управления, синтез.

Введение. В настоящее время известны различные методы синтеза законов управления для линейных и нелинейных неминимально-фазовых объектов [1-9]. Но известные методы не пригодны для синтеза законов управления неопределенными по состоянию и управлению нелинейными объектами. В работах [10-12] рассмотрены методы структурно-параметрического синтеза законов управления нелинейными объектами с произвольным относительным порядком и функциональной неопределенностью по состоянию.

В настоящей статье предлагается метод синтеза законов управления нелинейными объектами с функциональной неопределенностью по состоянию и управлению. Причем объекты управления могут иметь неустойчивое состояние равновесия и правые собственные значения матрицы выхода.

Постановка задачи. Допустимый класс объектов управления (ОУ) описывается математической моделью вида:

$$\left.\begin{array}{l}\dot{x}_i = \begin{cases} x_{i+1} \ \text{при} \quad i = \overline{1, n-1}; \\ b(t)u - \varphi(\mathbf{x}) \ \text{при} \ i = n; \end{cases} \\ \qquad y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{array}\right\} \tag{1}$$

где $b(t)$, $\varphi(\mathbf{x})$ –неопределенные функции, которые подчинены следующим ограничениям:

$$b_0 \le b(t) \le b_1, \ |db(t)/dt| \le \gamma_1, \ |\varphi(\mathbf{x})| \le \varphi_0, \ \left|\partial\varphi(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x}^T\right| \le \gamma_2; \tag{2}$$

u – управляющее воздействие; $\mathbf{x}$ – вектор состояния, $\mathbf{x}=[x_1,\ldots, x_n]^{\mathrm{T}}$; y – выходная величина; $\mathbf{C}$– матрица выхода, $\mathbf{C}= [1, c_1,\ldots, c_l]$, причем $n>l \ge 1$ и некоторые из коэффициентов $c_i \ \ (i = \overline{1, l})$ могут быть меньше нуля.

Необходимо осуществить синтез закона управления $u = u(y, g)$ объектом (1), чтобы движение синтезированной системы автоматического управления (САУ) было подчинено уравнению:

$$\left(1 + \sum_{i=1}^{n} \tau_i p^i\right) y = \left(1 + \sum_{i=1}^{l} c_i p^i\right) g, \tag{3}$$

где $y = \left(1 + \sum_{i=1}^{l} c_i p^i\right) x_1$, g –сигнал задания, $g = const;$ $\tau_i \ \ (i = \overline{1, n})$ – постоянные коэффициенты, подлежащие определению из дополнительных условий [10-12]:

$$I = \int_0^{\infty} [x_1(0) - x_1(t)]dt \to \min, \ x_1(0) > 0; \tag{4}$$

$$|A(p)|_{p=j\omega} \ge 1, \tag{5}$$

где $A(p)$ – характеристический полином синтезированной линеаризованной системы.

Алгоритм решения. Уравнением движения САУ (3) по сути, задается закон изменения производной n-й переменной состояния:

$$\dot{x}_{nT} = x_{1T}^{(n)} = \frac{1}{\tau_n}\left\{ g - \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i\right) x_1 \right\}. \tag{6}$$

Если учесть ограничения (2), то при подстановке выражения для производной $\dot{x}_{nT}$ в уравнение ОУ (1) искомый закон управления можно представить в виде:

$$u = b^{-1}(t)\left(\dot{x}_{nT} + u_k\right), \tag{7}$$

где u_k –составляющая управления, которая служит для компенсации функции $\varphi(\mathbf{x})$.

Для реализации закона (7) можно принять следующие допущения. В силу ограничений (2), во-первых, полагаем, что путем применения достаточно быстродействующего наблюдателя оценки переменных состояния x_i $\left(i = \overline{1,n}\right)$ ОУ (1) могут быть получены без учета его внутренних обратных связей. Во-вторых, для формирования компоненты управления $b^{-1}(t)$ можно применить операторно-параметрическую обратную связь с соответствующим вычислителем оценки текущего значения обратного коэффициента усиления ОУ $\hat{b}^{-1}(t)$. В-третьих, составляющую управления u_k можно сформировать с помощью компенсирующей связи по отклонению вектора состояния синтезируемой и эталонной САУ.

В силу принятых допущений, на основании соотношений (6), (7) и вырожденных уравнений ОУ (1) можно найти передаточную функцию синтезируемой алгоритмически линеаризованной САУ по сигналу задания относительно агрегированной переменной $x_A = x_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i x_{i+1}$:

$$\Phi(p) = \left(\sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1\right) \Big/ \left(\tau_n(\sigma p + 1)p^n + \sum_{i=1}^{n-1} \tau_i p^i + 1\right), \tag{8}$$

где апериодическим звеном с постоянной времени σ учитывается инерционность наблюдателя переменных состояния ОУ.

И для синтеза закона управления объектом (1) можно предложить следующий алгоритм.

1. Определить оценку текущего значения обратного коэффициента усиления ОУ с помощью следующего вычислителя:

$$\hat{b}^{-1}(t)=\frac{1}{\mu_1 p}\left\{\left|\Phi_1(p)u\right|-\hat{b}^{-1}(t)\left|\Phi_2(p)y\right|\right\}, \qquad (9)$$

где $\mu_1 \leq \sigma/5$; $\Phi_1(p)$, $\Phi_2(p)$ – передаточные функции дифференциальных дифференцирующих фильтров, $\Phi_1(p)=\frac{\mu_1\left(1+\sum_{i=1}^{l}c_i p^i\right)}{(1+\mu_1 p)^n}-\frac{\mu_1\left(1+\sum_{i=1}^{l}c_i p^i\right)}{(1+5\mu_1 p)^n}$;

$\Phi_2(p)=\frac{\mu_1 p^n}{(1+\mu_1 p)^n}-\frac{\mu_1 p^n}{(1+5\mu_1 p)^n}$

2. Сформировать компенсирующую составляющую управления с помощью соответствующей компенсирующей связи

$$u_k=\frac{k}{\tau_n}\left(\Phi_Э(p)g-\hat{x}_1-\sum_{i=1}^{n-1}\tau_i\hat{x}_{i+1}\right), \qquad (10)$$

где $\hat{x}_i$ $\left(i=\overline{1,n}\right)$ – оценки переменных состояния; k – коэффициент усиления компенсирующего регулятора, k>10; $\Phi_Э(p)$ – передаточная функция эталонной системы, аналогичная передаточной функции (8)

$$\Phi_Э(p)=\left(\sum_{i=1}^{n-1}\tau_i p^i+1\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{n}\tau_i p^i+1\right). \qquad (11)$$

3. Записать уравнение наблюдателя переменных состояния объекта управления (1) без учета его внутренних обратных связей

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}=\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}+\mathbf{K}(y-\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}})+\mathbf{B}(\dot{x}_{nT}+u_k), \qquad (12)$$

где **A** – матрица состояния преобразованного ОУ; **B** = $[0,\ldots,0,1]^{\mathrm{T}}$; **K** – искомая матрица постоянных коэффициентов.

4. Вычислить компоненты матрицы **K** на основании выбранных корней характеристического полинома наблюдателя $\det(p\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{KC})$. Например, приравнивая его полиному биномиальной формы $\left(\mu_2^{-1}+p\right)^n$, причем $n\mu_2=\sigma$.

5. На основании полученных с помощью наблюдателя оценок переменных состояния и выражения (6) для производной $\dot{x}_{nT}$ сформировать требуемый закон изменения производной n-й переменной состояния:

$$\dot{x}_{nT} = \frac{1}{\tau_n}\left\{g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1}\tau_i \hat{x}_{i+1}\right\}. \qquad (13)$$

6. Записать выражение для передаточной функция эталонной системы (11).

7. На основании уравнений ОУ (1) и соотношений (7)-(13) сформировать искомый закон управления

$$u = \frac{\hat{b}^{-1}(t)}{\tau_n}\left\{g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1}\tau_i \hat{x}_{i+1} + k\left(\Phi_Э(p)g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{n-1}\tau_i \hat{x}_{i+1}\right)\right\}. \qquad (14)$$

8. На основании уравнений (1), (9), (11) и (14) составить структурную схему синтезируемой САУ и, полагая, что функция $\varphi(\mathbf{x})$ ОУ компенсируется составляющей управления u_k, найти характеристический полином системы

$$A(p) = \tau_n(1+\sigma p)\,p^n + \sum_{i=1}^{n-1}\tau_i p^i + 1. \qquad (15)$$

9. Из дополнительных условий (4) и (5) с помощью полинома (15) найти значения подлежащих определению коэффициентов [10-12]:

$$\tau_1 = 2^n\sigma;\quad \tau_{j+1} = \begin{cases}\tau_1^2/2 \ \text{ при } \ j=1; \\ \tau_j^2/2\tau_{j-1} \ \text{ при } \ j=\overline{2, n-1}.\end{cases} \qquad (16)$$

Пример синтеза. Пусть задан нелинейный объект управления третьего порядка с математической моделью

$$\dot{x}_i = \begin{cases} x_{i+1} \ \text{ при } \ i=1,2; \\ [b]u - \varphi(\mathbf{x}) \ \text{ при } \ i=3; \end{cases} \qquad (17)$$
$$y = x_1 - c_1 x_2,$$

где c_1=0.2; $\varphi(\mathbf{x}) = x_1 + x_2^2 - x_3$; $[b]$ – интервальный коэффициент, $b \in [0.1,\ 1.1]$.

Необходимо осуществить синтез закона управления $u = u(y, g)$ объектом (1), чтобы движение синтезированной САУ с сигналом задания $u = u(y, g)$ было подчинено уравнению:

$$\left(1 + \sum_{i=1}^{3} \tau_i p^i\right) y = (1 - c_1 p) g, \qquad (18)$$

где коэффициенты τ_i $(i = \overline{1,3})$ подлежат определению из дополнительных условий, аналогичных условиям (4) и (5).

На основании предложенного выше алгоритма определяем оценку текущего значения обратного коэффициента усиления объекта управления

$$\hat{b}^{-1} = \frac{1}{\mu_1 p}\left\{\left|\frac{\mu_1(1+c_1 p)}{(1+\mu_1 p)^3}u - \frac{\mu_1(1+c_1 p)}{(1+5\mu_1 p)^3}u\right| - \hat{b}^{-1}\left|\frac{\mu_1 p^3 y}{(1+\mu_1 p)^3} - \frac{\mu_1 p^3 y}{(1+5\mu_1 p)^3}\right|\right\}, \qquad (19)$$

где полагаем μ_1=0.005 с.

Формируем компенсирующую составляющую управления

$$u_k = \frac{k}{\tau_3}\left(\frac{\tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1}{\tau_3 p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1} g - \hat{x}_1 - \sum_{i=1}^{2} \tau_i \hat{x}_{i+1}\right), \qquad (20)$$

где k=10.

Пренебрегая внутренними обратными связями объекта управления (17) записываем уравнение наблюдателя его переменных состояния

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \left(y - \begin{bmatrix} 1 & -0{,}2 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}\right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\dot{x}_{3T} + u_k). \qquad (21)$$

И характеристический полином этого уравнения приравниваем полиному биномиальной формы третьего порядка

$$\det\left\{ p\mathbf{I} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -0{,}2 & 0 \end{bmatrix} \right\} = \left(\frac{1}{\mu_2} + p\right)^3, \qquad (22)$$

где μ_2=0,016 с.

Раскрывая в уравнении (22) определитель и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях оператора *p* справа и слева от знака равенства, находим значения коэффициентов наблюдателя: k_1≈12300, k_2≈60550, k_3≈244140.

На основании полученных с помощью наблюдателя оценок переменных состояния и выражения (13) формируем требуемый закон изменения производной третьей переменной состояния:

$$\dot{x}_{3T} = \frac{1}{\tau_3}\{g - \hat{x}_1 - \tau_1\hat{x}_2 - \tau_2\hat{x}_3\}. \quad (23)$$

Записываем выражение для передаточной функция эталонной системы

$$\Phi_Э(p) = \left(\tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1\right) / \left(\tau_3 p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1\right). \quad (24)$$

С помощью уравнений ОУ (17) и соотношений (7), (19) - (21), (23) и (24) формируем искомый закон управления

$$u = \frac{\hat{b}^{-1}}{\tau_3}\{g - \hat{x}_1 - \tau_1\hat{x}_2 - \tau_2\hat{x}_3 + k\left(\Phi_Э(p)g - \hat{x}_1 - \tau_1\hat{x}_2 - \tau_2\hat{x}_3\right)\}. \quad (25)$$

На основании уравнений (17), (19), (24) и (25) составляем структурную схему синтезируемой САУ и, полагая, что функция φ(**x**) ОУ компенсируется составляющей управления u_k, находим характеристический полином системы

$$A(p) = \tau_3(1 + \sigma p)\, p^3 + \tau_2 p^2 + \tau_1 p + 1, \quad (26)$$

где $\sigma = 3\mu_2 = 0{,}048$.

Из дополнительных условий (4) и (5) с помощью полинома (26) находим значения подлежащих определению коэффициентов: $\tau_1 \approx 0{,}4$, $\tau_2 = 0{,}08$, $\tau_3 = 0{,}008$.

Переходные процессы синтезированной САУ исследованы методом моделирования на ПК с помощью ППП *Simulink*. На рис.1 приведены графики ее переходных процессов по переменной состояния $x_1(t)$ и выходной величине $y(t)$ при отработке системой ступенчатого сигнала задания в момент времени t_0=0 и практически ступенчатом изменении коэффициента усиления объекта управления b с минимально допустимого до максимально допустимого значения в момент времени t_1=2 с.

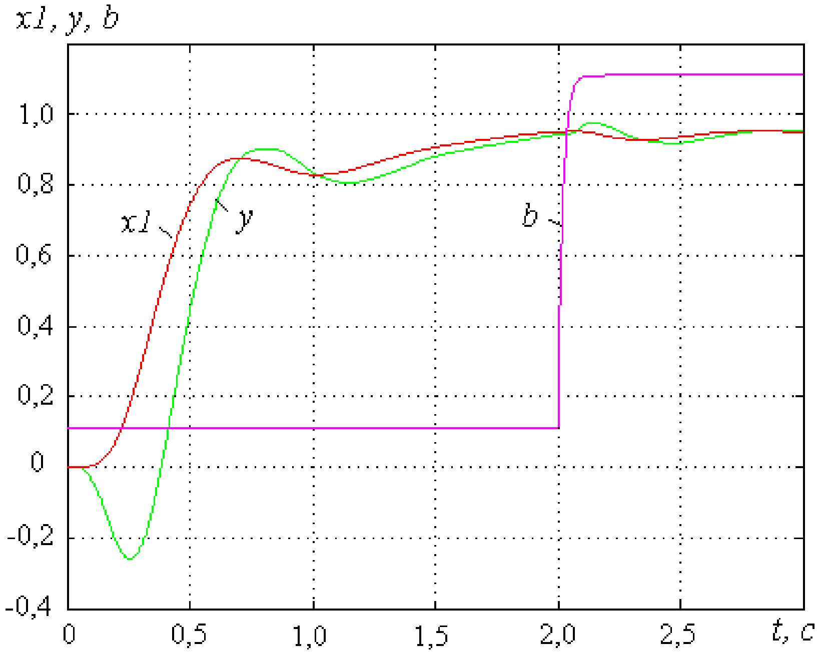

Рис.1. – Переходные процессы

Заметим также, что при введении в прямую цепь синтезированной САУ сингулярного возмущения в виде инерционного звена первого порядка с постоянной времени T=0,01 с и нелинейности типа «насыщение» с ограничением сигнала на уровне B=125 характер переходных процессов системы практически не меняется. Результаты моделирования показывают, что синтезированная предложенным методом САУ является грубой и обеспечивает требуемые показатели качества переходных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 16-08-00572.

Литература

1. Ким Д.П. Синтез неминимально-фазовых систем управления с заданным временем регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 4. С. 5-10.

2. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.

3. Гребенщиков Д.Е., Паршева А.И., Цыкунов А.М. Алгоритм робастного управления для одного класса неминимально-фазовых объектов // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1. С. 89-94.

4. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 1999. 467 с.

5. Фуртат И.Б. Адаптивное управление неминимально-фазовыми объектами определенного класса // Проблемы управления. 2013. № 1. С.19-25.

6. Фуртат И.Б. Адаптивное управление неминимально-фазовыми нелинейными объектами // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. № 3. С. 30- 37.

7. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными Лагранжевыми динамическими системами // Инженерный вестник Дона, 2014, №1 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251/.

8. Atassi A.N., Khalil H.K. A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Tras. Automat. Control. 1999. Vol. 44, N 9. pp. 1672-1687.

9. Keller H. Verefacht Ljapunov – Synthese fur nichtlineare system // Automatisierung. 1990. N 3. pp. 11-113.

10. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Синтез систем управления для ограниченно неопределенных нелинейных объектов с произвольным относительным порядком по выходу // Изв. вузов. Электромеханика. 2014. № 1. С. 88-90.

11. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Синтез систем управления для ограниченно неопределенных нелинейных объектов с правыми собствен-

ными значениями матрицы выхода // Изв. вузов. Электромеханика. 2015. № 5. С. 70-75.

12. Елсуков В.С., Лачин В.И., Липкин С.М. Управление ограниченно неопределенными нелинейными объектами // Инженерный вестник Дона, 2017, №3 URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4392/.

References

1. Kim D.P. Mehatronika, avtomatizatsija, upravlenie. 2010. № 4. pp. 5-10.
2. Gayduk A.R. Teorija i metody analiticheskogo sinteza system avtomaticheskogo upravlenija [Theory and techniques for feedback systems analytical synthesis]. M.: FIZMATLIT, 2012. 360 p.
3. Grebenshikov D.E., Parscheva A.I., Zykunov A.M. Vestnik AGTU. Serija: Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika. 2010. № 1. pp. 89-94.
4. Andrievskiy B.R., Fradkov A.L. Izbrannye glavy teorii avtomaticheskogo upravlenija s primerami na jazyke MATLAB [Control theory elements with MATLAB samples]. SPb.: Nauka, 1999. 467 p.
5. Furtat I.B. Problemy upravlenija. 2013. № 1. pp. 19-25.
6. Furtat I.B. Izv. vuzov. Priborostroenie. 2013. № 3. pp. 30-37.
7. Andrashitov D.S., Kostoglotov A.A., Kostoglotov A.I., Zennykh B.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №1. URL: idon.ru/magazine /archive/n1y2014/2251/.
8. Atassi A.N., Khalil H.K. IEEE Tras. Automat. Control. 1999. Vol. 44, № 9. pp. 1672-1687.
9. Keller H. Automatisierung. 1990. № 3. pp. 11-113.
10. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Izv. vuzov. Elektromehanika. 2014. № 1. pp. 88-90.
11. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Izv. vuzov. Elektromehanika. 2015. № 5. pp. 70-75.

12. Elsukov V.S., Lachin V.I., Lipkin S.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №3. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4392/.