

Калибровка магнитометра в составе интегрированной навигационной системы необитаемого подводного аппарата малого класса

А.Р. Алиагаев, И.М. Ажмухамедов

Астраханский государственный технический университет им. В.Н. Татищева

Аннотация: Статья посвящена разработке и реализации алгоритма двухэтапной калибровки магнитометра, интегрированного в навигационную систему необитаемого подводного аппарата малого класса. На первом этапе применяется метод эллипсоидной аппроксимации для компенсации возмущений магнитно-мягкого и магнитно-жесткого типа, что обеспечивает правильное геометрическое место измерений магнитометра. Второй этап калибровки включает способ оценки поворота между системами координат магнитометра и акселерометра с использованием кватерниона вращения в качестве параметра поворота. Экспериментальная проверка алгоритма показала его эффективность. После завершения двухэтапной калибровки были определены калибровочные параметры, применение которых подтвердило хорошую согласованность измерений магнитометра с фактическими данными о магнитном поле, что свидетельствует о целесообразности использования данного метода для калибровки магнитометров. Предложенный алгоритм двухэтапной калибровки магнитометра не требует лабораторного оборудования и может проводиться в реальных условиях эксплуатации, что делает возможным его внедрение в бортовое программное обеспечение необитаемого подводного аппарата.

Ключевые слова: калибровка, магнитометр, акселерометр, микроэлектромеханический датчик, система ориентации, навигационная система, необитаемый подводный аппарат, эллипсоидная аппроксимация, кватернион, магнитное наклонение.

Введение

Для решения задач подводной навигации необитаемых подводных аппаратов (НПА) малого класса традиционно применяют бортовые системы счисления пути на базе недорогих бесплатформенных инерциальных навигационных систем (INS) и систем ориентации (AHRS) [1]. Эти приборы строятся на основе инерциальных измерительных блоков (IMU), состоящих из микроэлектромеханических (MEMS) трехосевых датчиков – **гироскопа** (измерение угловой скорости), **акселерометра** (измерение кажущегося ускорения) и **магнитометра** (измерение магнитной индукции Земли). AHRS на основе измерения этих датчиков оценивает угловые положения НПА в виде параметров ориентации относительно поверхности Земли – углов крена, тангажа и курса или кватерниона вращения [2].

Магнитометр предназначен для измерения компонент вектора индукции магнитного поля Земли. Это позволяет определить направление на геомагнитный север и компенсировать дрейф гироскопа по курсу. Однако измерения магнитометра могут быть подвержены искажениям из-за воздействия источников магнитных возмущений и производственных погрешностей [3], что влияет на точность определения курса НПА.

Для компенсации дрейфа гироскопа в AHRS параметры ориентации оцениваются на основе данных, полученных от магнитометра и акселерометра в условиях отсутствия ускоренного движения. Измеряемые этими датчиками постоянные величины — вектора гравитационного ускорения и магнитной индукции Земли — непосредственно определяют ориентацию относительно земной поверхности. Алгоритмы оценки ориентации в AHRS основаны на использовании мгновенных показаний акселерометра и магнитометра. Следовательно, требуется совмещение измерительных систем координат (ИСК) этих датчиков [4]. Поскольку акселерометр и магнитометр жестко закреплены в электронном блоке НПА, их индивидуальные ИСК могут не совпадать из-за погрешностей монтажа. Поэтому необходима дополнительная процедура выравнивания ИСК датчиков, заключающаяся в поиске матрицы поворота ИСК магнитометра относительно ИСК акселерометра.

Известные методы калибровки магнитометра основаны на анализе геометрических свойств множества измерений датчика. При отсутствии возмущений норма вектора измерения магнитометра должна быть равна величине магнитного поля Земли. Следовательно, при вращении датчика в пространстве концы векторов измерений должны описывать сферу с радиусом, равным величине локального магнитного поля Земли β и с центром в начале ИСК магнитометра. Однако на практике наблюдаются искажённые измерения, и геометрическое место концов векторов измерений

представляет собой смещённый эллипсоид. Популярный метод калибровки магнитометра заключается в эллипсоидной аппроксимации множества измерений магнитометра при различных его положениях [5–7]. Этот алгоритм находит оптимальные параметры эллипсоида, которые лучше всего описывают множество точек измерений магнитометра. Затем по найденным параметрам определяются калибровочные параметры модели измерений – матрица калибровки и вектор смещения.

Достоинством этого метода является точная калибровка геометрии измерений магнитометра без использования лабораторного оборудования при условии наличия достаточного количества измерений в различных произвольных ориентациях. Однако матрица калибровки магнитометра не может быть полностью определена, так как число параметров эллипсоида меньше, чем параметров калибровки. Другими словами, возможен произвольный поворот измерений магнитометра после калибровки из-за потери ортогональной части калибровочной матрицы [5]. Для ее нахождения необходимо применить дополнительные методы на основе использования измерений других датчиков в составе AHRS – акселерометра и гироскопа, как в работах [5,8].

В работе [9] предложен общий подход к калибровке акселерометра и магнитометра. В ней авторы используют тот факт, что величины модулей вектора измерения акселерометра в статичном режиме и вектора магнитной индукции постоянны для любой ориентации датчиков. Модели измерений акселерометра и магнитометра имеют общий вид, калибровочные коэффициенты моделей находятся в результате нелинейной оптимизации общей для датчиков целевой функции.

В работе [4] изложено развитие работы [9], в которой предлагается способ оценки матрицы поворота между ИСК магнитометра и акселерометра. Для этого авторы используют тот факт, что угол между вектором магнитной

индукции и вектором гравитационного ускорения должен быть постоянным и равен магнитному наклонению. Тогда искомая матрица поворота должна минимизировать отклонение фактического угла между векторами от истинного. Авторы решают задачу нелинейной оптимизации, в результате которой оцениваются калибровочные параметры датчиков и матрица поворота ИСК. Однако в предложенном алгоритме количество оптимизируемых параметров увеличивается с ростом объема экспериментальных измерений, полученных с датчиков, что усложняет задачу оптимизации.

В данной работе предлагается алгоритм двухэтапной калибровки магнитометра. На первом этапе калибруется геометрическое место измерений магнитометра с помощью линейного метода эллипсоидной аппроксимации. На втором этапе оценивается поворот между ИСК магнитометра и акселерометра в виде кватерниона вращения.

Модель измерений магнитометра

Измерения магнитометра опишем следующей моделью [3].

$$\mathbf{m} = W_1 W_2 (W_3 \mathbf{h} + \mathbf{h}_{hi}) + \mathbf{h}_{off} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

где \mathbf{m} – 3x1 вектор измерений; \mathbf{h} – 3x1 реальный вектор магнитного поля; W_1 – 3x3 диагональная матрица ошибки масштаба осей; W_2 – 3x3 матрица ошибки неортогональности осей ИСК; W_3 – 3x3 матрица возмущения магнитно-мягкого типа (soft-iron distortion); \mathbf{h}_{hi} – 3x1 вектор возмущения магнитно-жесткого типа (hard-iron distortion); \mathbf{h}_b – 3x1 вектор смещения; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор шума измерений.

Пусть $W = W_1 W_2 W_3$ – мультипликативная погрешность, $\mathbf{h}_0 = W_1 W_2 \mathbf{h}_{hi} + \mathbf{h}_{off}$ – аддитивная погрешность. Тогда запишем модель измерения в таком виде:

$$\mathbf{m} = W\mathbf{h} + \mathbf{h}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2)$$

Алгоритм двухэтапной калибровки

Первый этап калибровки. Этот этап основан на методе эллипсоидной аппроксимации геометрического места измерений магнитометра. Модуль вектора магнитной индукции $\|\mathbf{h}\|$ должен быть равен величине локального магнитного поля β , которое можно получить из геомагнитной модели [10]. Предположим, что нам недоступна информация о локальном магнитном поле и его величину необходимо оценить в процедуре калибровки. Следующее уравнение ограничивает идеальные измерения магнитометра:

$$\|\mathbf{h}\|^2 - H_m^2 = \mathbf{h}^T \mathbf{h} - H_m^2 = 0, \quad (3)$$

где H_m – величина локального магнитного поля по показаниям датчика.

Выразим из модели (2) истинный вектор магнитного поля \mathbf{h} :

$$\mathbf{h} = M(\mathbf{m} - \mathbf{h}_0 - \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (4)$$

где $M = W^{-1}$. Подставим это выражение в (3) и, пренебрегая шумом измерений, получим:

$$\begin{aligned} [M(\mathbf{m} - \mathbf{h}_0)]^T M(\mathbf{m} - \mathbf{h}_0) - H_m^2 &= \\ &= \mathbf{m}^T Q \mathbf{m} - 2\mathbf{h}_0^T Q \mathbf{m} + \mathbf{h}_0^T Q \mathbf{h}_0 - H_m^2 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

Раскроем скобки в уравнении (5) и получим:

$$\mathbf{m}^T Q \mathbf{m} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{m} + c = 0, \quad (6)$$

где:

$$\begin{aligned} Q &= M^T M; \\ \mathbf{b} &= -Q^T \mathbf{h}_0; \\ c &= \mathbf{h}_0^T Q \mathbf{h}_0 - H_m^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнение (6) представляет собой общее уравнение эллипсоида на векторе измерений магнитометра \mathbf{m} [3, 7]. Теперь задача сводится к оценке матрицы Q , вектора \mathbf{b} и скаляра c , по которым затем будут найдены калибровочные параметры модели измерений магнитометра.

Уравнение (6) запишем в компактной форме как функцию эллипсоида $f(\mathbf{m})$:

$$f(\mathbf{m}) = \mathbf{x}^T \mathbf{w} = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{x} = [x^2 \ y^2 \ z^2 \ 2xy \ 2xz \ 2yz \ 2x \ 2y \ 2z \ 1]^T$ – 10x1 вектор, полученный из компонент вектора измерений $\mathbf{m} = [x \ y \ z]^T$;

$\mathbf{w} = [q_{11} \ q_{22} \ q_{33} \ q_{12} \ q_{13} \ q_{23} \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ c]^T$ – 10x1 вектор параметров, составленный из компонент симметричной, положительно-определенной

матрицы $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix}$, вектора $b = [b_1 \ b_2 \ b_3]^T$ и скаляра c .

Вследствие наличия шума измерений и неточности модели (2) измерения магнитометра не будут точно лежать на эллипсоиде, то есть уравнение (8) не будет выполняться. Тогда задачу оптимизации сформулируем как минимизацию суммы квадратов алгебраических расстояний от i -го измерения до эллипсоида [7]. Алгебраическое расстояние приближенно вычисляется следующим образом [11]:

$$d_i = f(\mathbf{m}_i) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{w}, \quad (9)$$

где $\mathbf{x}_i = [x_i^2 \ y_i^2 \ z_i^2 \ 2x_i y_i \ 2x_i z_i \ 2y_i z_i \ 2x_i \ 2y_i \ 2z_i \ 1]^T$ – составлен из компонент i -го измерения магнитометра $\mathbf{m}_i = [x_i \ y_i \ z_i]$, $i = \overline{1, n}$, n – число измерений магнитометра.

Запишем целевую функцию для минимизации с учетом (9):

$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{x}_i^T \mathbf{w}\|^2 = \mathbf{w}^T \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T X \mathbf{w}, \quad (10)$$

где $X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T$ – симметричная, неотрицательно-определённая матрица по построению; n – число измерений. Оптимальный вектор параметров $\hat{\mathbf{w}}$ будет найден из условия:

$$J = \mathbf{w}^T X \mathbf{w} \rightarrow \min, \quad \mathbf{w} \in \mathbb{R}^{10}. \quad (11)$$

Этому условию удовлетворяет тривиальное решение $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{0}$. Для нетривиального решения возникает неопределённость в масштабе, так как вектор $k\hat{\mathbf{w}} \neq \mathbf{0}$ также удовлетворяет функции (8) [5]. Необходимо ввести ограничение на вектор \mathbf{w} . Для этого воспользуемся подходом как в [7]. Ограничение записывается следующим образом:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \nabla f(\mathbf{m})^T \nabla f(\mathbf{m}) = 1, \quad (12)$$

где $\nabla f(\mathbf{m})|_{\mathbf{m}_i} = \left[\frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial x} \quad \frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial y} \quad \frac{\partial f(\mathbf{m})}{\partial z} \right]^T \Big|_{\mathbf{p}_i}$ – градиент функции эллипсоида (8).

Такого рода ограничение даёт хороший результат в ситуации, когда множество измерений магнитометра образует не полную поверхность эллипсоида, а только его сегмент. Это свойство становится полезным в случае калибровки магнитометра НПА, так как затруднительно обеспечить вращение НПА по всем осям с целью получить равномерные измерения по всей поверхности эллипсоида.

Запишем выражение градиента $\nabla f(\mathbf{m})|_{\mathbf{m}_i}$ с учетом (8):

$$\nabla f(\mathbf{m}) = \nabla(\mathbf{x}^T \mathbf{w})|_{\mathbf{p}_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}^T}{\partial x} \Big|_{\mathbf{p}_i} \\ \frac{\partial \mathbf{x}^T}{\partial y} \Big|_{\mathbf{p}_i} \\ \frac{\partial \mathbf{x}^T}{\partial z} \Big|_{\mathbf{p}_i} \end{bmatrix} \mathbf{w} = D(\mathbf{x}_i) \mathbf{w}, \quad (13)$$

где

$$D(\mathbf{x}_i) = \begin{bmatrix} 2x_i & 0 & 0 & 2y_i & 2z_i & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2y_i & 0 & 2x_i & 0 & 2z_i & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2z_i & 0 & 2x_i & 2y_i & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Подставим (13) в (12), получим:

$$\mathbf{w}^T \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(\mathbf{x}_i)^T D(\mathbf{x}_i) \right) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T C \mathbf{w} = 1, \quad (14)$$

где $C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(\mathbf{x}_i)^T D(\mathbf{x}_i)$ – симметричная матрица 10×10 . Таким образом, оптимальный вектор параметров $\hat{\mathbf{w}}$ будет найден в результате решения следующей задачи условной оптимизации:

$$J = \mathbf{w}^T X \mathbf{w} \rightarrow \min, \quad \mathbf{w} \in \mathbb{R}^{10},$$
$$\mathbf{w}^T C \mathbf{w} = 1.$$

В соответствии с теоремой неопределённых множителей Лагранжа получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} X \mathbf{w} = \mu C \mathbf{w} \\ \mathbf{w}^T C \mathbf{w} = 1 \end{cases} \quad (15)$$

где μ – неопределённый множитель Лагранжа.:

Решением системы (15) является обобщенный собственный вектор \mathbf{v}_{min} матриц X и C , который соответствует наименьшему положительному собственному числу λ_{min} [5, 7, 8]. Причем \mathbf{v}_{min} дает решение с точностью до знака. Знак определяется из условия, что диагональные элементы матрицы Q должны быть положительными, т.е.

$$\hat{\mathbf{w}} = \begin{cases} \mathbf{v}_{min}, & v_1 > 0, v_2 > 0, v_3 > 0 \\ -\mathbf{v}_{min}, & v_1 \leq 0, v_2 \leq 0, v_3 \leq 0 \end{cases}$$

где v_1, v_2, v_3 – компоненты обобщенного собственного вектора, соответствующие диагональным элементам матрицы Q .

Из элементов оптимального вектора $\hat{\mathbf{w}}$ собираем матрицу \hat{Q} , вектор $\hat{\mathbf{b}}$ и свободный параметр \hat{c} . Затем в соответствии с соотношениями (7) находим оценку калибровочных параметров – вектор смещения $\hat{\mathbf{h}}_0$ и матрицу \hat{M} . Для \hat{M} делаем допущение, что она симметричная. Тогда:

$$\begin{aligned}\hat{M} &= \sqrt{\hat{Q}}, \\ \hat{\mathbf{h}}_0 &= -\hat{Q}^{-1}\mathbf{b}, \\ \hat{H}_m &= \sqrt{\hat{\mathbf{h}}_0^T \hat{Q} \hat{\mathbf{h}}_0 - \hat{c}}.\end{aligned}$$

Отметим, что из-за допущения о симметричности матрицы \hat{M} мы теряем часть информации. Действительно, если применить к матрице M полярное разложение $M = US$, где U – ортогональная матрица, $\det U = 1$, S – симметричная матрица, то получим:

$$(M)^T M = S^T U^T U S = S^T S = S^2 = Q,$$

т.е. матрица Q содержит информацию только о симметричной части M [5]. Следовательно, после применения калибровки измерения магнитометра могут быть произвольным образом повернуты. Но при этом будет достигнута правильная геометрия – откалиброванные измерения лягут на сферу с центром в начале ИСК.

В калибровочных параметрах можно дополнительно учесть нормировочный коэффициент c_β для масштабирования измерений магнитометра к нужной величине магнитного поля:

$$c_\beta = \frac{\beta_{WMM}^2}{\hat{H}_m^2}.$$

где β_{WMM} – эталонная величина магнитного поля, взятая из [10]. Тогда матрица \hat{M} будет равна

$$\hat{M} = \sqrt{c_\beta \hat{Q}}.$$

Промежуточная корректировка $\hat{\mathbf{h}}^*$ исходных измерений магнитометра \mathbf{m} после первого этапа выполняется в соответствии с моделью (4):

$$\hat{\mathbf{h}}^* = \hat{M}(\mathbf{m} - \hat{\mathbf{h}}_0). \quad (16)$$

Второй этап калибровки. На этом этапе оценивается матрица поворота R ИСК магнитометра по отношению к ИСК акселерометра. Введем модель коррекции:

$$\mathbf{h} = R\hat{\mathbf{h}}^*, \quad (17)$$

где $\hat{\mathbf{h}}^*$ получен на первом этапе калибровки (16).

Оценка поворота между ИСК датчиков происходит на основе того факта, что угол между векторами магнитной индукции Земли и гравитационного ускорения постоянен. Это условие можно записать следующим образом:

$$\mathbf{a}^T \mathbf{h} = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{h}\| \cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta_{WMM}\right), \quad (18)$$

где \mathbf{a} – вектор измерения акселерометра при неускоренном движении; δ_{WMM} – угол магнитного наклона, значение которого берется из WMM [10]. При неускоренном движении акселерометр измеряет проекции вектора отрицательного гравитационного ускорения $-\mathbf{g}$, который направлен вверх. Поэтому угол между векторами равен $\frac{\pi}{2} + \delta_{WMM}$.

Матрица поворота содержит 9 неизвестных элементов. Их число можно сократить, если параметризовать матрицу поворота кватернионом вращения $\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \mathbf{i} + \lambda_2 \mathbf{j} + \lambda_3 \mathbf{k} = (\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3)$. Тогда:

$$R = R(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 - 2(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_0) & 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_2\lambda_0) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_3\lambda_0) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_3^2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_0) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_0) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_1\lambda_0) & 1 - 2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \end{bmatrix}.$$

Ошибку несоосности ИСК датчиков будем оценивать как среднеквадратичное отклонение правых и левых частей условия (18) с учетом коррекции (17) для множества одномоментных измерений акселерометра \mathbf{a}_i и откалиброванных на первом этапе измерений магнитометра $\hat{\mathbf{h}}_i^*$, то есть:

$$J_R(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\mathbf{a}_i^T R(\lambda) \hat{\mathbf{h}}_i^* - \|\mathbf{a}_i\| \|\hat{\mathbf{h}}_i^*\| \cos\left(\frac{\pi}{2} + \delta_{WMM}\right) \right]^2, \quad (19)$$

где n – число измерений.

Оптимальный кватернион вращения $\hat{\lambda}$ будет найден в результате нелинейной оптимизации целевой функции (19). При этом должно выполняться ограничение на единичную норму кватерниона $\|\lambda\|$. Таким образом, имеем следующую задачу условной оптимизации:

$$\begin{aligned} J_R(\lambda) &\rightarrow \min, & \lambda &\in \mathbb{R}^4, \\ \|\lambda\| &= \sqrt{\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2} = 1. \end{aligned} \quad (20)$$

Для поиска решения $\hat{\lambda}$ задачи (20) хорошим начальным приближением для кватерниона будет значение, соответствующее нулевому повороту $\lambda^0 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)$.

Итоговая коррекция измерений магнитометра после второго этапа калибровки примет вид:

$$\hat{\mathbf{h}} = R(\hat{\lambda}) \hat{M}(\mathbf{m} - \hat{\mathbf{h}}_0). \quad (21)$$

Экспериментальные результаты

Для проверки предложенного двухэтапного алгоритма калибровки использовались данные с магнитометра LIS3MDL [12] и акселерометра LIS331DLH [13]. Микросхемы датчиков смонтированы на печатной плате модуля AHRS, который жестко закреплен внутри электронного блока НПА. При неоднократном вращении НПА вокруг произвольных осей было получено $n = 600$ одномоментных измерений магнитометра в [мкТл] и акселерометра в [g].

После выполнения первого этапа калибровки были получены следующие параметры:

- $\hat{M} = \begin{bmatrix} 1.017 & 0.028 & -0.006 \\ 0.028 & 1.106 & -0.001 \\ -0.006 & -0.001 & 1.072 \end{bmatrix}$ – матрица калибровки;
- $\hat{\mathbf{h}}_0 = [-25.66 \quad 21.35 \quad -3.76]^T$ – вектор смещения.

На рис. 1 изображено распределение исходных измерений магнитометра \mathbf{m}_i (черный маркер) и скорректированных $\hat{\mathbf{h}}_i^*$ (16) после первого этапа калибровки (оранжевый маркер). Можно увидеть, что геометрический центр множества исходных измерений существенно смещен относительно начала ИСК. После применения коррекции (16) геометрическое распределение множества измерений стало близко к сфере, центр которой в начале ИСК и радиус равен эталонной величине магнитного поля $\beta_{WMM} = 54$ мкТл, взятой из [10].

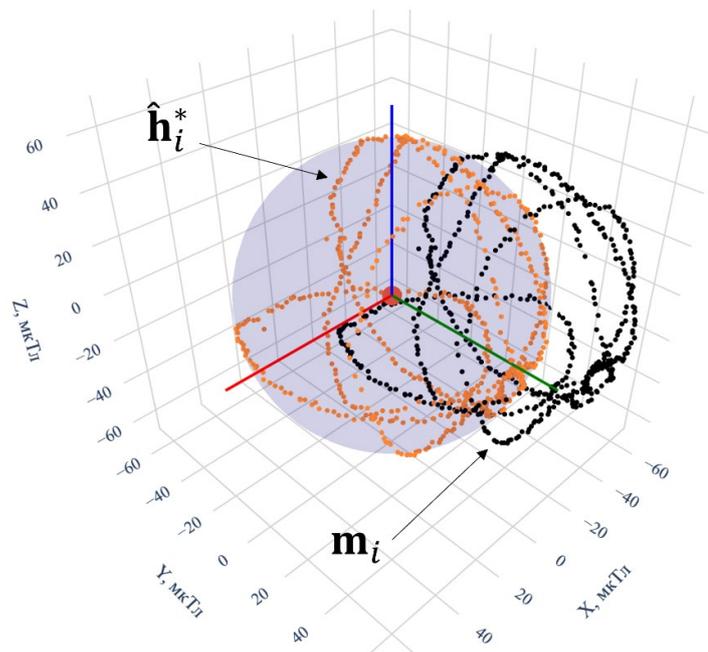


Рис. 1. – Результат коррекции первого этапа калибровки

На втором этапе калибровки проводилась оценка поворота ИСК магнитометра в виде кватерниона вращения для достижения эталонного магнитного наклона $\delta_{WMM} = 65^\circ$. Значение магнитного наклона взято из [10] для конкретного географического места проведения эксперимента. Было получено следующее значение кватерниона вращения:

- $\hat{\lambda} = (0.998 \quad -0.018 \quad -0.047 \quad -0.032)$;

Для наглядного представления степени расхождения между ИСК датчиков приведем углы Эйлера, соответствующие оцененному кватерниону: -1.9° , -5.4° и -3.5° вокруг осей X , Y и Z соответственно. Максимальное угловое отклонение между осями ИСК датчиков до калибровки второго этапа составляло более, чем 5° .

Оценкой качества двухэтапной калибровки магнитометра будет являться отклонение фактического магнитного наклона от эталонного. В качестве метрики ошибки примем среднеквадратичное отклонение (MSE):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\delta(\mathbf{h}_i, \mathbf{a}_i) - \delta_{WMM})^2, \quad (22)$$

где $\delta(\mathbf{h}_i, \mathbf{a}_i)$ – фактическое магнитное наклонение, полученное из условия (18):

$$\delta(\mathbf{h}, \mathbf{a}) = -\text{asin}\left(\frac{\mathbf{a}^T \mathbf{h}}{\|\mathbf{a}\| \|\mathbf{h}\|}\right). \quad (23)$$

На место вектора магнитометра \mathbf{h} поочередно подставляются измерения до калибровки, после первого этапа и второго этапа калибровки. Результаты для обоих этапов калибровки отображены ниже, в таблице 1.

Таблица № 1. Результаты калибровки

	До калибровки	Первый этап	Второй этап
Коррекция	\mathbf{m}	$\hat{\mathbf{h}}^* = \hat{M}(\mathbf{m} - \hat{\mathbf{h}}_0)$	$\hat{\mathbf{h}} = R(\hat{\lambda})\hat{M}(\mathbf{m} - \hat{\mathbf{h}}_0)$
Магнитное наклонение (23)	$\delta(\mathbf{m}, \mathbf{a})$	$\delta(\hat{\mathbf{h}}^*, \mathbf{a})$	$\delta(\hat{\mathbf{h}}, \mathbf{a})$
Метрика (22)	$MSE = 0.19$	$MSE = 0.026$	$MSE = \mathbf{0.021}$

Метрика ошибки магнитного наклона принимает наименьшее значение после коррекции вращения ИСК магнитометра на втором этапе калибровки.

На графике (рис. 2) отражено изменение фактического магнитного наклона до проведения калибровки, а также после первого и второго этапов калибровки. Из представленного графика видно, что после второго этапа калибровки фактическое магнитное наклонение приближается к эталонному значению, которое было получено из модели WMM.

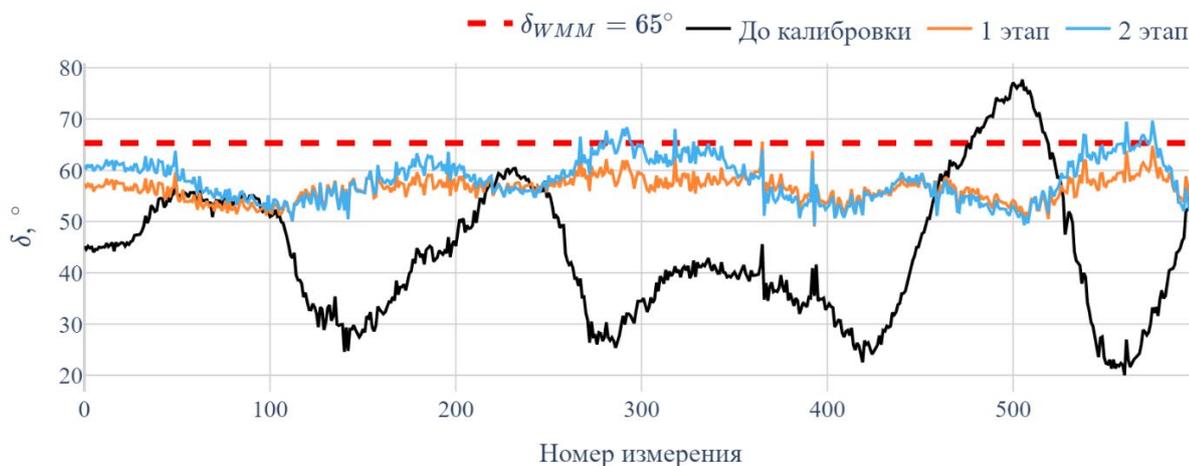


Рис. 2. – Изменение фактического магнитного наклона

Выводы

В ходе проведенного исследования был разработан алгоритм двухэтапной калибровки магнитометра для навигационной системы НПА.

На первом этапе методом эллипсоидной аппроксимации компенсируются возмущения магнитно-мягкого и магнитно-жесткого типа, обеспечивая правильное геометрическое место измерений.

Второй этап включает оценку поворота между системами координат магнитометра и акселерометра с использованием кватерниона вращения.

Таким образом, экспериментальная проверка подтвердила эффективность алгоритма, обеспечив хорошую согласованность измерений с

фактическим магнитным полем. Предложенный метод не требует лабораторного оборудования и может применяться в реальных условиях эксплуатации, что позволяет использовать его в бортовом программном обеспечении НПА малого класса.

Литература

1. Вавилова Н.Б., Парусников Н.А., Субханкулова Г.А. Навигация автономного подводного аппарата при помощи корректируемой бескарданной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ. 2016. № 89. С. 1-15.
2. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Москва: Наука, 1992. 278 с.
3. Renaudin V., Afzal M.H., Lachapelle G. Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain // Journal of Sensors. 2010. V. 2010. № 1. P. 10.
4. Papafotis K., Sotiriadis P.P. Accelerometer and Magnetometer Joint Calibration and Axes Alignment // Technologies. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2020. V. 8, № 1. P. 11.
5. Vasilyuk N.N. Calibration of Integral Magnetometer Linear Model Coefficients Using Simultaneous Measurements of a Three-Axis Gyro // Gyroscopy Navig. 2019. V. 10, № 2. pp. 99–110.
6. Vasconcelos J.F. et al. Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2011. V. 47, № 2. pp. 1293–1306.
7. Feng W. A Calibration Method of Three-axis Magnetic Sensor Based on Ellipsoid Fitting // J. Inf. Comput. Sci. 2013. V. 10, № 6. pp. 1551–1558.

8. Liu Y.X. et al. Novel Calibration Algorithm for a Three-Axis Strapdown Magnetometer: 5 // Sensors. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2014. V. 14, № 5. pp. 8485–8504.
9. Papafotis K., Sotiriadis P.P. Computationally Efficient Calibration Algorithm for Three-Axis Accelerometer and Magnetometer // 2019 8th International Conference on Modern Circuits and Systems Technologies (MOCAST). 2019. pp. 1–4.
10. World Magnetic Model (WMM) – National Centers for Environmental Information (NCEI). URL: ncei.noaa.gov/products/world-magnetic-model (дата обращения: 10.02.2025).
11. Rosin P.L. Analysing error of fit functions for ellipses // Pattern Recognition Letters. 1996. V. 17, № 14. pp. 1461–1470.
12. LIS3MDL - Digital output magnetic sensor: ultralow-power, high-performance 3-axis magnetometer – STMicroelectronics. URL: st.com/en/mems-and-sensors/lis3mdl.html (дата обращения: 13.02.2025).
13. LIS331DLH - 3-axis digital accelerometer, ultra low power operational modes, advanced power saving, smart sleep to wake-up functions – STMicroelectronics. URL: st.com/en/mems-and-sensors/lis331dlh.html (дата обращения: 13.02.2025).

References

1. Vavilova N.B., Parusnikov N.A., Subhankulova G.A. Trudy MAI. 2016. № 89. pp. 1-15.
2. Branec V.N., Shmyglevskij I.P. Vvedenie v teoriju besplatformennyh inercial'nyh navigacionnyh system [Introduction to the theory of free-form inertial navigation systems]. Moskva: Nauka, 1992. 278 p.
3. Renaudin V., Afzal M.H., Lachapelle G. Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain. Journal of Sensors. 2010. V. 2010. № 1. 10 p.

4. Papafotis K., Sotiriadis P.P. Accelerometer and Magnetometer Joint Calibration and Axes Alignment. Technologies. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2020. V. 8, № 1. 11 p.
 5. Vasilyuk N.N. Calibration of Integral Magnetometer Linear Model Coefficients Using Simultaneous Measurements of a Three-Axis Gyro. Gyroscopy Navig. 2019. V. 10, № 2. pp. 99–110.
 6. Vasconcelos J.F. et al. Geometric Approach to Strapdown Magnetometer Calibration in Sensor Frame. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2011. V. 47, № 2. pp. 1293–1306.
 7. Feng W. A Calibration Method of Three-axis Magnetic Sensor Based on Ellipsoid Fitting. J. Inf. Comput. Sci. 2013. V. 10, № 6. pp. 1551–1558.
 8. Liu Y.X. et al. Novel Calibration Algorithm for a Three-Axis Strapdown Magnetometer: 5. Sensors. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2014. V. 14, № 5. pp. 8485–8504.
 9. Papafotis K., Sotiriadis P.P. Computationally Efficient Calibration Algorithm for Three-Axis Accelerometer and Magnetometer. 2019 8th International Conference on Modern Circuits and Systems Technologies (MOCASST). 2019. pp. 1–4.
 10. World Magnetic Model (WMM) – National Centers for Environmental Information (NCEI). URL: ncei.noaa.gov/products/world-magnetic-model (Date accessed: 10.02.2025).
 11. Rosin P.L. Analysing error of fit functions for ellipses. Pattern Recognition Letters. 1996. V. 17, № 14. pp. 1461–1470.
 12. LIS3MDL - Digital output magnetic sensor: ultralow-power, high-performance 3-axis magnetometer – STMicroelectronics. URL: [st.com/en/mems-and-sensors/lis3mdl.html](https://www.st.com/en/mems-and-sensors/lis3mdl.html) (Date accessed: 13.02.2025).
 13. LIS331DLH - 3-axis digital accelerometer, ultra low power operational modes, advanced power saving, smart sleep to wake-up functions –
-



STMicroelectronics. URL: [st.com/en/mems-and-sensors/lis331dlh.html](https://www.st.com/en/mems-and-sensors/lis331dlh.html) (Date accessed: 13.02.2025).

Дата поступления: 6.02.2025

Дата публикации: 27.03.2025