

Алгоритм согласования массива точек и отсека поверхности

А.В. Замятин, Е.А. Замятина, Н.А. Сопчак

Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье приведен алгоритм построения массива точек, поставленных в соответствие точкам отсека поверхности. Показаны формулы расчета для координат точек. Рассмотрены возможные случаи расположения угловых точек массива. И сделан вывод о том, что данный алгоритм поможет при моделировании акустических, оптических и других процессов.

Ключевые слова: массив точек, отсек поверхности, алгоритм согласования точек массива, геометрическое моделирование, радикал-вектор.

Для задач конструирования поверхностей сплайновыми методами [1-3] часто необходимо приводить в соответствие точечные массивы и отсеки поверхностей. Пусть в трехмерном пространстве задан двумерный массив точек A_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ и отсек поверхности Ω

$$\vec{r} = \vec{r}_{\Omega}(u, v), \quad (1)$$

где $0 \leq u \leq U; 0 \leq v \leq V$ (рис. 1). Через \vec{A}_{ij} обозначим радиус – вектор точки массива A_{ij} . Будем считать, что все точки Ω обыкновенные.

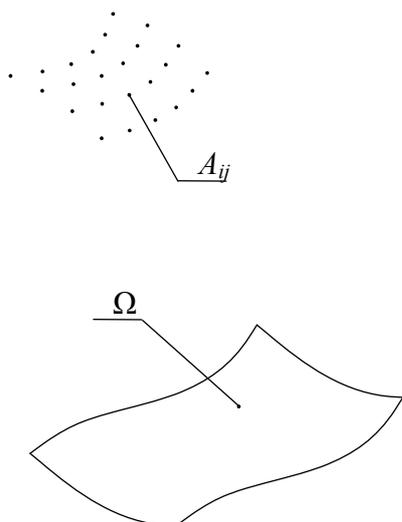


Рис. 1. - Заданные массив точек и отсек поверхности

Рассмотрим алгоритм согласования точек массива A_{ij} и точек отсека поверхности Ω [4,5].

Под согласованием подразумевается установление взаимно однозначного соответствия между точками массива и точками отсека поверхности, таким образом, чтобы сумма длин отрезков, соединяющих соответственные точки, была минимальной.

Создадим массив B_{ij} , состоящий из точек отсека поверхности Ω . Его размерность равна

размерности массива A_{ij} ($n \times m$). Радиусы – векторы точек массива B_{ij} обозначим через \vec{B}_{ij} .

Определим угловые точки отсека Ω и поместим их в массив B_{ij} , учитывая (1)

$$\vec{B}_{11} = \vec{r}_{\Omega}(0,0); \vec{B}_{1m} = \vec{r}_{\Omega}(0,V); \vec{B}_{n1} = \vec{r}_{\Omega}(U,0); \vec{B}_{nm} = \vec{r}_{\Omega}(U,V) \quad (2)$$

Найдем сумму длин отрезков соединяющих соответственные угловые точки массивов A_{ij} и B_{ij}

$$d = |\vec{B}_{11} - \vec{A}_{11}| + |\vec{B}_{1m} - \vec{A}_{1m}| + |\vec{B}_{n1} - \vec{A}_{n1}| + |\vec{B}_{nm} - \vec{A}_{nm}| \quad (3)$$

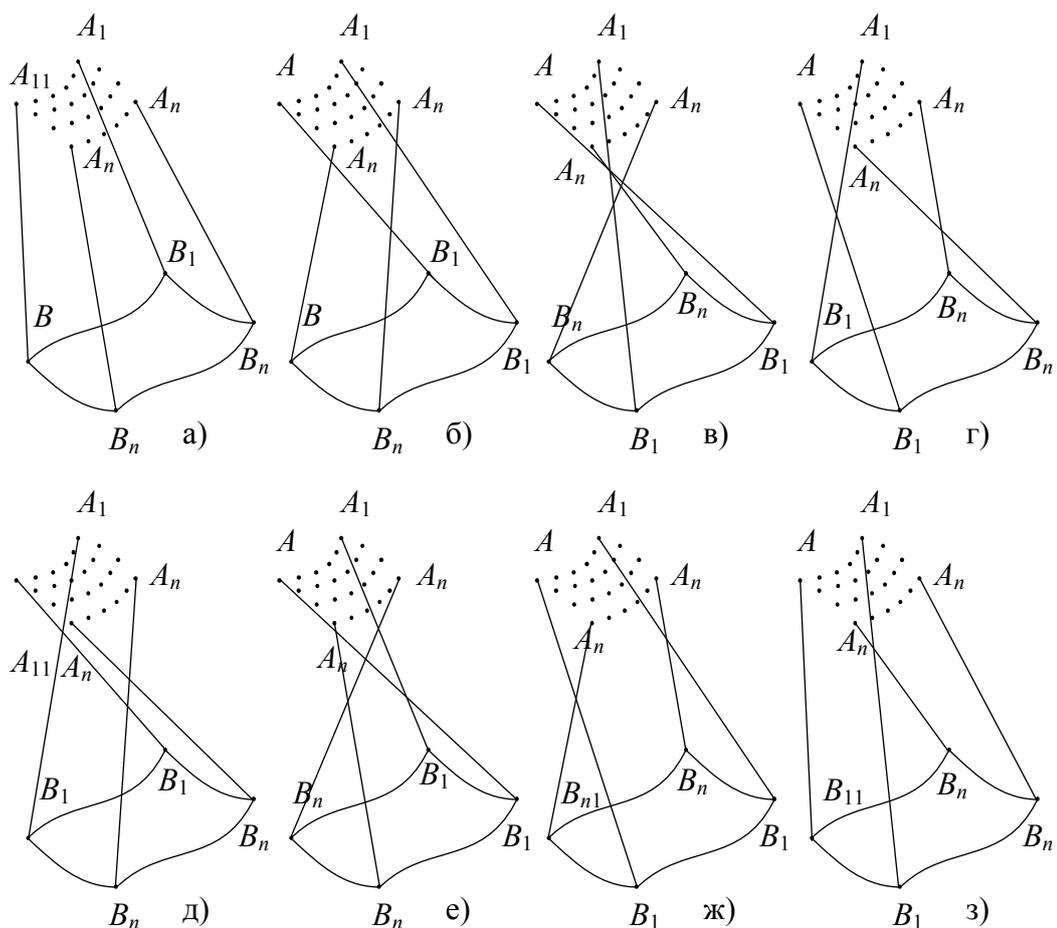


Рис. 2. - Возможные случаи взаимного расположения угловых точек массива и отсека поверхности

Возможные случаи взаимного расположения угловых точек массива A_{ij} и отсека Ω приведены на рис. 2. В случае, приведенном на рис. 2а, сумма (3) минимальна. Предположим, что A_{ij} и Ω в плане имеют форму близкую к прямоугольной. Поэтому вид B_{ij} , согласованный A_{ij} , будет иметь угловые точки расположенные так же, как и на рис. 2а.

Определим, какой из случаев, приведенных на рис. 2, задан изначально. Для этого вычислим (3) и присвоим полученное значение элементу массива d_1 . Изменим положение угловых точек в B_{ij} , повернув их на 90° против часовой стрелки вокруг оси Oz (рис. 3)

$$B_{11} = B_{1m}; B_{1m} = B_{nm}; B_{nm} = B_{n1}; B_{n1} = B_{11} \quad (4)$$

Вычислим сумму (3) и присвоим ее значение d_2 . Аналогичным образом получим d_2 и d_4 . Повернем угловые точки B_{ij} на 180° вокруг оси Ox (рис. 4)

$$B_{11} = B_{1m}; B_{1m} = B_{11}; B_{n1} = B_{nm}; B_{nm} = B_{n1} \quad (5)$$

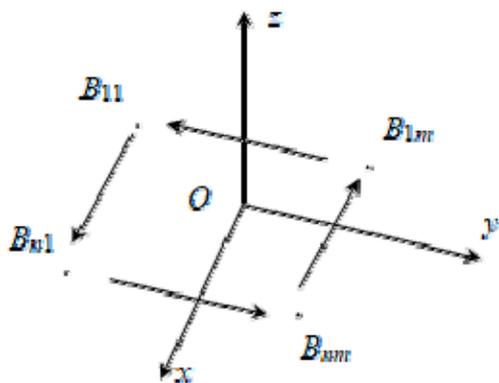


Рис. 3. - Поворот угловых точек на 90° вокруг оси Oz

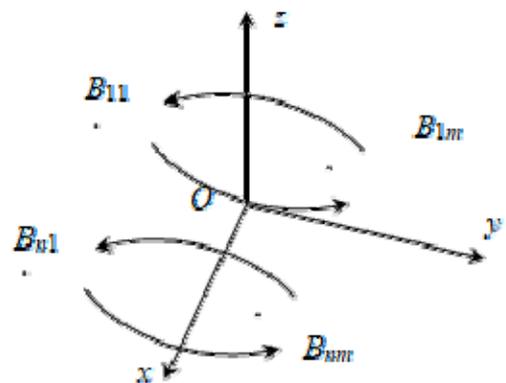


Рис. 4. - Поворот угловых точек на 180° вокруг оси Ox

Сумму (3), в этом случае, присвоим d_5 , затем, поворачиваем угловые

точки на 90° (4) и присваиваем вычисленные суммы d_6 , d_7 и d_8 . Находим минимальный элемент массива d_i . Если минимальное значение имеет d_1 , то массив и отсек поверхности расположены так, как это показано на рис. 2а. Точки массива B_{ij} вычисляем по формуле:

$$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_\Omega(U_i, V_j), \quad (6)$$

$$\text{где } U_i = \frac{n}{n-1}(i-1); V_j = \frac{v}{m-1}(j-1).$$

Если минимальным элементом является d_2 , то это расположение приведено на рис. 2б. при данном расположении формула для вычисления B_{ij} имеет вид

$$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_\Omega(U_{m-j+1}, V_i), \quad (7)$$

$$\text{где } U_{m-j+1} = \frac{v}{m-1}(m-j); V_i = \frac{n}{n-1}(i-1).$$

Если массив и отсек расположены так, как показано на рис. 2в, то минимальным будет значение d_3 , тогда определим B_{ij} по формуле (6) и повернем его содержимое по часовой стрелке на 180° вокруг оси Oz

$$B_{ij} = B_{n-i+1, m-j+1}. \quad (8)$$

В случае, приведенном на рис. 2г, минимальным будет d_4 , тогда B_{ij} определяем по формуле (7) и по (8) поворачиваем на 180° вокруг оси Oz .

Если минимальным является d_5 (рис. 2д), B_{ij} определяем по формуле (6) и поворачиваем на 180° вокруг оси Ox по часовой стрелке

$$B_{ij} = B_{i, m-j+1}. \quad (9)$$

При минимальном d_6 (рис. 2е) B_{ij} определяем по (7), затем поворачиваем на 180° вокруг оси Oz (8) и вокруг оси Ox (9). При d_7 минимальном (рис. 2ж) – B_{ij} определяем по (6) и поворачиваем вокруг оси Oz (8) и Ox (9). При минимальном значении d_8 (рис. 2з) B_{ij} находим по (7), поворачиваем вокруг оси Ox (9), Oz (8) и снова вокруг Ox (9).

Для большей наглядности методов определения массива B_{ij} в различных случаях начального взаимного положения массива A_{ij} и отсека Ω приведены в таблице.

Таблица №1

Определение B_{ij}

Номер минимального элемента d_i	Формулы вычисления B_{ij}	Преобразования	Соответствующий пример на рис. 2
1	$\bar{B}_{ij} = \bar{r}_\Omega(U_i, V_j);$ $U_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$ $V_j = \frac{v}{m-1}(j-1);$	–	а
2	$\bar{B}_{ij} = \bar{r}_\Omega(U_{m-j+1}, V_i);$ $U_{m-j+1} = \frac{v}{m-1}(m-j);$ $V_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$	–	б
3	$\bar{B}_{ij} = \bar{r}_\Omega(U_i, V_j);$ $U_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$ $V_j = \frac{v}{m-1}(j-1);$	$B_{ij} = B_{n-i+1, m-j+1}$	в

4	$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_{\Omega}(U_{m-j+1}, V_i);$ $U_{m-j+1} = \frac{v}{m-1}(m-j);$ $V_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$	$B_{ij} = B_{n-t+1, m-j+1}$	Г
5	$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_{\Omega}(U_i, V_j);$ $U_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$ $V_j = \frac{v}{m-1}(j-1);$	$B_{ij} = B_{i, m-j+1}$	Д
6	$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_{\Omega}(U_{m-j+1}, V_i);$ $U_{m-j+1} = \frac{v}{m-1}(m-j);$ $V_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$	$B_{ij} = B_{n-t+1, m-j+1}$ $B_{ij} = B_{i, m-j+1}$	е
7	$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_{\Omega}(U_i, V_j);$ $U_i = \frac{v}{n-1}(i-1);$ $V_j = \frac{v}{m-1}(j-1);$	$B_{ij} = B_{n-t+1, m-j+1}$ $B_{ij} = B_{i, m-j+1}$	ж
8	$\vec{B}_{ij} = \vec{r}_{\Omega}(U_{m-j+1}, V_i);$ $U_{m-j+1} = \frac{v}{m-1}(m-j);$ $V_i = \frac{v}{n-1}(i-1).$	$B_{ij} = B_{i, m-j+1}$ $B_{ij} = B_{n-t+1, m-j+1}$ $B_{ij} = B_{i, m-j+1}$	з

Разработанные алгоритмы реализованы в среде ObjectARX для системы AutoCAD[6-8] на языке Visual C++[9-10]. Примеры работы алгоритмы приведены на рис. 5. На рис. 5а показаны массив и отсек в начальном положении, на рис. 5б – после согласования. Разработанный алгоритм может быть использован при решении практических задач при моделировании акустических, оптических и других процессов.

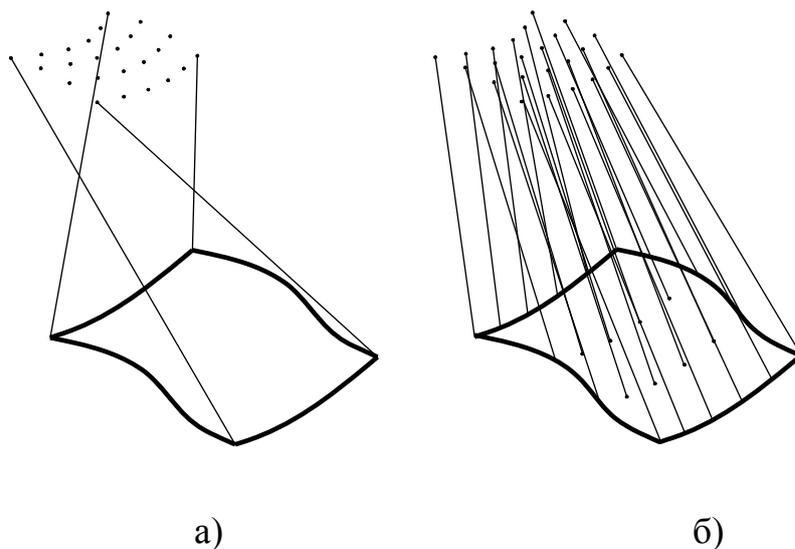


Рис. 5. - Результат работы алгоритма

Литература

1. Притыкин Ф.Н., Осадчий А.Ю. Способ кодирования информации при задании геометрической модели исполнительных механизмов роботов // Инженерный вестник Дона. 2014. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2363.
2. Гданский Н.И., Карпов А.В., Бугаенко А.А. Алгоритм построения кубических интерполяционных сплайнов в задачах управления работой приводов с прогнозированием динамики нагрузки // Инженерный вестник Дона. 2012. №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/935.
3. Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А. Сплайны в инженерной геометрии. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.
4. Faux I. D., Pratt Michael J. Computational Geometry for Design and Manufacture. Michigan: Horwood, 1979. 331 p.
5. Adams J.Alan, Rogers David F. Mathematical Elements for Computer Graphics. 3 publ. New York: McGraw-Hill Publishing Co., 1976. 352 p.
6. Полещук Н.Н. Разработка приложений и адаптация. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 424 с.



7. Полещук Н.Н. Программирование для AutoCAD. М.: ДМК Пресс, 2015. 462 с.
8. Полещук Н.Н. Самоучитель AutoCAD. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 464 с.
9. Мюллер Дж. Visual C++. СПб.: БХВ-Петербург, 1998. 720 с.
10. Шмидт Г. Самоучитель C++. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 688 с.

References

1. Pritykin F.N., Osadchiy A.Yu. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2014. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2363.
 2. Gdanskiy N.I., Karpov A.V., Bugaenko A.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/935.
 3. Zav'yalov Yu.S., Leus V.A., Skorospelov V.A. Splayny v inzhenernoy geometrii. [Splines in engineering geometry] М.: Mashinostroenie, 1985. 224 p.
 4. Faux I. D., Pratt Michael J. Computational Geometry for Design and Manufacture. Michigan: Horwood, 1979. 331 p.
 5. Adams J.Alan, Rogers David F. Mathematical Elements for Computer Graphics. 3 publ. New York: McGraw-Hill Publishing Co., 1976. 352 p.
 6. Poleshchuk N.N. Razrabotka prilozheniy i adaptatsiya. [Application Development and Adaptation]. SPb.: BKhV-Peterburg, 2004. 424 p.
 7. Poleshchuk N.N. Programmirovaniye dlya AutoCAD. [Programming for AutoCAD] М.: DMK Press, 2015. 462 p.
 8. Poleshchuk N.N. Samouchitel' AutoCAD. [AutoCAD Self-Tutorial] SPb.: BKhV-Peterburg, 2011. 464 p.
 9. Myuller Dzh. Visual C++. SPb.: BKhV-Peterburg, 1998. 720 p.
 10. Shmidt G. Samouchitel' S++. [S++ Self-Tutorial] SPb.: BKhV-Peterburg, 2003. 688 p.
-