Синтез систем фазовой автоподстройки частоты в условиях возмущений на основе модели объединенного принципа максимума и дискретного метода инвариантного погружения

А.А. Костоглотов[1,2], С.В. Лазаренко[1,2], И.В. Пугачев[1]

[1]Донской государственный технический университет
[2]Ростовский государственный университет путей сообщения

Аннотация: В основу синтеза систем фазовой автоподстройки частоты положена процедура двухэтапной оптимизации. Это позволяет применить объединенный принцип максимума для построения модели динамики фазы сигнала в условиях структурной неопределенности регулярных воздействий. Уравнения оценки в форме двухточечной краевой задачи получены с использованием дискретного принципа максимума Л.С. Понтрягина, и на основе применения метода инвариантного погружения получен алгоритм рекуррентного оценивания. Оценка эффективности синтезированной системы фазовой автоподстройки частоты проведена на базе математического моделирования в сравнении с традиционной по критериям скорости сходимости и точности.
Ключевые слова: синтез, фазовая автоподстройка частоты, принцип максимума Л.С. Понтрягина, условие максимума функции обобщенной мощности.

Введение

В условиях возмущений эффективность систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) зависит от адекватности соответствующей математической модели и возможности ее адаптации к изменяющимся условиям. При этом даже в простейшем случае соответствующая математическая модель нелинейная. Это создает известные сложности и обуславливает широкое распространение квазиоптимальных систем ФАПЧ, для построения которых, например, может применяться теория самоорганизации [1].

В настоящем исследовании в основу синтеза дискретных систем ФАПЧ положена процедура двухэтапной оптимизации [2]. Это позволяет описать динамику фазы сигнала уравнением Лагранжа второго рода и использовать объединенный принцип максимума [3,4] для построения адаптивной модели ФАПЧ при структурной неопределенности регулярных воздействий [5-7]. Конечно-разностная аппроксимация модели [8,9] в совокупности с дискретным уравнением наблюдения и критерием эффективности оценивания приводит к стохастической задаче синтеза, определяющей второй этап оптимизации. Для этого при гауссовском распределении плотностей вероятностей внешних воздействий и шумов наблюдений предлагается воспользоваться дискретным принципом максимума Л.С. Понтрягина, что приводит к необходимости применения метода инвариантного погружения для получения уравнений последовательного оценивания [10].

Цель работы – решение задачи синтеза систем ФАПЧ в условиях возмущений при структурной неопределенности регулярных воздействий на основе использования объединенного принципа максимума для синтеза квазиоптимальных дискретных адаптивных моделей динамики фазы.

1 Постановка задачи

Модель состояния задана разностным уравнением [8,10]

$$\begin{gathered}\mathbf{x}(k+1)=\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)+\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{G}(\mathbf{x}(k),k)\boldsymbol{\eta}(k),\\ k=\overline{1,K},\quad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0,\end{gathered} \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(k)\in E^M$ – вектор состояния; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M$ – вектор-функция, известная с точностью до регулярного воздействия $\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)\in E^n$ и его интенсивности $\boldsymbol{\Gamma}(k)\in E^M\times E^n$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M$ – заданная вектор-функция, вид которой определяется исследуемой системой; $\mathbf{G}(\mathbf{x}(k),k)\in E^M\times E^N$ – матрица интенсивности внешних воздействий $\boldsymbol{\eta}(k)\in E^N$ с известными локальными характеристиками

$$M\left[\boldsymbol{\eta}(k)\right]=0,$$
$$M\left[\boldsymbol{\eta}(k)\boldsymbol{\eta}(l)^T\right]=\mathbf{V}(k)\boldsymbol{\delta}(k-l),$$

где $\mathbf{V}(k)$ – ковариационная матрица размерности $N\times N$; $\boldsymbol{\delta}(\cdot)$ – векторная дельта-функция; n, k, l, K, N, M – натуральные числа; случайная величина

$\mathbf{x}(0)$ с гауссовским распределением характеризуется математическим ожиданием $M\left[\mathbf{x}(0)\right]$ дисперсией $\mathbf{V}_{\mathbf{x}_0}^{-1}$.

Уравнение наблюдений имеет вид

$$\mathbf{y}(k)=\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k),k\right)+\boldsymbol{\zeta}(k), \qquad (2)$$

где $\mathbf{y}(k)\in E^L$ – вектор наблюдения; $\mathbf{h}\left(x(k)\right)\in E^L$ – вектор-функция проекции пространства состояний на пространство наблюдений; $\zeta(k)=\left[\zeta_1(k),\zeta_2(k),...,\zeta_L(k)\right]^T\in E^L$ – вектор дискретного белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками

$$M\left[\zeta(k)\right]=0,$$
$$M\left[\zeta(k)\zeta^T(l)\right]=\mathbf{W}(k)\boldsymbol{\delta}(k-l),$$

где $\mathbf{W}$ – ковариационная матрица размерности $L\times L$; L – натуральное число.

Требуется найти вектор оценок состояния $\mathbf{x}(k)$ из условия максимума критерия

$$\mathbf{p}\left(\mathbf{y}(K)\middle|\mathbf{x}(K)\right)=\prod_{k=1}^{K}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k)\right)\right)^T\mathbf{W}^{-1}(k)\left(\mathbf{y}(k)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k)\right)\right)\right)}{(2\pi)^{\frac{L}{2}}\det\left(\mathbf{W}^{-1}(k)\right)^{\frac{1}{2}}}. \qquad (3)$$

Решение поставленной задачи, когда структура $\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}\left(\mathbf{x}(k),k\right)$ задана, известно. Поэтому последовательная оценка состояния в случае неизвестной вектор-функции $\boldsymbol{\Gamma}(k)\mathbf{u}\left(\mathbf{x}(k),k\right)$ требует структурной идентификации математической модели (1).

2 Синтез дискретной модели системы фазовой автоподстройки частоты на основе объединенного принципа максимума

Поиск структуры регулярных воздействий проведем на основе процедуры двухэтапной оптимизации, в соответствии с которой $\boldsymbol{\eta}(k)\equiv\mathbf{0}$ [2].

Это позволяет искать приближение к решению исходной стохастической задачи построения вектор-функции $\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k)$ на основе решения детерминированной задачи структурного синтеза для следующей математической модели

$$\mathbf{x}(k+1)=\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k),k)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)+\mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{u}(\mathbf{x}(k),k). \tag{4}$$

Положим, что (4) – дискретная форма представления описывающего функционирование системы ФАПЧ уравнения Лагранжа второго рода [11]

$$\ddot{\varphi}=\tau^{-1}\omega_{\text{н}}-\tau^{-1}\dot{\varphi}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\sin(\varphi)+\tau^{-1}U(\boldsymbol{\varphi},\dot{\boldsymbol{\varphi}}),\ |U_s|\le C, C=\text{const}, \tag{5}$$

где φ – разница фаз сигнала и подстраиваемого генератора; $\omega_{\text{н}}$ – разность угловых частот сигнала и подстраиваемого генератора в начальный момент времени t_0; $F(\varphi)=\sin(\varphi)$ – выход фазового дискриминатора; $\Omega_{\text{у}}$ – параметр фазового дискриминатора; τ – постоянная времени; U – неизвестное корректирующие воздействие регулярного характера системы ФАПЧ, которое может быть найдено на основе объединенного принципа максимума [12,13]. В соответствии с [11] получим

$$\ddot{\varphi}=\omega_{\text{н}}\tau^{-1}-\tau^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\dot{\varphi}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\sin(\dot{\varphi})+\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}(y-h)\frac{\partial h}{\partial\varphi}, \tag{6}$$

где λ – множитель Лагранжа.

Конечно-разностная аппроксимация (6) приводит к модели системы ФАПЧ в дискретном времени, которая в соответствии с (4) задается следующими вектор-функциями

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(k),k)=\begin{bmatrix} x_2(k)\Delta t+x_1(k) \\ \tau_1^{-1}\left(\omega_{\text{н}1}-x_2(k)-\Omega_{\text{у}}\sin(x_1(k))\right)\Delta t+x_2(k)\end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$\mathbf{\Gamma}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}, \tag{8}$$

$$u(\mathbf{x}(k),k)=-\Delta t\left(\tau^{-1}\sqrt{\lambda^{-1}}x_2(k)-\lambda^{-1}W^{-1}(k)\tau^{-1}\frac{\partial h(\mathbf{x}(k),k)}{\partial x_1}(y(k)-x_1(k))\right). \tag{9}$$

3 Синтез квазиоптимальной системы фазовой автоподстройки частоты на основе дискретного метода инвариантного погружения

Максимизация (3) эквивалентна минимизации целевого функционала [14]:

$$\begin{gathered}\mathrm{J}=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k\right)\right]^{T}\mathbf{W}^{-1}(k)\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k+1\right)\right]+\\+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{\eta}(k)^{T}\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k)+\frac{1}{2}\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right]^{T}\mathbf{V}_{\mathbf{x}_0}^{-1}\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right].\end{gathered}\qquad(10)$$

В таком случае дискретный принцип максимума Л.С. Понтрягина требует построения Гамильтониана:

$$\begin{gathered}H=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\mathbf{x}(k+1),k+1\right)\right]^{T}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1),k+1\right)\right]+\\+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{\eta}(k)^{T}\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k)+\boldsymbol{\psi}^{T}(k+1)\boldsymbol{\varphi}\left(\mathbf{x}(k),k\right)+\boldsymbol{\psi}^{T}(k+1)\mathbf{G}(k)\boldsymbol{\eta}(k),\end{gathered}\qquad(11)$$

где $\boldsymbol{\psi}$ – вектор сопряженных функций, удовлетворяющий граничным условиям $\boldsymbol{\psi}(0)=\left[\mathbf{x}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right],\quad \boldsymbol{\psi}(K)=0$.

Результат решения такой экстремальной задачи позволяет установить связь нового $\hat{\mathbf{x}}(K+1)$ и предыдущего $\hat{\mathbf{x}}(K)$ финальных значений в форме канонических уравнений [14,15]:

$$\begin{gathered}\hat{\mathbf{x}}(K+1)=\boldsymbol{\varphi}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)-\mathbf{G}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\boldsymbol{\Psi}^{-1}(K)\boldsymbol{\psi}(K)\Big|_{\mathbf{x}(K)=\hat{\mathbf{x}}(K|K)},\\ \boldsymbol{\psi}(K+1)=\boldsymbol{\Psi}^{-1}(K)\boldsymbol{\psi}(K)+\\+\frac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{x}(K+1),K+1\right)}{\partial\mathbf{x}(K+1)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(K+1),k+1\right)\right]\Big|_{\mathbf{x}(K)=\hat{\mathbf{x}}(K|K)},\\ \boldsymbol{\psi}(0)=\left[\hat{\mathbf{x}}(0)-M\left[\mathbf{x}(0)\right]\right],\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{0},\end{gathered}\qquad(12)$$

где

$$\boldsymbol{\Psi}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)=\frac{\partial\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}+\frac{\partial\left[\mathbf{G}\left(\hat{\mathbf{x}}(K),K\right)\hat{\mathbf{w}}(K)\right]^{T}}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)},\hat{\mathbf{w}}(k)=\mathbf{G}^{T}\left(\mathbf{x}(K),k\right)\boldsymbol{\Psi}^{-1}\boldsymbol{\psi}(K).$$

Для получения уравнений последовательного оценивания, когда увеличивается, заменим условие $\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{0}$ более общим условием $\boldsymbol{\psi}(K)=\mathbf{c}$. Если пренебречь членами второго порядка малости по $\mathbf{c}$, то, подставляя $\hat{\mathbf{x}}(K+1)$ в выражение для $\boldsymbol{\psi}(K+1)$ в (12), и используя разложение в окрестности $\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)$ получим следующую систему уравнений:

$$\hat{\mathbf{x}}(K+1)=\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)-\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c},$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\psi}(K+1)&=\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c}+\\&+\frac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),K+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),k+1)\right]-\\&-\frac{\partial\left(\dfrac{\partial\mathbf{h}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),K+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\mathbf{W}^{-1}(K+1)\left[\mathbf{y}(K+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(K+1|K),k+1)\right]\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K+1|K)}\times\\&\times\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\mathbf{V}(K)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)\frac{\partial(\boldsymbol{\varphi}^{-1})^{T}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(K)}\mathbf{c},\end{aligned}\qquad(13)$$

где $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)=\boldsymbol{\varphi}(\hat{\mathbf{x}}(K),K)$.

В соответствии с дискретным методом инвариантного погружения решение системы уравнение (13) приводит к следующим уравнениям одношагового предсказания:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)=\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)+\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{u}(\hat{\mathbf{x}}(k),k),\qquad(14)$$

оценивания:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1)=\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)+\mathbf{P}(k+1)\frac{\partial\mathbf{h}^{T}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1)\right],\qquad(15)$$

априорной дисперсии:

$$\mathbf{P}(k+1|k)=\mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)\mathbf{V}(k)\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)+\frac{\partial\boldsymbol{\phi}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k)}\mathbf{P}(k)\frac{\partial\boldsymbol{\phi}^{T}(\hat{\mathbf{x}}(k),k)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k)},\qquad(16)$$

дисперсии ошибки:

$$\mathbf{P}(k+1)=\left[\mathbf{I}-\frac{\partial\left[\dfrac{\partial\mathbf{h}^{T}\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1\right)}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{W}^{-1}\left[\mathbf{y}(k+1)-\mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{x}}(k+1|k),k+1\right)\right]\right]}{\partial\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)}\mathbf{P}(k+1|k)\right]^{-1}\times \tag{17}$$

$$\times\mathbf{P}(k+1|k),$$

4. Математическое моделирование

Рассматривается система ФАПЧ:

$$x_1(k+1)=x_2(k)\Delta t+x_1(k)+\eta_1,$$

$$x_2(k+1)=\left(\omega_{\text{н}1}\tau_1^{-1}-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)x_2(k)-\Omega_{\text{у}1}\tau_1^{-1}\sin\left(x_1(k)\right)\right)\Delta t+x_2(k)- \tag{18}$$

$$-\Delta t\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}\frac{\partial h}{\partial x_1}\left(y-a\sin\left(x_1(k)\right)\right)+\eta_2,$$

где a – амплитуда сигнала.

Уравнения последовательного оценивания имеют вид:

$$\hat{x}_1(k+1)=\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)+$$

$$+P_{11}(k+1)a\cos\left(\hat{x}_1(k)\right)W^{-1}\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right],$$

$$\hat{x}_2(k+1)=\left(\omega_{\text{н}1}\tau_1^{-1}-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\hat{x}_2(k)-\Omega_{\text{у}1}\tau_1^{-1}\sin\left(\hat{x}_1(k)\right)\right)\Delta t+\hat{x}_2(k)+$$

$$+aP_{22}(k+1)\cos\left(\hat{x}_1(k)\right)W^{-1}\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right],$$

$$P_{11}(k+1|k)=V_{11}+P_{11}(k)+P_{21}(k)\Delta t,$$

$$P_{12}(k+1|k)=V_{12}+P_{21}(k)+P_{22}(k)\Delta t,$$

$$P_{21}(k+1|k)=V_{21}+\Delta t\left(a\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}\sin\left(x_1(k)\right)-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\cos\left(x_1(k)\right)\right)\times$$

$$\times\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right]P_{11}(k)+\left(-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\right)P_{21}(k),$$

$$P_{22}(k+1|k)=V_{22}-\Omega_{\text{у}}\tau^{-1}\cos\left(x_1(k)\right)\Delta t+\Delta t\lambda^{-1}W^{-1}\tau^{-1}a\sin\left(x_1(k)\right)\times$$

$$\times\left[y(k+1)-a\sin\left(\hat{x}_2(k)\Delta t+\hat{x}_1(k)\right)\right]P_{21}(k)+\left(-\tau_1^{-1}\left(\sqrt{\lambda^{-1}}+1\right)\right)P_{22}(k),$$

$$
\begin{aligned}
&P_{11}(k+1)=-P_{11}(k+1|k)\times\\
&\times\Big(a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+ \qquad (19)\\
&+a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&P_{12}(k+1)=-P_{21}(k+1|k)\times\\
&\times\Big(a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+\\
&\Big(+a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},\\
&P_{21}(k+1)=P_{11}(k+1|k)\times\\
&\times\Big(-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{12}(k+1|k)+\\
&+a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{22}(k+1|k)\Big)\times\\
&\times\Big(a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{11}(k+1|k)+\\
&+a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)W^{-1}\big[y(k+1)-a\sin\big(\text{€}_2(k)\Delta t+\text{€}_1(k)\big)\big]P_{21}(k+1|k)-1\Big)^{-1},\\
&P_{22}(k+1)=P_{21}(k+1|k)+P_{22}(k+1|k).
\end{aligned}
$$

Сравнивались результаты, полученные на основе синтезированной модели системы фазовой автоподстройки частоты и традиционного фильтра. Установлено, что предлагаемое решение в среднем обеспечивает относительный выигрыш по скорости сходимости на 12% и дисперсии оценки фазы сигнала на 9% при увеличении вычислительных затрат.

Заключение

Кусочно-разностная аппроксимация синтезированной с использованием объединенного принципа максимума математической модели позволила получить новую структуру модели состояния в форме разностного уравнения. Оценка построенной на его основе системы ФАПЧ проведена на базе математического моделирования. Установлено ее преимущество над традиционной системой по критериям скорости сходимости и точности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-01-00151 А.

Литература

1. Шэнь К., Шахтарин Б.И., Неусыпин К.А., Самохвалов А.А. Синтез квазиоптимальных цифровых систем фазовой автоподстройки частоты при аддитивных помехах // Радиотехника и электроника. 2017. С. 767 – 773.

2. Моисеев, Н.Н. Математические задачи системного анализа. Издательство: М.: Наука; 1981. 488 с.

3. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Андрашитов Д.С., Дерябкин И.В Вариационный метод многопараметрической идентификации динамических систем на основе итерационной регуляризации // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. № 6. С. 67-72.

4. Попов В.М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика, Т. 22, № 8, 1961. С. 23–31.

5. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В. Структурный синтез лагранжевых систем автоматического управления с использованием первых интегралов движения // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2015. Т. 13. № 12. С. 12-18.

6. Cessna J.R., Levy D.M. Phase noise and transient times for a binary quantized digital phase-locked loop in which Gaussian noise // IEEE Trans, No. 2, 1972. pp. 94–104.

7. Kostoglotov A., Lazarenko S., Lyashchenko Z., Derabkin I. Intellectualization of industrial systems based on the synthesis of a robotic manipulator control using a combined-maximum principle method // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. Т. 451. С. 375-383.

8. Шахгильдян В.В., Ляховский А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972. 447 с.

9. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Дерябкин И.В., Манаенкова О.Н., Лосев В.А. Метод оптимальной фильтрации на основе анализа поведения инвариантов на характеристических траекториях в фазовом пространстве // Инженерный вестник Дона, 2016, № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3786

10. Сейдж Э.П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления. Пер. с англ. Лотоцкого В. А. и Манделя А. С.; Под ред. Райбмана Н. С. - Москва: Наука, 1974. 246 с.

11. Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В. Синтез модели процесса с нестационарными возмущениями на основе максимума функции обобщенной мощности // Математическое моделирование. 2016. Т. 28. № 12. С. 133-142.

12. Li Z., Poddar A.K., Rohde U.L., Darioush A.S. Comparison of Optical Self-Phase Locked Loop Techniques for Frequency Stabilization of Oscillators // IEEE Fotonics Journal, No. 5, 2014. pp. 50–72.

13. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том I. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. М.: Сов. Радио, 1972. 744 с.

14. Геложе Ю.А., Клименко П.П., Максимов А.В. Организация процессов управления в системе фазовой синхронизации // Известия ЮФУ. Технические науки, № 2, 2009. С. 170–178.

15. Manassewitsch V. Frequency synthesizers. New York etc., 1979. 608 p.

References

1. Shen' K., Shakhtarin B.I., Neusypin K.A., Samokhvalov A.A. Radiotekhnika i elektronika, 2017. pp. 767 – 773.

2. Moiseev, N.N. Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza [Mathematical problems of system analysis]. Izdatel'stvo: M.: Nauka, 1981. 488 p.

3. Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Andrashitov D.S., Deryabkin I.V Uspekhi sovremennoy radioelektroniki. 2012. № 6. pp. 67-72.

4. Popov V.M. Avtomatika i telemekhanika. 1961. V. 22, No 8. pp. 23-31.

5. Andrashitov D.S., Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy. 2015. V. 13. № 12. pp. 12-18.

6. Cessna J.R., Levy D.M. IEEE Trans, № 2, 1972. pp. 94–104.

7. Kostoglotov A., Lazarenko S., Lyashchenko Z., Derabkin I. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2016. T. 451. pp. 375-383.

8. SHakhgil’dyan V. V., Lyakhovskiy A. A. Sistemy fazovoy avtopodstroyki chastity [Phase Locking Systems]. Moscow, Svyaz’. 1972. 447 p.

Kostoglotov A.A., Lazarenko S.V., Deryabkin I.V., Manaenkova O.N., Losev V.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2016. № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3786

9. Seydzh E.P., Melsa Dzh. L. Identifikatsiya sistem upravleniya. [System identification]. Per. s angl. Lototskogo V. A. i Mandelya A. S. Pod red. Raybmana N. S. Moskva: Nauka, 1974. 246 p.

10. Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. Matematicheskoe modelirovanie. 2016. V. 28. № 12. pp. 133-142.

11. Li Z., Poddar A.K., Rohde U.L., Darioush A.S. IEEE Fotonics Journal, No. 5, 2014. pp. 50–72.

12. Van Tris G. Teoriya obnaruzheniya, otsenok i modulyatsii. Tom I. Teoriya obnaruzheniya, otsenok i lineynoy modulyatsii. [Detection, estimation and modulation theory. P. 1. Detection, estimation and linear modulation theory]. M.: Sov. Radio, 1972. 744 p.

13. Gelozhe YU.A., Klimenko P.P., Maksimov A.V. Izvestiya YUFU. Tekhnicheskiye nauki. 2009. №2. pp. 170–178.

14. Manassewitsch V. Frequency synthesizers. New York etc., 1979. 608 p.