

## Распространение узкополосного импульса в гидроакустическом волноводе мелкого моря

*В.А. Лисютин, О.Р. Ластовенко, В.В. Довгаленко, В.Л. Лучин, Н.В. Петренко,  
А.А. Ярошенко*

*Севастопольский государственный университет, Севастополь*

**Аннотация:** В статье рассматривается распространение продолжительного импульсного сигнала в гидроакустическом волноводе. Приводится решение для реплики импульсного сигнала во втором приближении теории дисперсии. Моделируется распространение одномодового и многомодового импульса в волноводе Пекериса с дном в виде поглощающего пролупространства. Акустические характеристики полупространства соответствуют чистому песку со средним размером гранул. Результат решения во втором приближении теории дисперсии сравнивается с результатом симуляции реплики импульса, полученной в виде свертки входного сигнала с импульсной характеристикой волновода. Показываются и анализируются недостатки решения во втором приближении теории дисперсии. Показывается, что теория дисперсии неверно воспроизводит переходные процессы при включении и выключении сигнала в случаях, когда частота сигнала лежит вблизи критической частоты первой или второй моды. Показывается, что теория дисперсии верно воспроизводит огибающую многомодового импульсного сигнала.  
**Ключевые слова:** импульсный сигнал, нормальные волны, групповая скорость, теория дисперсии, внутримодовая дисперсия, межмодовая дисперсия.

**Введение.** С развитием компьютеров и вычислительных программ постепенно стали забываться классические асимптотические методы решения задач акустики океана. С другой стороны, вычислительные методы позволяют наглядно показать преимущества и недостатки, выявить границы применимости ряда асимптотических методов [1,2].

Вычисление импульсных звуковых полей в морских волноводах необходимо при моделировании работы каналов передачи информации в условиях помех. Импульсная характеристика канала восстанавливается лучевыми [3–5] или волновыми методами [6,7]. Модификация лучевого подхода, учитывающая горизонтальную рефракцию, предлагается в работе [8]. Возможность определения дисперсионно-диссипативных параметров трассы распространения по изменению формы и запаздывания сигнала исследуется в работе [9].

Теоретически задача о распространении сигнала со стационарным спектром через канал с известным законом дисперсии решается с помощью интеграла Фурье [10,11]. Для широкополосного сигнала решение интеграла Фурье чаще всего находят методом стационарной фазы [1,11], а для узкополосного используют приближения теории дисперсии, где рассматривается лишь малый участок частотной зависимости групповой скорости мод в окрестности центральной частоты сигнала [11 – 14].

В первом приближении теории дисперсии считается известной модальная групповая скорость  $u_l(\omega)$  распространения центральной частоты сигнала и применяется «кинематическое» решение, предполагающее вступление ослабленных, но неискаженных копий сигнала через интервалы времени  $t_l(\omega)=r/u_l(\omega)$  пропорциональные расстоянию между источником и приемником. Кинематический подход пренебрегает внутримодовой дисперсией групповой скорости  $\partial u_l(\omega)/\partial\omega$ , а известный результат расчета переходного процесса – ступенчатая огибающая сигнала, полученная в результате сложения отдельных мод с учетом набега фазы вдоль трассы [11,12]. В работах [11–14] распространение импульсного сигнала рассматривается так же и во втором приближении теории дисперсии, которое показывает изменение формы огибающей, наличие фазовых искажений и позволяет суммировать поле отдельных мод для частот, выше критических. Однако, второе приближение теории дисперсии применимо только для квазитонального импульса и значительных расстояний до источника.

В 60-х г.г. прошлого века, И. Толстой предложил рассматривать гидроакустический волновод как пространственно-временной и частотный фильтр с распределенными по трассе параметрами [14]. В таком представлении описание транзитных свойств волновода возможно с помощью вычисленного в широком диапазоне частот звукового поля. Обратное преобразование Фурье дает импульсную характеристику (ИХ)  $h(t)$

---

канала [1,2,14]. Импульсная характеристика может быть использована как инструмент для моделирования откликов волновода на любые сигналы [2].

Целью настоящей работы является сопоставление решения для реплики импульсного сигнала во втором приближении теории дисперсии с решением в виде компьютерной симуляции – свертки входного импульса с ИХ волновода. Такое сопоставление позволяет наглядно выявить преимущества и недостатки асимптотического решения и имеет таким образом определенную методическую значимость.

**Решение для реплики импульса во втором приближении теории дисперсии.** Рассмотрим простой волновод Пекериса с дном в виде полупространства [15, 16], состоящим из чистого песка со средним (0,3 мм) размером гранул [17,18]. Остальные акустические свойства дна (тангенс потерь, скорость продольной волны, плотность), возьмем из работ [19,20].

Отклик волновода на сигнал  $s(t)$  представим в виде обратного преобразования Фурье акустического поля, полученного в виде суммы нормальных волн [11]:

$$r(t) = \sum_{l=1}^{\infty} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} S(\omega) p_l(r, z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (1)$$

где  $r(t)$  – вещественный сигнал,  $p_l(r, z, \omega)$  – акустическое поле отдельной моды, (формула (2) в работе [15]),  $S(\omega)$  – функция спектра сигнала.

Запишем поле нормальной волны в виде произведения медленно и быстро меняющихся с течением времени функций:

$$p_l(r, z, \omega) = Q_l \Psi_l(z, \omega) H_0^{(1)}(\xi_l r), \quad (2)$$

где  $Q_l(z, \omega)$  – коэффициент возбуждения моды,  $\Psi_l(z, \omega)$  – собственные функции волновода (вертикальные профили мод), медленно зависящие от частоты;  $H_0^{(1)}(\xi_l r)$  – быстро изменяющаяся функция Ханкеля,  $\xi_l(\omega)$  – горизонтальное волновое число, зависящее от частоты [15]. Заменяя в (2)

функцию Ханкеля первым членом ее асимптотического разложения, получаем:

$$p_l(r, z, \omega) = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{\xi_l r}} \cdot Q_l \Psi_l(z, \omega) \exp(i\xi_l r). \quad (3)$$

В случае квазимонохроматического импульса функция спектра изменяется быстро, и имеет острый максимум на центральной частоте сигнала  $\omega = \omega_0$ .

Рассмотрим квазимонохроматический синусоидальный радиоимпульс  $s(t) = \cos(\omega_0 t + \pi/2) = 2\text{Re}\{\exp(i(\omega_0 t + \pi/2))\}$ , длительностью  $2\tau$ , симметричный относительно начала отсчета времени, так что  $-\tau < t < \tau$ , причем  $\omega\tau \gg 1$ . Функция спектра импульса без отрицательных частот дается выражением:

$$S(i\omega) = -\frac{1}{4} \frac{\exp(i(\omega - \omega_0)\tau) - \exp(-i(\omega - \omega_0)\tau)}{\omega - \omega_0} \exp(i\pi), \quad (4)$$

а эффективная ширина спектра оценивается как  $\Delta\omega_{\text{eff}} = \pi/\tau$ .

Учитывая, что функция спектра существенно отличается от нуля только в окрестности центральной частоты, подставляя (3), (4) в (1), вынося медленно изменяющиеся множители за знак интеграла в (1), изменяя порядка суммирования и интегрирования, представим поле сигнала моды в виде:

$$r_l(t) = \frac{\exp(-\beta_l(\omega_0)r)}{\sqrt{r}} \text{Re} \left[ \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{\xi_l(\omega_0)}} Q_l(\omega_0) \Psi_l(z, \omega_0) \left( \int_0^\infty \frac{\exp i(\zeta_l r - \omega t + \tau(\omega - \omega_0))}{\omega - \omega_0} d\omega + \int_0^\infty \frac{\exp i(\zeta_l r - \omega t - \tau(\omega - \omega_0))}{\omega - \omega_0} d\omega \right) \right], \quad (5)$$

где  $\zeta_l = \text{Re}(\xi_l)$  – вещественная, а  $\beta_l = \text{Im}(\xi_l)$  – мнимая части горизонтального волнового числа (модальный показатель затухания).

Для вычисления двух интегралов в (5), обозначим их как  $I_1$  и  $I_2$ , разложим вещественное волновое число  $\zeta_l$  в показателе экспоненты в ряд по

степеням  $(\omega - \omega_0)$  и представим показатель экспоненты первого интеграла в (5) следующим образом [11–13]:

$$\zeta_l r - \omega t + \tau(\omega - \omega_0) = \zeta_l(\omega_0)r - \omega_0 T_{1l}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{A_l^2}{2} (\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (6)$$

где  $T_{1l} = \frac{r}{u_l(\omega_0)} - \tau + t$ ,  $A_l = \sqrt{2r |\ddot{\zeta}_l(\omega_0)|}$ .

Последняя замена оказывается справедлива как для  $\ddot{\zeta}_l(\omega_0) < 0$ , так и для  $\ddot{\zeta}_l(\omega_0) > 0$ , однако для  $\ddot{\zeta}_l(\omega_0) = 0$ , что соответствует точке минимума групповой скорости или фазе Эйри [1], второго приближения недостаточно, надо учитывать следующие члены в разложении (6) [13]. Разложение для показателя экспоненты второго интеграла в (5) отличается только величиной

$T_{1l} = \frac{r}{u_l(\omega_0)} + \tau + t$ . Тогда интегралы в (5) могут быть записаны в виде:

$$I_{1,2} = \exp(-i(\omega_0 t - \zeta_l r)) \int_0^\infty \frac{\exp(iT_{1,2l}(\omega - \omega_0) + A_l^2(\omega - \omega_0)^2) d\omega}{\omega - \omega_0}. \quad (7)$$

Известно [11–13], что в предположении  $E_1 = A_l \omega_0 \gg 1$ ,  $E_2 = A_l^2 \omega_0 / T_{1l} \gg 1$  (7) можно приближенно свести к интегралам Френеля, и, отбросив несущественные константы, получить решение (1) в виде (записано для одной моды):

$$r_l(t) = \frac{\exp(-\beta_l(\omega_0)r)}{\sqrt{r}} \left( \Phi\left(\frac{T_{1l}}{A_l}\right) - \Phi\left(\frac{T_{2l}}{A_l}\right) \right) \cdot \operatorname{Re} \left[ \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{\xi_l(\omega_0)}} Q_l(\omega_0) \Psi_l(z, \omega_0) \exp(-i\omega_0 t - \zeta_l(\omega_0)r + 3\pi/4) \right], \quad (8)$$

где  $\Phi(x) = C(x) - iS(x)$ . Здесь  $C(x)$ ,  $S(x)$  – «косинус» и «синус» интегралы Френеля. В (8) первый множитель определяет зависимость амплитуды сигнала от расстояния, второй – зависимость огибающей видеоимпульса от

времени, третий – относительные амплитуды «модовых» импульсов и осуществляет высокочастотное заполнение видеоимпульса.

Формула (8) дает во втором приближении теории дисперсии решение задачи о распространении квазитонального импульса и о переходных процессах при включении и выключении источника.

**Сопоставление второго приближения теории дисперсии с результатами компьютерной симуляции.** Физические параметры сред в волноводе Пекериса принимались следующими: глубина  $h=20$  м,  $c_1=1530$  м/с,  $c_b=1780$  м/с,  $\rho_1=1033$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_b=2000$  кг/м<sup>3</sup>, тангенс потерь  $\gamma_b=0,005$ , расстояние  $r=10$  км, источник и приемник – на дне. Обозначения соответствуют [15].

Импульс на рис. 1 – с частотой, лишь ненамного превышающей критическую частоту первой моды.

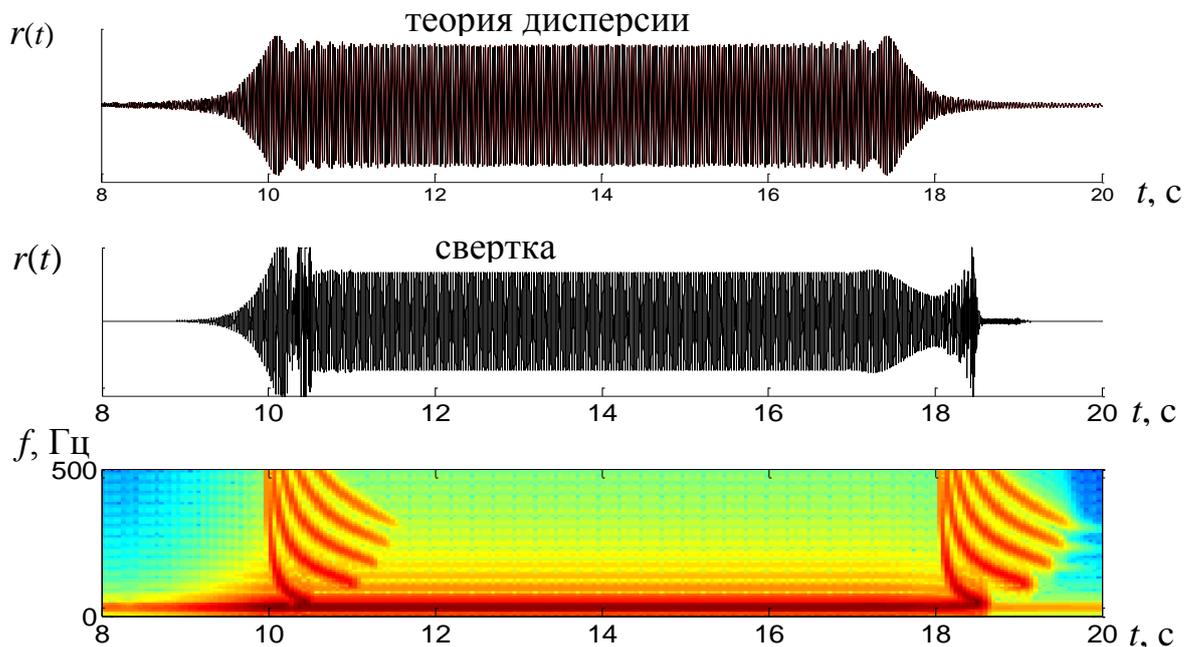


Рис.1 – Реализации и спектрограмма (только для метода свертки) отклика на одномодовый продолжительный импульс

Кинематическое время вступления грунтовой волны  $t_2=8,3$  с. В момент включения сигнала (нестационарная часть процесса, переходный процесс

включения – ППВКЛ) происходит «вспышка» спектра, и возбуждается множество мод. На реализации отклика, полученной с помощью свертки и спектрограмме, хорошо видно плавное нарастание амплитуды (от графического нуля) опережающей грунтовой волны, затем с момента  $t_1=10\text{с}$  – повторяющиеся всплески амплитуды процесса при вступлении водных волн высших мод. После затухания колебаний высших мод следует установившаяся часть импульса с постоянной амплитудой. Переходный процесс выключения (ППВЫКЛ) начинается с прихода опережающей грунтовой волны низшей из мод, возбужденных «ударом» заднего фронта. Поскольку основная частота импульса и возрастающая частота в грунтовой волне оказываются близки, возникает картина медленных глубоких биений. Затем амплитуда резко спадает, следуют только затухающие «хвосты» высших мод. Сравнивая на рис. 1 результаты свертки с результатами, полученными из теории дисперсии, можно видеть известные недостатки последней: заметная непричинность процесса – рост амплитуды начинается задолго до момента  $t_2$ , а спад амплитуды чрезмерно задерживается – теория дисперсии показывает неудовлетворительный результат. Параметр приближения  $E_1\approx 60$ , однако  $E_2<1$ , а именно этот параметр характеризует степень причинности. Следует отметить «сложность» данного сигнала, поскольку возбуждение 1-й моды здесь очень невелико, что и приводит к относительному заметному вкладу высших мод в формирование как ППВКЛ, так и ППВЫКЛ.

На рис. 2 – реализации импульса с частотой немного меньшей, чем критическая 2-й моды. Здесь коэффициент возбуждения 1-й основной моды значителен, поэтому ППВКЛ и ППВЫКЛ слабо заметны. Сравнивая реализации «свертки» и «теории дисперсии» видно их согласие ( $E_1\approx 19$ ,  $E_2<1$ ), за исключением самого начала (свертка показывает возбуждение грунтовой волны) и окончания (свертка показывает процесс затухания высших мод).

---

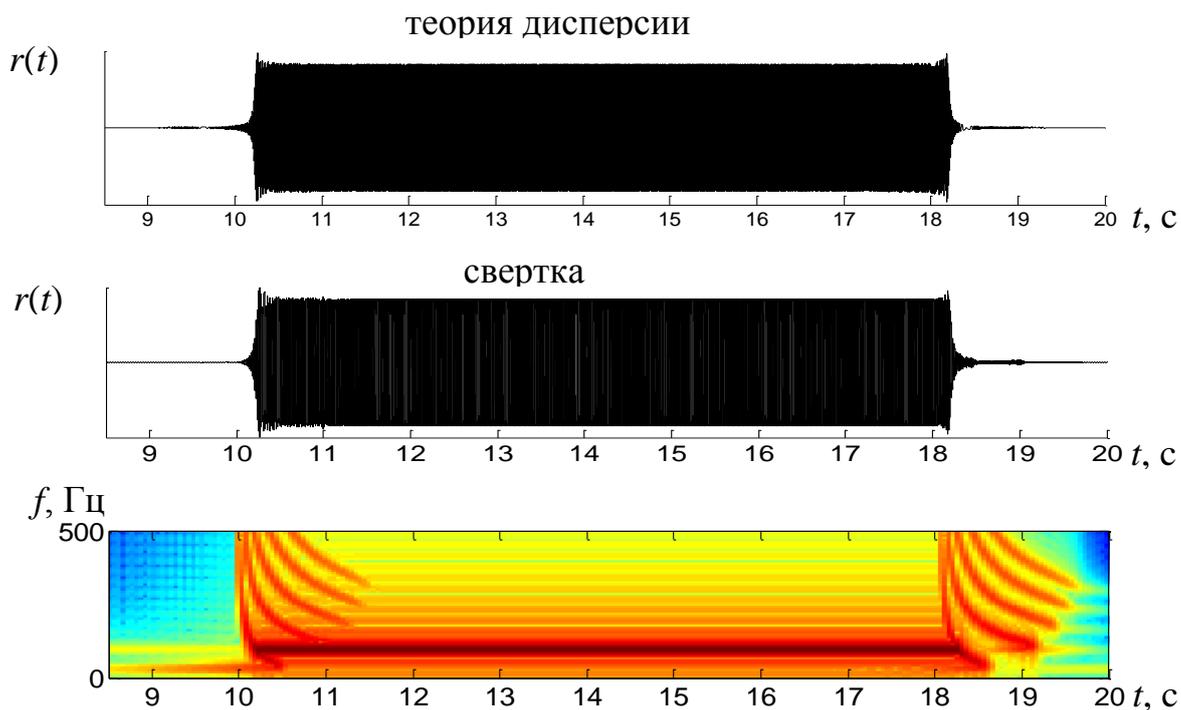


Рис.2 – Реализации и спектрограмма (только для метода свертки) отклика на одномодовый продолжительный импульс с частотой 100 Гц

На рис. 3 – «многомодовый» импульс.

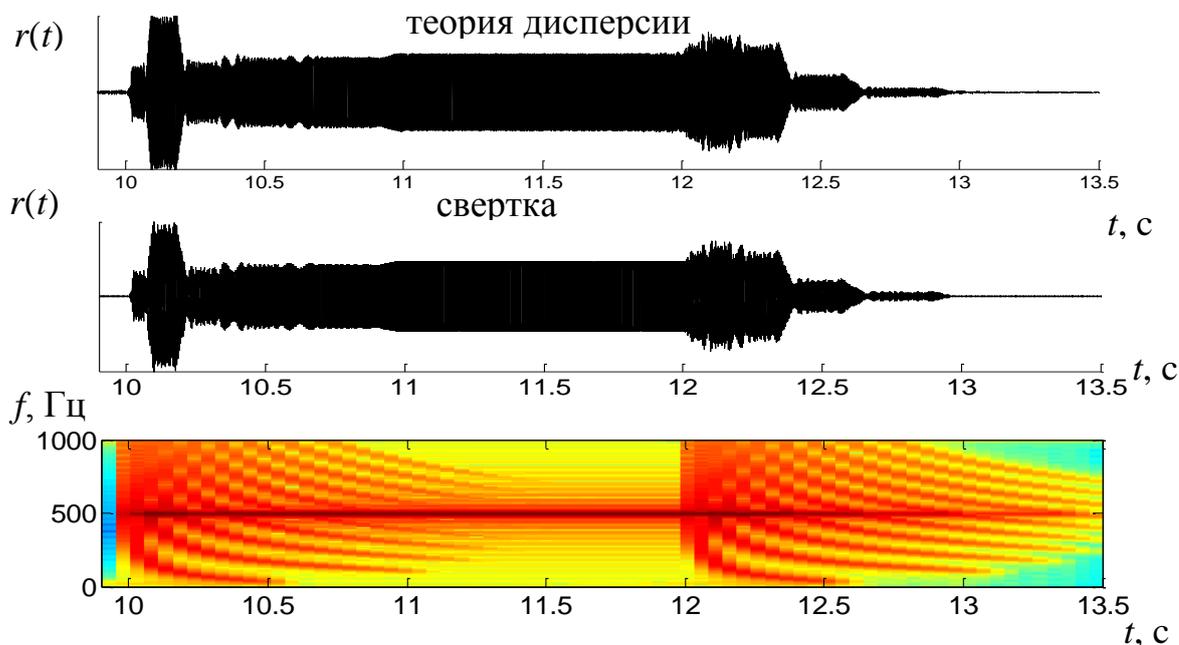


Рис.3 – Реализации и спектрограмма (только для метода свертки) отклика на многомодовый импульс с частотой 500 Гц

На этих частотах вклад высших (критическая частота которых больше основной частоты сигнала) мал, поэтому и свертка, и теория дисперсии показывают замечательное согласие.

**Выводы.** Применение второго приближения теории дисперсии для вычисления реплики волновода на продолжительный тональный импульс оправдано и целесообразно в случае значительных расстояний (много больше глубины водного слоя) между источником и приемником и многомодового сигнала, частота которого значительно больше критической частоты первой моды.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и города Севастополь в рамках научного проекта № 18-42-920001.*

### Литература

1. Ластовенко О.Р., Лисютин В.А., Маленко Ж.В., Ярошенко А.А. Асимптотическое решение для широкополосного импульса в гидроакустическом волноводе мелкого моря с поглощающим дном // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2015. № 3. С. 61 – 71.
  2. Лисютин В.А., Ластовенко О.Р., Довгаленко В.В., Лучин В.Л., Петренко Н.В. Метод симуляции импульсной характеристики горизонтально-слоистого гидроакустического волновода с жидким дном // Инженерный вестник Дона, 2020, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2020/6281](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2020/6281).
  3. Dol H.S, Colin M. E., Ainslie M. A., van Walree P. A. Simulation of an Underwater Acoustic Communication Channel Characterized by Wind-Generated Surface Waves and Bubbles // IEEE J. of Ocean. Eng. 2013. V. 38. № 4. pp. 642 – 654.
  4. Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
-

5. Моргунов Ю.Н., Буренин А.В., Безответных В.В., Голов А.А. Распространение импульсных псевдослучайных сигналов из шельфа в глубокое море в зимних гидрологических условиях Японского моря // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 646–650.
  6. Волков М.В., Григорьев В.А., Жилин И.В., Луньков А.А., Петников В.Г., Шатравин А.В. Мелководный акустический волновод арктического типа как канал для передачи информации при звукоподводной связи // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 676–681.
  7. Zhang D., Xiao S., Cui H., Gao D., Sun D. Modal dispersion compensation receiver for the long range shallow water acoustic communications // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. N. 6. pp. EL483 – EL487.
  8. Петров П.С., Сергеев С.А., Толченников А.А. Об использовании асимптотических формул на основе модифицированного канонического оператора Маслова при моделировании распространения импульсных акустических сигналов в трехмерных волноводах мелкого моря // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 799–807.
  9. Зверев В.А., Никитина Н.Е. Измерение параметров трассы распространения импульса в среде с помехами, дисперсией и селективным поглощением // Акуст. журн. 2006. Т. 52, № 4. С. 480–484.
  10. Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. – N. – Y.: AIP Press, 1994. 578 p.
  11. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
  12. Полянская В.А. О поле импульсного излучателя в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 1. С. 91 – 100.
  13. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Гос. изд. физ.-мат. л-ры, 1960. 550с.
-

14. Толстой И., Клей К.С. Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике. М.: Мир, 1969. 301 с.
15. Лисютин В.А., Ластовенко О.Р., Гайдук С.В., Дубков Е.А. Оценка адекватности модели гидроакустического волновода с жидким дном в расчетах импульсных звуковых полей // Инженерный вестник Дона, 2020, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2020/6331](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2020/6331)
16. Buckingham M.J., Giddens E.M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. N. 1. pp. 123 – 147.
17. Лисютин В.А. Обобщенная реологическая модель неконсолидированных морских осадков с внутренним трением и эффективной сжимаемостью // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 1. С. 85 – 100.
18. Лисютин В.А. Ластовенко О.Р. Оценка влияния внутреннего и вязкого трения на дисперсию и затухание звука в неконсолидированных морских осадках // Акуст. журн. 2020. Т. 66, № 4. С. 420–436. DOI: [10.31857/S0320791920040061](https://doi.org/10.31857/S0320791920040061)
19. Wan. L, Badiy M., Knobles D.P. Geoacoustic inversion using low frequency broadband measurements from L-shaped arrays in the Shallow Water 2006 Experiment // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 140. № 4. pp. 2358 – 2373.
20. Yang J., Tang D. Direct Measurement of Sediment Sound Speed and Attenuation in the Frequency Band of 2 – 8 kHz at the Target and Reverberation Experiment Site // IEEE J. of Ocean. Eng. 2017. V. 42. N. 4. pp. 1102 – 1109.

### References

1. Lastovenko O.R., Lisyutin V.A., Malenko Z.V., Yaroshenko A.A. Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov CHES. 2015. No. 3. pp. 61 – 71.



2. Lisyutin V.A., Lastovenko O.R., Dovgalenko V.V., Luchin V.L., Petrenko N.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2020/6281](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2020/6281).
  3. Dol H.S, Colin M. E., Ainslie M. A., van Walree P. A. IEEE J. of Ocean. Eng. 2013. V. 38. N 4. pp. 642 – 654.
  4. Malyshkin G.S., Sidel'nikov G.B. Akusticheskiy zhurnal 2014. V. 60, N 5. pp. 526–545.
  5. Morgunov YU.N., Burenin A.V., Bezotvetnykh V.V. Akusticheskiy zhurnal 2017. V. 63, N 6. pp. 646–650.
  6. Volkov M.V., Grigor'yev V.A., Zhilin I.V., Lun'kov A.A., Petnikov V.G., Shatravin A.V. Akusticheskiy zhurnal 2018. V. 64, N 6. pp. 676–681.
  7. Zhang D., Xiao S., Cui H., Gao D., Sun D. J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. N. 6. pp. EL483 – EL487.
  8. Petrov P.S., Sergeev S.A., Tolchennikov A.A. Akusticheskiy zhurnal 2019. V. 65, N 6. pp. 799–807.
  9. Zverev V.A., Nikitina N.Ye. Akusticheskiy zhurnal 2006. V. 52. N 4. pp. 480–484.
  10. Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B, Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. N. Y.: AIP Press, 1994. 578 p.
  11. Brekhovskikh L.M. Volny v sloistyh sredah [Waves in layered media]. New York: Academic Press, 1960. 561 p.
  12. Polyanskaya V.A. Akusticheskiy zhurnal 1959. V. 5. N 1. pp. 91 – 100.
  13. Ginzburg V.L. Rasprostraneniye elektromagnitnykh voln v plazme [Propagation of electromagnetic waves in plasma.]. Moskva: Gos. izd. fiz.-mat. l-ry, 1960. 550 p.
-



14. Tolstoy I., Klay K.S. Akustika okeana. Teoriya i eksperiment v podvodnoy akustike [Ocean acoustics. Theory and experiment in underwater acoustics]. Moskva: Mir, 1969. 301 p.
15. Lisyutin V.A., Lastovenko O.R., Gayduk S.V., Dubkov Ye.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2020/6331](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2020/6331).
16. Buckingham M.J., Giddens E.M. J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. N. 1. pp. 123–147.
17. Lisyutin, V.A., 2019. Physical Oceanography. 2019. V. 26. N.1, pp. 77–91.
18. Lisyutin V.A. Lastovenko O.R. Acoustical Physics 2020. V. 66. N. 4. pp. 401–415. [doi.org/10.1134/S1063771020040065](https://doi.org/10.1134/S1063771020040065).
19. Wan. L, Badiy M., Knobles D.P. J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 140. N 4. pp. 2358-2373.
20. Yang J., Tang D. IEEE J. of Ocean. Eng. 2017. V. 42. N. 4. pp. 1102–1109.