

Математическое моделирование поверхности очагов деформации процесса изготовления профильных труб

А.А. Осипов, Н.В. Семенова

ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург

Аннотация: Предложена математическая модель поверхности очагов деформации как совокупность плоских сечений описанных на основе сплайн-функций при профилировании труб в роликах с последующей калибровкой.

Ключевые слова: Математическая модель, очаг деформации, плоские сечения, сплайн-функции, профильные трубы,

Профильные трубы перекрывателей скважин имеют периметр поперечного сечения такой же, как и периметр самой скважины, но для возможности спуска на необходимую глубину габарит поперечного сечения должен быть на 10-20% меньше диаметра скважины. Процесс изготовления, формирования поперечного профиля состоит из двух этапов деформирования круглой трубы: профилирования трубы роликками (получение двухканального профиля с габаритным размером, превышающим диаметр скважины) (рис.1) и калибровкой двухканального профиля в волоке до габарита меньшего, чем диаметр скважины в заданных пределах (рис.2).

Для математического описания формы очага деформации использовался метод верхней оценки, допускалось, и было принято, что в рассматриваемых поперечных сечениях очага деформации [1,2] имеет место плоское деформированное состояние. Поскольку толщина стенки трубы при профилировании остаётся постоянной, то для описания очага деформации достаточно ограничиться изучением поведения срединной поверхности профиля. Так как мы имеем дело с замкнутым контуром сложной формы, то описание изгибов участков поперечного сечения в процессе формоизменения (см. рис. 1 и 2) невозможно осуществить с помощью какой-то одной элементарной функции.

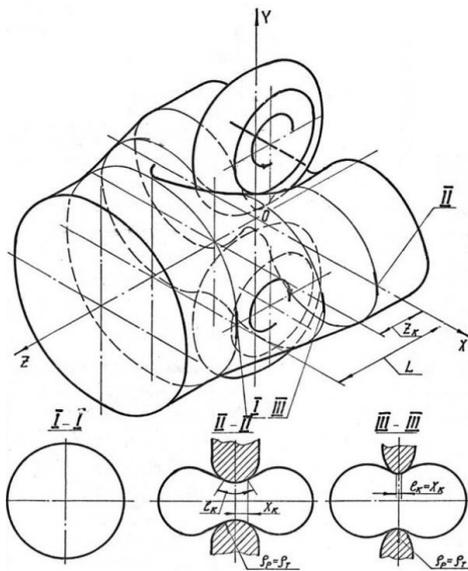


Рис. 1. Очаг деформации при профилировании роликами

I - сечение на входе в очаг деформации;

II - сечение на выходе из очага, l_k - ширина дуги контакта, $l_k \neq 0$;

III - сечение границы контактной зоны в продольном направлении очага, $l_k = 0$, $\rho_p = \rho_m$ — радиусы кривизны в зоне контакта соответственно для роликов и трубы;

Z_k - длина контактной зоны;

L - длина очага деформации.

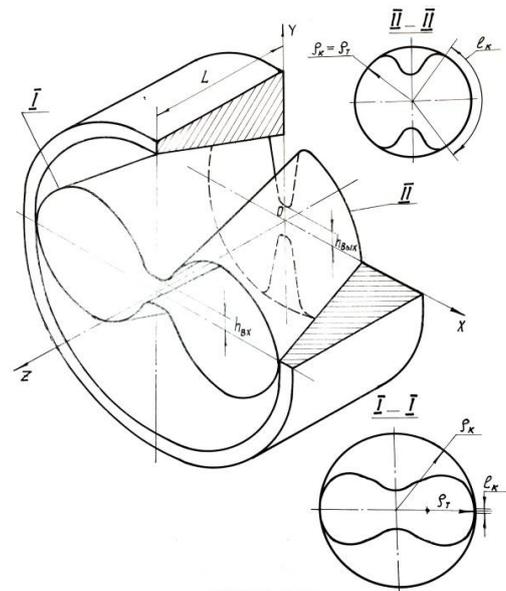


Рис. 2. Очаг деформации при калибровке профиля через кольцо

I - сечение на входе в очаг деформации, $l_k = 0$, $\rho_k \neq \rho_m$;

II - сечение на выходе (профиль изделия), $l_k \neq 0$, $\rho_k = \rho_m$ — радиусы кривизны в зоне контакта соответственно для кольца и трубы; $h_{вх} \approx h_{вых}$ - величина зазора вогнутой части профиля соответственно на входе и выходе из калибрующего кольца;

L - длина очага деформации.

Наилучшей является кусочная аппроксимация сечения [3], удовлетворяющая граничным условиям в точках сочленения кривых — непрерывности градиента и кривизны. Такой подход позволяет получить безразрывное поле деформаций и однозначно определить форму сечения. Для описания срединной поверхности очага деформации выделим основные плоские поперечные сечения трубы, в которых средняя линия сечения трубы представляет собой условно составную плоскую кривую, образованную линией зоны контакта трубы с инструментом (l_k) и линией свободной поверхности.

Уравнения линии контакта с инструментом [4] определяется в результате пересечения рабочей поверхности инструмента плоскостью рассматриваемого поперечного сечения. Линию свободной поверхности задаем в виде сплайна, удовлетворяющего условиям непрерывности градиента и кривизны внутри и на концах, то есть в точках сочленения с линиями контактных зон [5].

Для линии контакта, например, для верхнего ролика (рис.1) уравнение имеет вид:

$$Y(x, z_c) = H + R - \sqrt{(R - r + \sqrt{r^2 - x^2})^2 - z_c^2}, \quad (1)$$

где H — расстояние от начала координат до поверхности верхнего ролика (тора), характеризующее глубину вмятия;

R - радиус определяющий диаметр ролика;

r - радиус ролика, формирующий вогнутый профиль трубы;

x - координата плоской кривой в поперечном сечении;

z_c - координата плоскости сечения.

Линия контакта трубы с кольцом выражается уравнением:

$$Y(x, z_c) = \sqrt{(R_k + z_c \cdot \operatorname{tg}(\alpha/2))^2 - x^2}, \quad (2)$$

где R_k - радиус калибровочного пояса кольца;

α - угол конусности кольца.

Уравнение для линии свободной поверхности имеет вид:

$$\vec{r}(s) = \sum_{i=-1}^{n+1} \vec{r}_i \cdot \beta_3(n \cdot s - i), \quad (3)$$

где $\vec{r}(s)$ - радиус-вектор, описывающий свободную поверхность;

\vec{r}_i - векторные коэффициенты аппроксимирующего сплайна;

n - число отрезков разбиения интервала аппроксимации;

$\beta_3(n \cdot s - i)$ - скалярная функция, например, β - сплайн третьей степени, имеющая непрерывную первую и вторую производную.

Для профилирования роликами кривые определяемые уравнениями (1) и (3), имеют общую точку «склейки», в которой должны выполняться условия непрерывности градиента и кривизны. Для калибровки в кольце эти кривые, определяемые уравнениями (2) и (3), имеют общую точку «склейки», в которой должны выполняться условия непрерывности градиента и кривизны [6].

Итак, для определения составной кривой, описывающей среднюю линию плоского поперечного сечения с координатой z_c и при условии постоянства её периметра, имеем следующую систему уравнений, в которой точки означают дифференцирование по параметру сплайна t , связанному с текущей длиной дуги и интервалом аппроксимации S_β выражением $s = t \cdot S_\beta$, а штрихи - дифференцирование по координате x :

$$\begin{cases} \sum_{i=-1}^{n+1} \vec{r}_i \cdot \vec{\beta}_3 (n \cdot t_0 - i) = S_\beta^2 \cdot \vec{f}''(x_k; y(x_k; z_c)); \\ \sum_{i=-1}^{n+1} \vec{r}_i \cdot \vec{\beta}_3 (n \cdot t_0 - i) = S_\beta \cdot \vec{f}'(x_k; y(x_k; z_c)); \\ \sum_{i=-1}^{n+1} \vec{r}_i \cdot \vec{\beta}_3 (n \cdot t_0 - i) = \vec{f}(x_k; y(x_k; z_c)); \\ \int_0^{x_k} \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx + \int_0^{1/4} |\dot{\vec{r}}(t)| dt = \frac{\pi R_0}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

В этой системе уравнений неизвестными, подлежащими определению, являются: x_k (или z_c), r_{xi} , r_{yi} и n , причём количество коэффициентов r_{xi} и r_{yi} определяется n - числом подынтервалов аппроксимации. Их численные значения определяются из решения уравнения виртуальных работ, выражающего равенство нулю вариации разности работы внутренних и внешних сил [7]. Для схемы профилирования в роликах определялись скалярные величины проекций векторных коэффициентов сплайна на ось абсцисс r_{x4} и r_{x5} , а для схемы профилирования через кольцо проекций векторных коэффициентов сплайна на ось ординат r_{y1} и r_{y2} (рис. 3).

Для сечений трубы в роликах и кольце получаются аппроксимирующие кривые представленные на рис. 3.

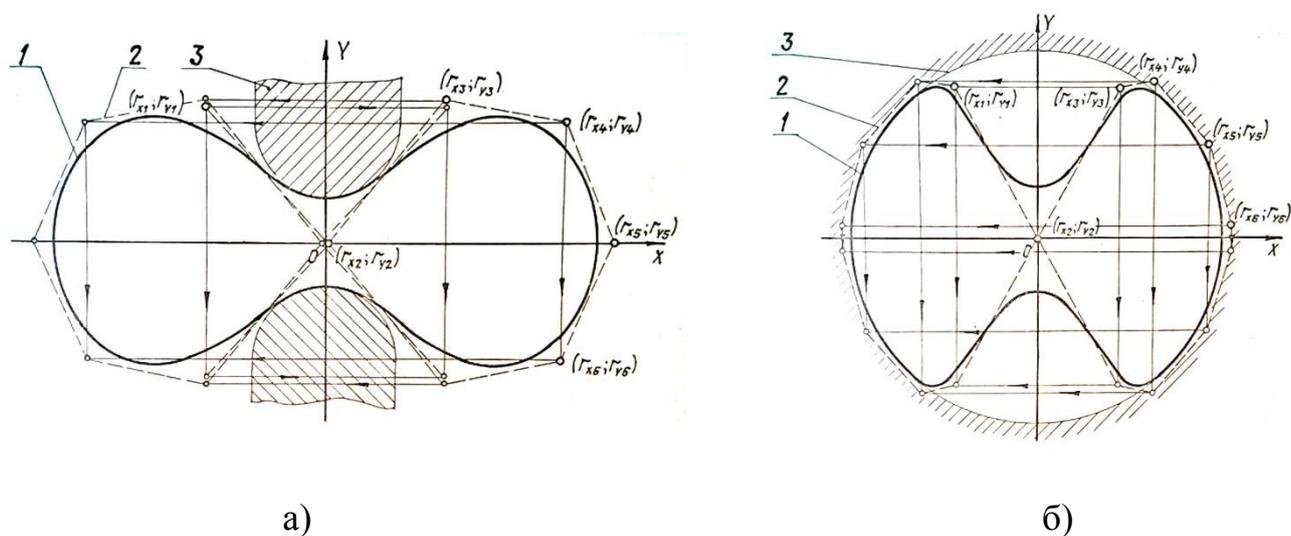


Рис. 3. Вид кривой, аппроксимирующей поперечное сечение трубы перекрывателя 116x5 ($z = 0$): а - при деформации роликами, б - при калибровке в кольце, где 1 - средняя линия профиля; 2 - характеристическая ломаная β -сплайна; 3 - профилирующий ролик или кольцо.

Полученные кривые на этапе деформации в роликах [8] дают хорошее совпадение с экспериментальными данными, так как теоретические величины лежат в пределах доверительных интервалов экспериментальных значений, определяющих отклонение от среднего значения $\pm 5\%$. Аппроксимация поперечного сечения для второго этапа деформации трубы - при усадке в кольцо даёт большую погрешность, что объясняется влиянием упругих деформаций. В этом случае соотношение остаточных упругих деформаций и пластических [9] при усадке в кольцо в значительной степени определяется соотношением размеров диаметра калибрующего пояса кольца и уширения трубы после выхода из роликов.

Рассматривая очаг деформации как совокупность параллельных друг другу плоских сечений, можно определить его трёхмерную форму, так как приведённые выше зависимости дают возможность полностью описать

геометрию поперечных сечений процесса профилирования и определить границы контакта инструмента с трубой.

Математическое моделирование процесса изготовления профильных труб для перекрывателей скважин позволяет наиболее эффективно разрабатывать технологию и инструмент их производства. Для описания поверхности очага деформации и определения деформаций в процессе профилирования и калибровки в математическом моделировании использовались финитные или гладкие функции. Это функции, которые определяются на всей действительной оси, но отличные от нуля лишь на некотором конечном интервале (носителе), а именно кубические β -сплайны.

Выбор β -сплайнов 3-й степени при аппроксимации сечения [10] позволяет построить кривую с непрерывным градиентом и кривизной, а из-за минимального возможного носителя получается хорошо обусловленная матрица со специальной структурой - с доминирующей диагональю, что существенно упрощает вычисления системы линейных уравнений.

Литература

1. Тарновский И. Я., Поздеев А. А., Ганаго О. А. и др. Теория обработки металлов давлением: Вариационные методы расчета усилий и деформаций. М.: Металлургиздат, 1963. 672 с.
2. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением. Учебник для вузов. 2-е изд. перераб. и доп. Екатеринбург: УГТУ – УПИ, 2001. – 836 с.
3. Паршин В. С., Семенова Н. В. Напряженно-деформированное состояние и пластичность металла при производстве гнутых профилей. // Материалы II Международной научно-технической конференции. Череповец, 2015г. с. 201–203.
4. Окулов Р. А., Семенова Н. В. Моделирование влияния отклонений диаметра заготовки на точность размеров при изготовлении профильных

- труб с целью совершенствования процесса // Инженерный вестник Дона, 2019, № 5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/5975
5. Паршин С. В., Семенова Н. В. Особенности формоизменения и распределения давления на инструмент при волочении профильных труб // Журнал «Производство проката», №10. 2009 г. с.19–22.
6. Литвинов С.В., Труш Л.И., Дудник А.Е. Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке // Инженерный вестник Дона, 2016, № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560
7. Царьков А. В., Пащенко В. В., Зиновьева О.И. Исследование влияния концентраторов напряжений на НДС в плоских образцах труб под давлением // Инженерный вестник Дона, 2014 № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2675.
8. Смирнов-Аляев Г.А., Чикидовский В.П. Экспериментальное исследование в обработке металлов давлением. Л., «Машиностроение», 1972 г. 360 с.
9. Barrett T.J., Knezevic M. Deep drawing simulations using the finite element method embedding a multi-level crystal plasticity constitutive law: Experimental verification and sensitivity analysis // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2019. – 354. – pp. 245–270.
10. Gonzalez G.M., Sousa J.R.M., Sagrilo L.V.S. A modal finite element approach to predict the lateral buckling failure of the tensile armors in flexible pipes // Marine Structures. – 2019. – 67. - 102628.

References

1. Tarnovskij I. Ja., Pozdeev A.A., Ganago O.A. i dr. Teoriya obrabotki metallov davleniem: Variacionnye metody rascheta usilij i deformatsij [Theory of metal processing by pressure: Variational methods for calculating forces and deformations] М.: Metallurgizdat, 1963. 672 p.
-



2. Kolmogorov V.L. Mehanika obrabotki metallov davleniem. Uchebnik dlja vuzov [Deformations and forces during pressure treatment of metals]. 2-e izd. pererab. i dop. Ekaterinburg: UGTU – UPI, 2001. 836 p.
3. Parshin V.S., Semenova N.V. Materialy II Mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii. Cherepovec, 2015 p. 201–203.
4. Okulov R.A., Semenova N.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, № 5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n5y2019/59
5. Parshin S.V., Semenova N.V. Zhurnal «Proizvodstvo prokata», 2009, №10, p. 19–22.
6. Litvinov S.V., Trush L.I., Dudnik A.E. Inzhenernyj vestnik Dona 2016, № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560
7. Car'kov A.V., Pashhenko V.V., Zinov'ev O.I. Inzhenernyj vestnik Dona, 2014, № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2675.
8. Smirnov-Aljaev G.A., Chikidovskij V.P. Jeksperimental'noe issledovanie v obrabotke metallov davleniem [Experimental research in metal processing by pressure]. L., «Mashinostroenie», 1972 g. 360 p.
9. Barrett T.J., Knezevic M. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2019. 354. pp. 245–270.
10. Gonzalez G.M., Sousa J.R.M., Sagrilo L.V.S. Marine Structures. 2019. 67. 102628.