



## Проекционная идентификация параметров настраиваемой математической модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

A.C. Глазырин<sup>1,2</sup>, Е.И. Попов<sup>1</sup>, В.А. Копырин<sup>1</sup>, Р.Н. Хамитов<sup>1</sup>, Е.В. Боловин<sup>2</sup>, С.С. Попов<sup>2</sup>, Е.А. Беляускене<sup>2</sup>, Ю.О. Кулеш<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тюменский индустриальный университет, Тюмень

<sup>2</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск

**Аннотация:** Рассмотрены вопросы идентификации параметров настраиваемых моделей линейных нестационарных динамических систем на примере линеаризованной настраиваемой модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Разработан новый метод оценивания параметров настраиваемых моделей по малому числу наблюдений на основе проекционной идентификации и аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии. Для апробации разработанного метода идентификации было проведено сравнение переходных характеристик настраиваемой модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением при полученных оценках параметров с эталонными характеристиками. Показана эффективность применения предложенного метода идентификации в задачах управления электроприводом постоянного тока.

**Ключевые слова:** двигатель постоянного тока, проекционная идентификация, оценивание параметров динамических систем, настраиваемая модель нестационарной динамической системы.

### Введение

Современные требования к электроприводам включают не только высокую точность и быстродействие, но и адаптивность к изменяющимся условиям эксплуатации. Синтез эффективных алгоритмов управления электроприводами осложняется изменением их физических параметров, вызванным колебаниями температурного режима, износом механических элементов, изменением нагрузки и другими факторами. С точки зрения теория автоматического управления, электрический привод являются не только нелинейными, но и нестационарными динамическими системами [1]. Как следствие, типовые подходы к синтезу систем управления электроприводами [2] не обеспечивают высоких показателей качества регулирования в неноминальных режимах. Это требует разработки настраиваемых моделей нестационарных динамических систем



---

электроприводов и эффективных методов динамической (текущей) идентификации их параметров.

Как правило, в большинстве инженерных приложений алгоритмы управления и идентификации нестационарных динамических систем должны быть физически совмещены в одном устройстве, например, цифровом сигнальном процессоре. Это в свою очередь накладывает ограничения на вычислительную сложность применяемых методов идентификации, что выражается в сознательном уменьшении выборки (окна просмотра) измерений и отсутствии априорной информации о характере шумов в измерительных каналах, следовательно, ставится задача идентификации по малому числу наблюдений [3, 4]. Зачастую об объекте известна только его структура и класс математических моделей, которым он описывается. Таким образом, набор доступных средств идентификации параметров математических моделей систем управления в инженерной практике оказывается сильно ограничен, что обуславливает актуальность разработки новых методов идентификации настраиваемых моделей нестационарных динамических систем, учитывающих данные ограничения.

### **Постановка задачи и объект исследования**

В качестве объекта исследования рассмотрим настраиваемую модель двигателя постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ НВ) марки 2ПН90М [5], параметры которого представлены в таблице 1.

Линеаризованная математическая модель ДПТ НВ при известных допущениях [6, 7] может быть представлена в матричной форме следующего вида:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{c}{L_a} \\ \frac{c}{J_\Sigma} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U(t)}{L_a} \\ -\frac{M_c(t)}{J_\Sigma} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $i_a(t)$  – ток якоря, А;  $\omega(t)$  – угловая скорость ротора, рад/с;  $R_a$  – активное сопротивление обмотки якоря, Ом;  $L_a$  – индуктивность обмотки якоря, Гн;  $c$  – конструктивная постоянная ДПТ НВ, В/(рад/с);  $J_\Sigma$  – приведенный момент инерции электропривода, кг·м<sup>2</sup>;  $U(t)$  – входное напряжение, В;  $M_c(t)$  – статический момент нагрузки, Н·м;  $t$  – время, с.

Таблица № 1

## Параметры ДПТ НВ 2ПН90М

Наименование параметра	Значение
Номинальная мощность $P_{\text{ном}}$ , кВт	1,3
Номинальное напряжение $U_{\text{ном}}$ , В	220
Номинальная скорость вращения $n_{\text{ном}}$ , об/мин	3000
Максимальная скорость вращения $n_{\text{max}}$ , об/мин	4000
Конструктивная постоянная $c$ , В/(рад/с)	6,64
Активное сопротивление якоря $R_a$ , Ом	2,52
Индуктивность якоря $L_a$ , мГн	48
Коэффициент полезного действия, %	72,5

Переходные характеристики ДПТ НВ при изменяющейся нагрузке на валу представлены на рис. 1. Приведенные модельные характеристики эталонной математической модели ДПТ НВ имитируют реальные сигналы с измерительных каналов тока и угловой скорости. При этом для моделирования погрешностей каналов измерительной системы электропривода характеристики модели и помех измерений, имеющих гауссово распределение [8].

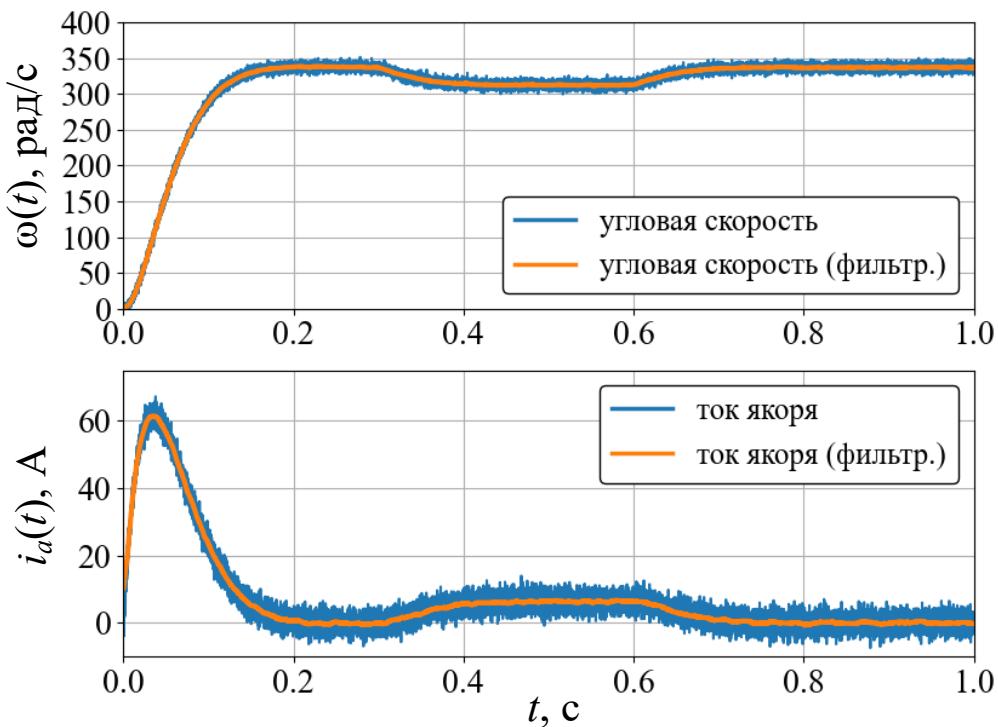


Рис. 1. – Переходные характеристики по угловой скорости  
и току якоря ДПТ НВ

Стандартные отклонения для измерений угловой скорости, тока якоря и напряжения питания были приняты соответственно: 4 рад/с, 2 А, 3 В. Эталонные сигналы, полученные непосредственно с модели, считаем неизвестными, аппроксимация зашумленных сигналов может быть получена применением фильтра медианного сглаживания к данным характеристикам на рис. 1.

Предположим, что все переменные состояния (угловая скорость, ток якоря и напряжение питания) известны путем непосредственного измерения или с помощью алгоритмов косвенного оценивания и примем допущение, что приведенный момент инерции  $J\Sigma$  и статический момент нагрузки  $M_c(t)$  известны.

Поставим задачу динамической идентификации (оценивания в режиме реального времени) параметров электромагнитной подсистемы настраиваемой математической модели ДПТ НВ на основе скользящего

конечного фрагмента ретроспективных данных измерений угловой скорости, тока якоря и входного напряжения. Под скользящим конечным фрагментом ретроспективных данных понимается некоторое заданное окно просмотра, включающее в себя массивы дискретных измерений, получаемых от аналого-цифровых преобразователей (АЦП) на каждом шаге дискретизации. При получении новых значений измерений окно просмотра смещается и последние данные в конечном фрагменте ретроспективных данных удаляются из памяти. Необходимо отметить, что под памятью понимается массив данных в математическом смысле, а не термин программирования и аппаратной организации вычислений [9].

Настраиваемая математическая модель нестационарной динамической системы ДПТ НВ в матричной форме на основе системы (1) имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{i}_a(t, \hat{R}_a, \hat{L}_a, \hat{c}) \\ \hat{\omega}(t, \hat{c}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\hat{R}_a}{\hat{L}_a} & -\frac{\hat{c}}{\hat{L}_a} \\ \frac{\hat{c}}{J_\Sigma} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{i}_a(t, \hat{R}_a, \hat{L}_a, \hat{c}) \\ \hat{\omega}(t, \hat{c}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U(t)}{\hat{L}_a} \\ -\frac{M_c(t)}{J_\Sigma} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\hat{\square}$  – символ оценки параметра или переменной состояния.

В данной модели переменные состояния  $\hat{i}_a$  и  $\hat{\omega}$  зависят от параметров  $\hat{R}_a$ ,  $\hat{L}_a$ ,  $\hat{c}$  электромагнитной подсистемы ДПТ НВ, которые подлежат оцениванию.

### Проекционная идентификация настраиваемых моделей нестационарных динамических систем на примере ДПТ НВ

Выделим электромагнитную подсистему настраиваемой модели ДПТ НВ и представим ее в нормальной форме Коши:

$$\frac{d}{dt} \hat{i}_a(t, \hat{R}_a, \hat{L}_a, \hat{c}) = \frac{U(t)}{\hat{L}_a} - \frac{\hat{R}_a}{\hat{L}_a} \hat{i}(t, \hat{R}_a, \hat{L}_a, \hat{c}) - \frac{\hat{c}}{\hat{L}_a} \hat{\omega}(t, \hat{c}). \quad (3)$$

Поскольку для решения задачи идентификации настраиваемой модели ДПТ НВ используются сигналы в дискретном виде с выхода аналого-цифрового преобразователя, математическая модель динамической системы должна быть представлена в разностной форме. Существует множество методов отображения производных в дискретный вид [10], при этом, на практике зачастую применяются известные методы, такие как методы левой и правой разности или, в некоторых случаях, билинейное преобразование. По существу, данные методы являются методами интегрирования систем дифференциальных уравнений, что означает, что в качестве метода построения дискретных моделей динамических систем могут быть использованы более сложные методы интегрирования, например, из класса многошаговых методов. Предназначенные для решения прямых задач многошаговые методы могут быть эффективны и для решения обратных задач, таких как оценивание параметров динамических систем по малому числу наблюдений [11].

В разностной форме уравнение (3) согласно неявному методу Милна 4 порядка [10] имеет следующий вид:

$$F_y[k] = \hat{q}_1 \cdot F_U[k] + \hat{q}_2 \cdot F_i[k] + \hat{q}_3 \cdot F_{\omega}[k], \quad (4)$$

где  $\hat{q}_1 = \frac{1}{\hat{L}_a}$ ,  $\hat{q}_2 = -\frac{\hat{R}_a}{\hat{L}_a}$ ,  $\hat{q}_3 = -\frac{\hat{c}}{\hat{L}_a}$  – коэффициенты настраиваемой модели;

$$F_y[k] = \frac{8}{3 \cdot \Delta t} (\hat{i}_a[k] - \hat{i}_a[k-3]); \quad \Delta t – \text{период дискретизации};$$

$$F_U[k] = U[k] + 3 \cdot U[k-1] + 3 \cdot U[k-2] + U[k-3];$$

$$F_i[k] = \hat{i}_a[k] + 3 \cdot \hat{i}_a[k-1] + 3 \cdot \hat{i}_a[k-2] + \hat{i}_a[k-3];$$

$$F_{\omega}[k] = \hat{\omega}[k] + 3 \cdot \hat{\omega}[k-1] + 3 \cdot \hat{\omega}[k-2] + \hat{\omega}[k-3].$$

Разностное уравнение (4) является ничем иным как линейной настраиваемой регрессионной моделью. Задача идентификации сводится к определению вектора параметров  $\hat{\mathbf{q}} = (\hat{q}_1 \quad \hat{q}_2 \quad \hat{q}_3)^T$  на скользящем окне просмотра (конечном фрагменте данных). Для решения этой задачи составляется нормальная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (5), связывающая состояния системы по известным замерам за последние  $n$  шагов. Количество уравнений  $n$  нормальной СЛАУ является окном просмотра, ограничивающим конечный фрагмент данных.

$$\mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{y} \tag{5}$$

где  $\mathbf{y} = (F_y[k] \quad F_y[k-1] \quad \dots \quad F_y[k-n])^T$  – вектор правой части;

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} F_U[k] & F_i[k] & F_{\omega}[k] \\ F_U[k-1] & F_i[k-1] & F_{\omega}[k-1] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_U[k-n] & F_i[k-n] & F_{\omega}[k-n] \end{pmatrix} \text{ – матрица регрессоров.}$$

Согласно методу наименьших квадратов, линейная форма (5) может быть приведена к следующей канонической постановке метода наименьших квадратов (МНК) [12, 13]:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{X}^T \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{b}, \tag{6}$$

где  $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$  – информационная (положительно определенная, симметричная) матрица;  $\mathbf{b} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ .

Искомые векторы для системы (5) могут быть получены различными методами итерационного решения систем линейных алгебраических уравнений, либо методами минимизации нелинейных функций, если рассматривать некоторую квадратичную функцию потерь. Однако

---

нахождение псевдорешения переобусловленной СЛАУ методом наименьших квадратов не использует никакой априорной информации относительно ошибок измерений, при этом на малом числе наблюдений классические гипотезы об эффективности и несмещенности оценки, полученной методом наименьших квадратов, не выполняются, а значит псевдорешение СЛАУ будет гарантированно смещено относительно глобального экстремума [3].

Таким образом, к решению задачи оценивания сформулируем следующие требования:

- 1) устойчивость итерационного процесса оценивания в смысле ограниченности по норме вектора искомых коэффициентов;
- 2) относительно малые вычислительные затраты на поиск решения при составленных СЛАУ.

Такими свойствами обладает, например, метод Качмажа или другие группы методов, использующие подпространства Крылова [14-16] и основанные на процессе последовательного приближения к решению путем проведения проекций на гиперплоскости, которые заданы уравнениями системы. Поскольку нахождение координат проекции на гиперплоскость является вычислительно устойчивой операцией, для решения задачи оценивания параметров по малому числу наблюдений данный подход может быть упрощен с точки зрения уменьшения количества шагов проведения проекций при МНК-постановке задачи на каждом шаге оценивания. В большинстве цифровых сигнальных процессоров, применяемых для задач управления электроприводами, используются АЦП последовательного приближения [17, 18], включающие в себя устройства выборки и хранения. Следовательно, рассматриваемая нестационарная динамическая система ДПТ НВ может быть естественным образом разбита участки стационарности длительностью в один или несколько периодов дискретизации АЦП. Каждый элемент конечного фрагмента ретроспективных данных и каждый шаг

оценивания параметров соответствует единственному участку стационарности. Таким образом, процесс оценивания параметров нестационарной динамической системы на основе конечных фрагментов ретроспективных данных может рассматриваться с позиции проекционной идентификации.

Под **проекционной идентификацией** в данной работе понимается итеративный процесс отслеживания динамики нестационарной динамической системы на каждом естественном участке стационарности по изменению ведущей гиперплоскости, определяемой выбранным уравнением СЛАУ в МНК-постановке  $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{X}^T \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{b}$ .

В данной работе авторами предложен **метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости** согласно которому оценивание параметров организовано на основе конечного фрагмента ретроспективных данных (по малому числу наблюдений) путем *однократного* проведения проекции к ведущей гиперплоскости и нахождении координат точки пересечения. Таким образом, задачей проекционной идентификации является *не «решение» СЛАУ в классическом (общепринятом) смысле наименьших квадратов*, а вычислительно устойчивое определение коэффициентов, принадлежащих пространству ведущей строки (гиперплоскости) СЛАУ.

Оценка параметров методом проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости на каждом шаге скользящего окна просмотра вычисляется следующим образом:

$$\hat{\mathbf{q}}[k] = \hat{\mathbf{q}}[k-1] + \frac{(\mathbf{b}^{(h)}[k] - \mathbf{A}^{(h)}[k] \cdot \hat{\mathbf{q}}[k]) \cdot \mathbf{A}^{(h)}[k]}{\|\mathbf{A}^{(h)}[k]\|_2^2}, \quad (7)$$

где  $\square^{(h)}$  – символ номера строки (ведущей гиперплоскости) информационной матрицы  $\mathbf{A}$  и вектора  $\mathbf{b}$ ;  $h$  – номер ведущей гиперплоскости (выбирается



однократно и не меняется в течение всего времени работы алгоритма);  $\|\cdot\|_2$  – символ  $l_2$  (евклидовой) нормы вектора или вектор-строки.

Предложенный алгоритм позволяет сократить количество вычислительных операций для оценивания параметров настраиваемых моделей нестационарных динамических систем за счет исключения необходимости непосредственного поиска экстремума локальной подзадачи идентификации на каждом шаге движения окна просмотра.

### **Апробация метода проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости**

Выполним апробацию предложенного метода идентификации настраиваемых моделей нестационарных динамических систем на основе проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости. Постоянная времени якоря эталонной математической модели ДПТ НВ:

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} = 19 \text{ мс.}$$
 Частоту дискретизации примем равной 20 кГц, что

характерно для большинства инженерных задач в системах управления электроприводами [17]. Окно просмотра для метода проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости выберем равным двум постоянным времени, 38 мс. При заданной частоте дискретизации, окно просмотра составит 760 точек.

На рисунке 2 представлены переходные характеристики оценок параметров электромагнитной подсистемы настраиваемой модели ДПТ НВ в сравнении с эталонными значениями. Оценки активного сопротивления якоря  $R_a$  и конструктивной постоянной машины с близки к паспортным значениям, при этом для оценки индуктивности якорной обмотки характерно смещение относительно эталонного значения.

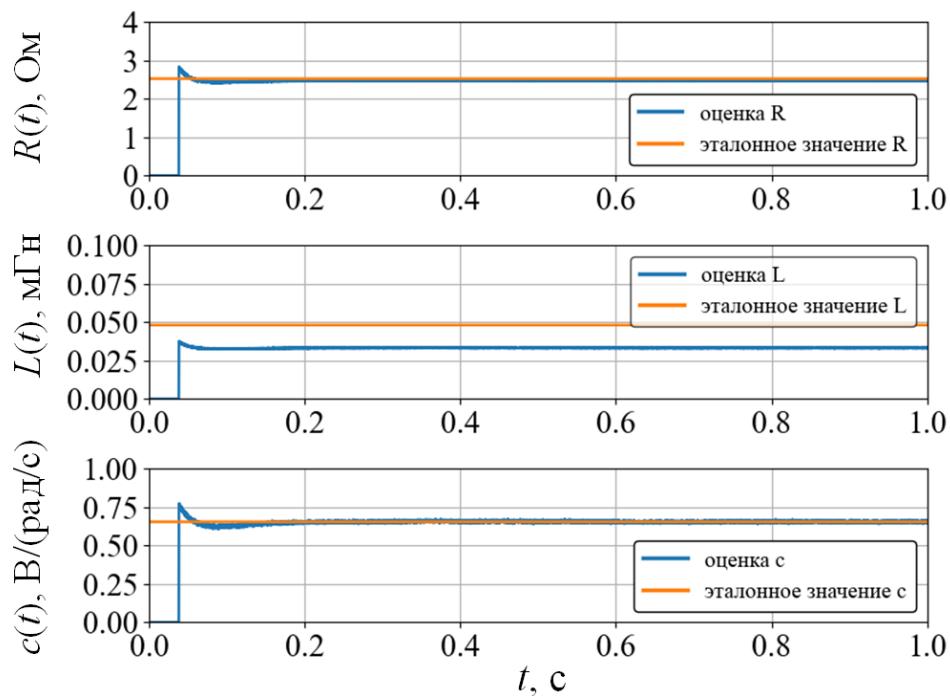


Рис. 2. – Переходные характеристики оценок параметров  
электромагнитной подсистемы ДПТ НВ

Для количественной оценки эффективности решения задачи идентификации по малому числу наблюдений предложенным методом выполним расчет относительной ошибки оценивания для медианных значений каждого из параметров (рассчитанных, начиная с момента времени  $t = 0,2$  с), полученные значения сведем в таблицу 2.

Таблица № 2

Расчет медианных значений и относительных ошибок оценивания  
параметров электромагнитной подсистемы настраиваемой модели ДПТ НВ

$\hat{R}_a$ , Ом	$\Delta\hat{R}_a$ , %	$\hat{L}_a$ , мГн	$\Delta\hat{L}_a$ , %	$\hat{c}$ , В/(рад/с)	$\Delta\hat{c}$ , %
2,47	2,1	33	31,1	0,653	0,05

Полученные результаты (рисунок 2, таблица 2) показывают, что получаемые значения оценок устойчивы к шумам в измерительных каналах. Предложенный метод позволяет выполнять оценку параметров на скользящем окне просмотра с приемлемой точностью.

### Верификация настраиваемой модели ДПТ НВ

Как правило, истинные значения параметров математических моделей реальных динамических систем остаются неизвестными в силу различных причин. Для качественной оценки эффективности решения задачи идентификации параметров предложенным методом, выполним верификацию модели (2) путем сравнения переходных характеристик настраиваемой модели с оцененными (таблица 2) параметрами и осциллограмм модельных измерений, изображенных на рисунке 1. Переходные характеристики обеих моделей по угловой скорости и току якоря ДПТ НВ приведены на рисунке 3.

Полученные переходные характеристики (рис. 3) настраиваемой модели (2) ДПТ НВ близки к характеристикам модельных измерений. Наибольшее расхождение присутствует в переходных режимах моделей, в частности, в режиме пуска на холостом ходу. Выполним расчет интегральных за время переходного процесса (8) и статических ошибок в установившемся режиме обеих переменных состояния для настраиваемой модели относительно эталонных модельных измерений (таблица 3).

$$\sigma_{\hat{A}} = \frac{\int_{t_{start}}^{t_{stop}} |A(t) - \hat{A}(t)| dt}{\int_{t_{start}}^{t_{stop}} |A(t)| dt} \cdot 100\%, \quad (8)$$

где  $A(t)$  – переменная состояния с модельных измерений;  $\hat{A}(t)$  – оценка переменной состояния настраиваемой модели (2) ДПТ НВ;  $t_{start}$ ,  $t_{stop}$  – пределы интегрирования.

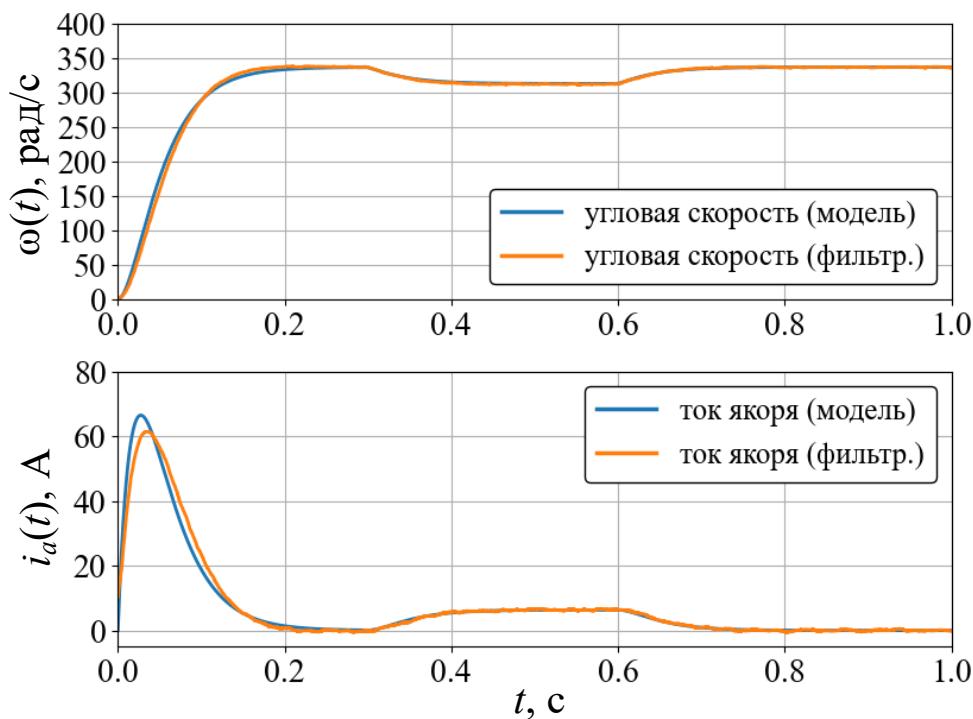


Рис. 3. – Сравнение переходных характеристик переменных состояния настраиваемой модели с эталонными

Таблица № 3

Расчет интегральных и статических ошибок оценивания переменных состояния настраиваемой модели ДПТ НВ

Ошибки оценивания переменных состояния	Режим работы и длительность переходного процесса		
	Пуск на ХХ 0 – 0,131 с	Наброс нагрузки 0,3 – 0,323 с	Сброс нагрузки 0,6 – 0,619 с.
$\sigma_{\hat{\omega}}$ , %	3,92	0,011	0,163
$\sigma_{\hat{i}}$ , %	2,07	33,7	3,0
$\Delta\hat{\omega}$ , %	0,183	0,174	0,171
$\Delta\hat{i}$ , %	–	5,17	–

Анализ результатов, представленных в таблице 3, показывает, что относительные ошибки моделирования угловой скорости настраиваемой моделью составляют менее 1%, относительная ошибка по току якоря составляет порядка 5% в нагружочном режиме. При этом интегральная ошибка моделирования переменных состояния менее 5% за исключением интегральной ошибке по току якоря в переходном режиме при набросе нагрузке. Значение более 30% связано с малой длительностью переходного процесса и малыми значениями тока в течение этого времени.

## Выводы

1. Поставлена задача синтеза и проекционной идентификации настраиваемых математических моделей нестационарных динамических систем по малому числу наблюдений. Разработана настраиваемая регрессионная модель ДПТ НВ в разностной форме на основе многошагового метода Милна 4-го порядка для решения обратных задач оценивания параметров электромагнитной подсистемы настраиваемой модели.

2. Рассмотрена задача оценивания параметров настраиваемых моделей с позиции проекционной идентификации. Разработан метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости для оценивания параметров настраиваемых моделей нестационарных динамических систем. Предложенный метод был апробирован на эталонной математической модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением. Ошибки оценивания активного сопротивления якоря и конструктивной постоянной двигателя составили менее 5%, оценки индуктивности имеют смещение относительно паспортного значения порядка 30%.

3. Для верификации настраиваемой модели с полученными оценками параметров было выполнено сравнение переходных характеристик переменных состояния для настраиваемой и эталонной моделей. Отклонение

по угловой скорости для настраиваемой модели составило менее 1%, интегральная ошибка в переходных режимах – менее 5%. Таким образом, разработанный метод проекционного сопровождения ведущей гиперплоскости может быть рекомендован для задач идентификации параметров нестационарных динамических систем в инженерной практике, в частности, в системах управления электроприводами.

## Литература

1. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация // Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. 632 с.
2. Виноградов А.Б. Векторное управление электроприводами переменного тока // Иваново : ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», 2008. 298 с.
3. Фурсов В.А. Идентификация систем по малому числу наблюдений // Самара : Изд-во СГАУ, 2007. 81 с.
4. Фурсов В.А., Гошин Е.В. Адаптивная идентификация по малому числу наблюдений с контролем обусловленности / XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Москва, 16-19 июня 2014. С. 2720-2727.
5. Копылов И.П., Клоков Б.К. Справочник по электрическим машинам. Т1. Москва : Энергоатомиздат, 1988. 456 с.
- 6 Сипайлов Г.А., Кононенко Г.А., Хорьков В.А. Электрические машины (специальный курс) // Москва : Высшая школа, 1987. 287 с.
7. Копылов И.П. Электрические машины // Москва : Высшая школа. Логос, 2000. 607 с.

8. Гребенюк К.А. Основные виды шумов в электронных полупроводниковых приборах // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2012. Т. 12. № 1. С. 63-65.

9. Рожкова С.В. Оптимальная непрерывно-дискретная передача сигнала по каналам с памятью при наличии бесшумной обратной связи // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 321. № 5. С. 6-10.

10. Пантелеев А.В., Якимова Ф.С., Босов, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах // Москва : Высшая школа, 2001. 376 с.

11. Попов Е.И., Глазырин А.С., Копырин В.А. Влияние методов дискретизации на обусловленность информационной матрицы и характер формирования гиперсфер ошибок в задачах оценивания параметров по малому числу наблюдений // Системы анализа и обработки данных. 2025. Т. 97. № 1. С. 85-104.

12. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений // Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 334 с.

13. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния // Москва : Изд-во «Мир», 1975. 681 с.

14. Баландин М.Ю., Шурина Э.П. Методы Решения СЛАУ большой размерности // Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2000. 70 с.

15. Куксенко С.П., Газизов Т.Р. Итерационные методы решения системы линейных алгебраических уравнений с плотной матрицей // Томск : Томский государственный университет, 2007. 208 с.

16. Крылов А.Н. О численном решении уравнения, которым в технических вопросах определяются частоты малых колебаний материальных систем // Известия Академии наук СССР. 1931. № 4. С.491-539.

17. Мелешин В.И., Овчинников Д.А. Управление транзисторными преобразователями электроэнергии // Москва : Техносфера, 2011. 576 с.
18. Анучин А.С., Алямкин Д.И., Дроздов А.В., Козаченко В.Ф. Встраиваемые высокопроизводительные цифровые системы управления. Практический курс разработки и отладки программного обеспечения сигнальных микроконтроллеров TMS320x28xxx в интегрированной среде Code Composer Studio: учеб. пособие / Москва : Издательский дом МЭИ, 2010. 270 с.

### References

1. Pupkov K.A., Egupov N.D. Nestacionarnye sistemy avtomaticheskogo upravleniya: analiz, sintez i optimizaciya [Non-stationary automatic control systems: analysis, synthesis and optimization]. Moskva : Izdatelstvo MGTU im. N. E. Baumana, 2007. 632 p.
2. Vinogradov A.B. Vektornoe upravlenie elektroprivodami peremennogo toka [Vector control of AC electric drives]. Ivanovo: GOUVPO «Ivanovskij gosudarstvennyj energeticheskij universitet imeni V.I. Lenina», 2008. 298 p.
3. Fursov V.A. Identifikaciya sistem po malomu chislu nablyudenij [Identification of systems by a small number of observations]. Samara: Izd-vo SGAU, 2007. 81 p.
4. Fursov V.A., Goshin E.V. XII Vserossijskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2014, Moskva, 2014. pp. 2720-2727
5. Kopylov I.P., Klokov B.K. Spravochnik po elektricheskim mashinam. T.1 [Handbook of Electrical Machines. V.1]. Moskva : Energoatomizdat, 1988. 456 p.
6. Sipajlov G.A., Kononenko G.A., Horkov V.A. Elektricheskie mashiny (special'nyj kurs) [Electrical Machines (Special Course)]. Moskva: Vysshaya shkola, 1987. 287 p.

- 
7. Kopylov I. P. Elektricheskie mashiny [Electrical Machines]. Moskva : Vysshaya shkola, 2000. 607 p.
8. Grebenyuk K.A. Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya: Fizika. 2012. vol. 12. № 1. pp. 63-65.
9. Rozhkova S.V. Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. 2012. vol. 321. № 5. pp. 6-10.
10. Panteleev A.V., Yakimova F.S., Bosov, A.V. Obyknovennye differencial'nye uravneniya v primerah i zadachah [Ordinary differential equations in examples and problems]. Moskva: Vysshaya shkola, 2001. 376 pp.
11. Popov E. I., Glazyrin A.S., Kopyrin V.A. Cistemy analiza i obrabotki dannyh. 2025. vol. 97. № 1. pp. 85-104.
12. Linnik Y.V. Metod naimen'shih kvadratov i osnovy teorii obrabotki nablyudenij [The least squares method and the basics of the theory of observation processing]. Moskva: Gosudarstvennoe izdatelstvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1958. 334 p.
13. Ejkhoff P. Osnovy identifikacii sistem upravleniya. Ocenivanie parametrov i sostoyaniya [Fundamentals of Control Systems Identification. Parameter and State Estimation]. Moskva: Izd-vo «Mir», 1975. 681 p.
14. Balandin M.Yu., Shurina E.P. Metody Resheniya SLAU bolshoj razmernosti [Methods for solving systems of large-scale linear algebraic equations]. Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2000. 70 p.
15. Kuksenko S.P., Gazizov T.R. Iteracionnye metody resheniya sistemy linejnyh algebraicheskikh uravnenij s plotnoj matricej [Iterative methods for solving a system of linear algebraic equations with a dense matrix]. Tomsk: Tomskij gosudarstvennyj universitet, 2007. 208 p.
16. Krylov A.N. Izvestiya Akademii nauk SSSR. 1931. № 4. pp. 491-539.



17. Meleshin V.I., Ovchinnikov D.A. Upravlenie tranzistornymi preobrazovatelyami elektroenergii [Control of transistor power converters]. Moskva: Tekhnosfera, 2011. 576 p.

18. Anuchin A.S., Alyamkin D.I., Drozdov A.V., Kozachenko V.F. Vstraivaemye vysokoproizvoditel'nye cifrovye sistemy upravleniya. Prakticheskij kurs razrabotki i otladki programmnogo obespecheniya signal'nyh mikrokontrollerov TMS320x28xxx v integrirovannoj srede Code Composer Studio [Embedded high-performance digital control systems. Practical course in developing and debugging software for TMS320x28xxx signal microcontrollers in the integrated environment Code Composer Studio]. Moskva: Izdatel'skij dom MEI, 2010. 270 p.

**Дата поступления: 29.06.2025**

**Дата публикации: 25.08.2025**