

## Исследование процесса обработки наружных сферических поверхностей

Ю.В. Иванов, Ю.Н. Скорская, Н.М. Глухов

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана

**Аннотация:** В статье подробно рассмотрен алгоритм построения математической модели, которая позволяет описать процесс обработки сферической поверхности, приведен анализ изменения радиуса фрезы, позволяющий подобрать оптимальные режимы резания и создать условия для автоматизации процесса.

**Ключевые слова:** программное обеспечение, автоматизация процесса, сферическая поверхность, обработка сферической поверхности.

Современное машиностроение все чаще сталкивается с проблемами качественной и эффективной обработки деталей с элементами сложного пространственного профиля. Теоретические исследования обработки наружных сферических поверхностей позволяют максимально автоматизировать весь процесс обработки [1,2].

В КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана была разработана программа, позволяющая провести теоретические исследования обработки наружной сферической поверхности методом фрезерования.

Приложение MathCad13 позволило рассмотреть процесс формообразования наружной сферической поверхности фрезой. Для этого был использован метод обращенного движения [3]. Движение режущей кромки фрезы было описано при помощи матриц элементарных перемещений:  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ .

$$r_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad M_1(a) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2(a) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_3(a) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$M_4(a) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a) & -\sin(a) & 0 \\ 0 & \sin(a) & \cos(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_5(a) := \begin{pmatrix} \cos(a) & 0 & \sin(a) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(a) & 0 & \cos(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_6(a) := \begin{pmatrix} \cos(a) & -\sin(a) & 0 & 0 \\ \sin(a) & \cos(a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Эти матрицы описывают сдвиг объекта вдоль координатных осей X, Y, Z и поворот вокруг этих осей ( $a$  – величина смещения по осям X, Y, Z).

Уравнение движения кромки было выведено в обобщённых координатах (четыре координаты в трёхмерном пространстве, 4-я координата равна 1). Эти координаты позволяют объединить матрицы сдвигов и поворотов.

Уравнение движения кромки:

$$z(u, v, rs, \alpha) := M_5(v \cdot k) \cdot M_3\left(-s \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi}\right) \cdot M_4(-\alpha) \cdot M_6(v) \cdot M_4(\alpha) \cdot M_2(rs) \cdot M_3(u) \cdot r_0$$

где  $u$  – длина лезвия ножа,

$v$  – количество оборотов фрезы,

$r_s$  – радиус сферы,

$\alpha$  – угол раствора конуса,

$k$  – коэффициент, учитывающий отношение угловых скоростей детали и фрезы,

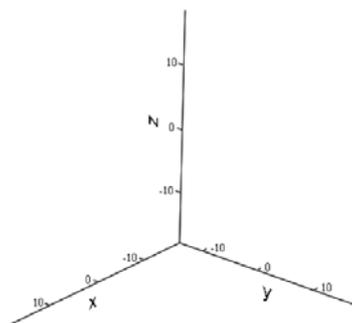
$$k = \frac{\omega_d}{\omega_f}$$

$k > 0$  – встречное движение детали и фрезы.

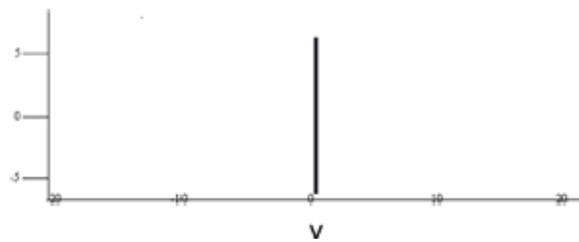
$k < 0$  – попутное движение детали и фрезы.

Был разработан алгоритм построения траектории движения режущей кромки [4,5]:

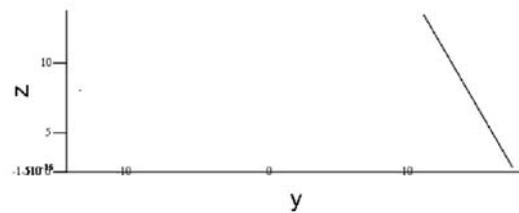
1. Задаем нулевую точку:



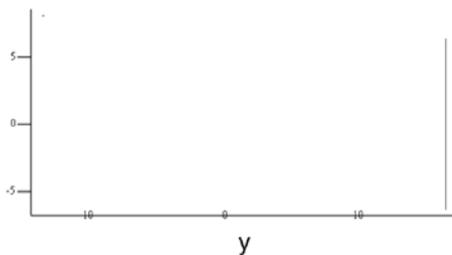
2. Сдвигаем вдоль оси OZ на  $u$ .



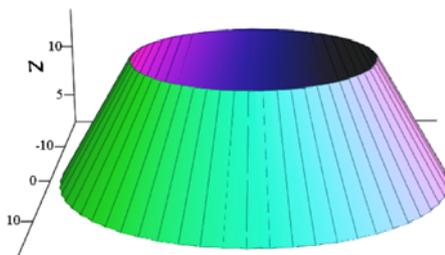
3. Сдвигаем вдоль оси OY на  $r_s$ .



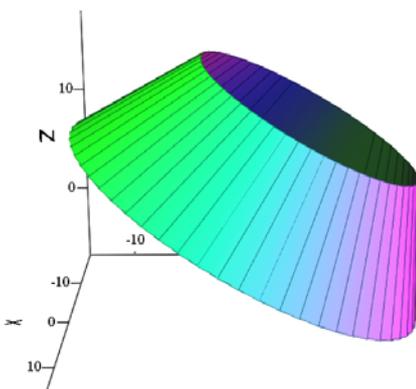
4. Повернём вокруг оси OX на  $\alpha$ .



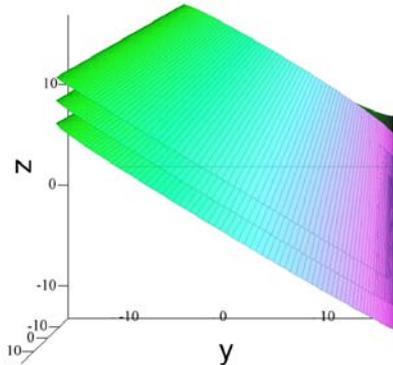
5. Закручиваем вокруг оси OZ на  $v$ .



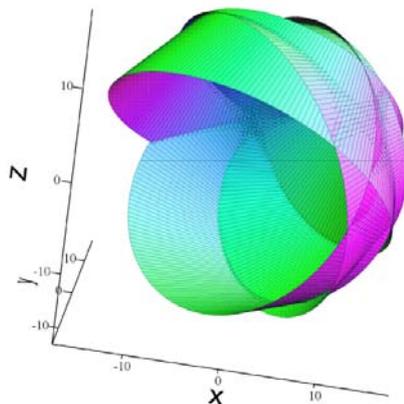
6. Поворачиваем конус обратно на угол  $\alpha$ .



7. Придаем движение подачи  $\left(-s \cdot \frac{v}{2\pi}\right)$  вдоль оси OZ.



8. Начинаем вращать на величину kv вокруг оси OY.



Приложение MathCad позволяет выполнить операции раскрытия матриц. В результате, формулой

$$z(u, v, rs, \alpha) := M_5(v \cdot k) \cdot M_3\left(-s \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi}\right) \cdot M_4(-\alpha) \cdot M_6(v) \cdot M_4(\alpha) \cdot M_2(rs) \cdot M_3(u) \cdot r_0$$

удалось описать относительное движение одного лезвия. Изменение параметров  $u$  и  $v$  позволило получить траекторию движения режущей кромки. В формообразовании сферической поверхности участвуют 4 ножа [6]:

$$z1(u, v, rs, \alpha) := M_5(v \cdot k) \cdot M_3\left(-s \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi}\right) \cdot M_4(-\alpha) \cdot M_6\left(v + \frac{2 \cdot \pi}{Zz}\right) \cdot M_4(\alpha) \cdot M_2(rs) \cdot M_3(u) \cdot r_0$$

$$z2(u, v, rs, \alpha) := M_5(v \cdot k) \cdot M_3\left(-s \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi}\right) \cdot M_4(-\alpha) \cdot M_6\left(v + 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Zz}\right) \cdot M_4(\alpha) \cdot M_2(rs) \cdot M_3(u) \cdot r_0$$

$$z3(u, v, rs, \alpha) := M_5(v \cdot k) \cdot M_3\left(-s \cdot \frac{v}{2 \cdot \pi}\right) \cdot M_4(-\alpha) \cdot M_6\left(v + 3 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Zz}\right) \cdot M_4(\alpha) \cdot M_2(rs) \cdot M_3(u) \cdot r_0$$

Причем ножи во фрезе должны быть повернуты вокруг её оси с шагом  $\left(\frac{2\pi}{Z_z}\right)$ , следовательно, и уравнения будут отличаться друг от друга на эту величину.

Для перехода от обобщенных координат к обыкновенным координатам использовались формулы теории формообразования [7]:

$$\begin{aligned} p(u, v, rb, \alpha) &:= \begin{pmatrix} z(u, v, rb, \alpha)_0 \\ z(u, v, rb, \alpha)_1 \\ z(u, v, rb, \alpha)_2 \end{pmatrix} & p1(u, v, rb, \alpha) &:= \begin{pmatrix} z1(u, v, rb, \alpha)_0 \\ z1(u, v, rb, \alpha)_1 \\ z1(u, v, rb, \alpha)_2 \end{pmatrix} \\ p2(u, v, rb, \alpha) &:= \begin{pmatrix} z2(u, v, rb, \alpha)_0 \\ z2(u, v, rb, \alpha)_1 \\ z2(u, v, rb, \alpha)_2 \end{pmatrix} & p3(u, v, rb, \alpha) &:= \begin{pmatrix} z3(u, v, rb, \alpha)_0 \\ z3(u, v, rb, \alpha)_1 \\ z3(u, v, rb, \alpha)_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

А для визуализации поверхности в системе MathCad была описана векторная функция двух аргументов  $(u, v)$ :

$$\begin{aligned} F(u, v) &:= p(u, v, Rc + t, 30\text{-deg}) \\ F1(u, v) &:= p1(u, v, Rc + t, 30\text{-deg}) \\ F2(u, v) &:= p2(u, v, Rc + t, 30\text{-deg}) \\ F3(u, v) &:= p3(u, v, Rc + t, 30\text{-deg}) \end{aligned}$$

Так как в начальный момент припуск еще не снят, то радиус должен быть задан  $Rc+t$ . Для создания триангуляции (разбивания поверхности на треугольники с целью её изображения) использовалась функция CreateMesh:

$$\begin{aligned} D &:= \text{CreateMesh}\left(F, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \text{ноб} \cdot 2 \cdot \pi, 2, 60\text{-}20\right) \\ D1 &:= \text{CreateMesh}\left(F1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \text{ноб} \cdot 2 \cdot \pi, 2, 60\text{-}20\right) \\ D2 &:= \text{CreateMesh}\left(F2, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \text{ноб} \cdot 2 \cdot \pi, 2, 60\text{-}20\right) \\ D3 &:= \text{CreateMesh}\left(F3, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \text{ноб} \cdot 2 \cdot \pi, 2, 60\text{-}20\right) \end{aligned}$$

Аргументами этой функции являются:

F – функция, подлежащая визуализации;

$\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}$  – расстояние от начала до конца лезвия;

$0, \text{ноб} \cdot 2\pi$  – изменение угла поворота фрезы;

$n_{об}$  – количество оборотов фрезы при черновых режимах.

Специальный объект системы MathCad позволил изобразить получаемую поверхность (рис. 1).

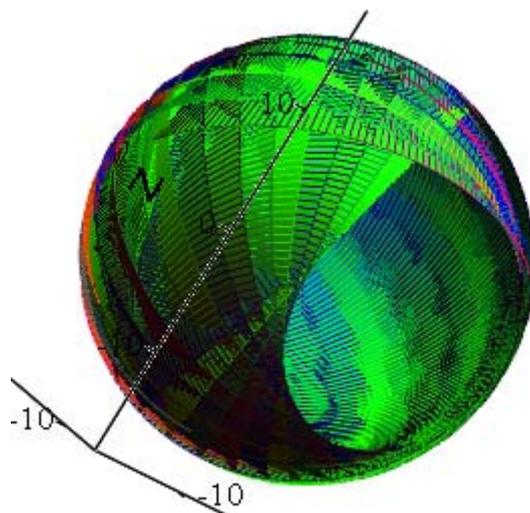


Рис. 1. Формообразование при 6 оборотах фрезы.

Анализ графиков изменения радиуса сферы (рис. 2) позволяет сделать вывод, что

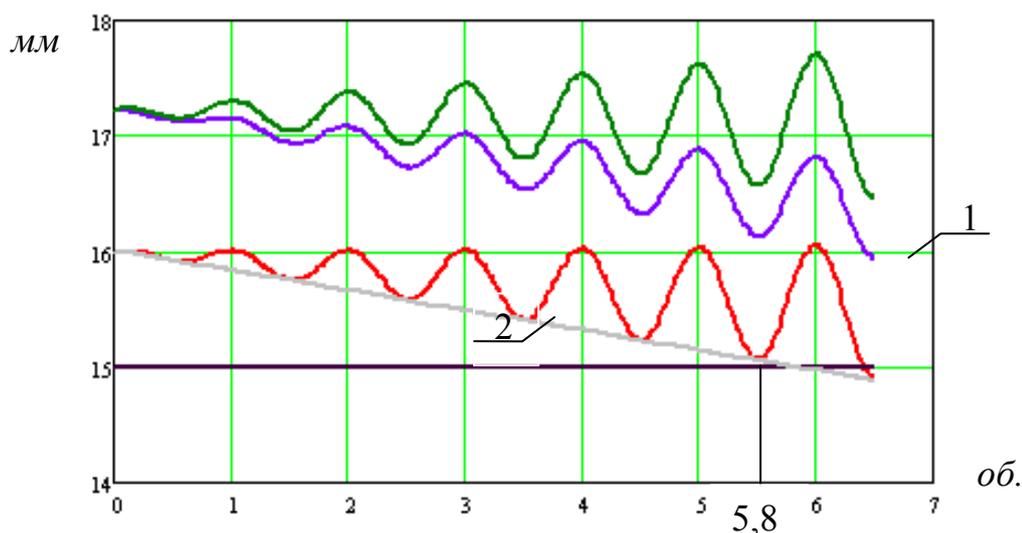


Рис. 2. График изменения радиуса сферы.

максимальное врезание происходит в середине лезвия (кривая 1). Отключить подачу следует в момент равенства номинального радиуса сферы и радиуса средней точки режущей кромки. Так как у фрезы 4 зуба, то для вычисления



Состояние поверхности при встречном вращении детали и фрезы при обработке без подачи представлено на рис. 5.

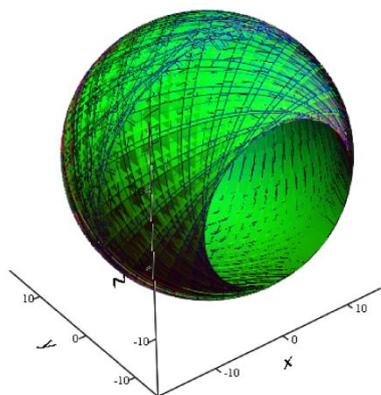


Рис. 5. Состояние поверхности при встречном вращении.

Состояние поверхности при попутном вращении детали и фрезы при обработке без подачи представлено на рис. 6.

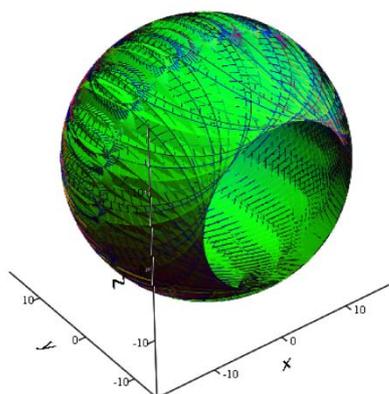


Рис. 6. Состояние поверхности при попутном вращении.

Из картины формообразования поверхности (рис. 5. и рис. 6.) видно, что работа при встречном вращении с одинаковым количеством оборотов обеспечивает (визуально) лучшее качество поверхности, чем при попутном вращении.

На основе проведенных исследований были проработаны методы обработки сферической поверхности, оптимальные режимы резания и спроектирована фрезерная головка для обработки сферической поверхности [8-10].

## Литература

1. Суслов А.Г., Дальский А.М. Научные основы технологии машиностроения. М.: Машиностроение, 2002. 684 с.
  2. Демаков Д. В. Краткий анализ исследований проблем развития регионального машиностроения // Инженерный вестник Дона, 2012, № 3 URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/).
  3. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. – Киев.: Выща школа, 1977. С.191.
  4. Litvin F.L. Theory of Gearing // NASA References Publication 212, AVSCOM Technical Report 88. Washington, D.C., 1989. p. 620
  5. Этин А. О. Кинематический анализ методов обработки металлов резанием. М.: Машиностроение, 1964. 324 с.
  6. Иванов Ю.В., Скорская Ю.Н. Исследование характера изменения параметров срезаемого слоя при фрезеровании специальной фрезой // Инженерный вестник Дона, 2018, №4. URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n4y2018/5367/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2018/5367/)
  7. Баландин А.Д., Тягунова З.В., Санова Л.А. Программные процедуры с профилями деталей и инструментов в задачах теории формообразования поверхностей // Инженерный вестник Дона, 2015, №2 (часть 2). URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n2p2y2015/2922/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n2p2y2015/2922/)
  8. Иванов Ю.В., Скорская Ю.Н., Глухов Н.М. Фрезерование сферической поверхности фрезерной головкой // Инженерный вестник Дона, 2019, №7. URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n7y2019/6077/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n7y2019/6077/)
  9. Bukinham E. How to evaluate the effect of spline misalignment. USA, Machinery. 1961. Vol.67, №12. p.120.
  10. Eckstein u. Sorge K. – P. Drehfräsen – ein Bearbeitung sverfahren mit grober Anwendung Sbreite. Werkstatt und Betried. 1981. № 3. ss. 181-182.
-

## References

1. Suslov A.G., Dal'skiy A.M. Nauchnye osnovy tekhnologii mashinostroeniya [Scientific fundamentals of engineering technology]. M.: Mashinostroenie, 2002. 684 p.
2. Demakov D. V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, № 3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/979/).
3. Rodin P. R. Osnovy formoobrazovaniia poverkhnostei rezaniem [Fundamentals of shaping surfaces by cutting]. Kiev: Vyshcha shkola, 1977. p. 191.
4. Litvin F.L. Theory of Gearing. NASA References Publication 212, AVSCOM Technical Report 88. Washington, D.C., 1989. p. 620
5. Etn A. O. Kinematicheskiy analiz metodov obrabotki metallov rezaniem [Kinematic analysis of methods of processing of metals by cutting]. M.: Mashinostroenie, 1964. 324 p.
6. Ivanov Yu.V., Skorskaya Yu.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №4. URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n4y2018/5367/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2018/5367/)
7. Balandin A.D., Tyagunova Z.V., Sanova L.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №2 (chast' 2). URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n2p2y2015/2922/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n2p2y2015/2922/)
8. Ivanov Yu.V., Skorskaya Yu.N., Glukhov N.M. Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №7. URL:[ivdon.ru/magazine/archive/n7y2019/6077/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n7y2019/6077/)
9. Bukinham E. How to evaluate the effect of spline misalignment. USA, Machinery. 1961. Vol.67, №12. p.120.
10. Eckstein u. Sorge K. P. Werkstatt und Betried. 1981. № 3. ss. 181-182.