

Современные методы и алгоритмы решения нечетких распределительных (транспортных) задач, отображенных в зарубежной литературе.

Ю.О. Чернышев¹, А.В. Требухин¹, П.А. Панасенко²

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Краснодарское высшее военное училище имени генерала армии С.М. Штеменко, Краснодар

Аннотация: В статье рассматриваются работы зарубежных авторов в области решения нечетких распределительных (транспортных) задач. Для решения таких задач в реальных условиях довольно сложно формализовать все параметры в виде определенных чисел, поэтому область решения нечетких распределительных (транспортных) задач привлекает широкое внимание ученых и экспертов, спровоцировав многочисленные успешные исследования. Для решения распределительных (транспортных) задач, при рассмотрении современного состояния зарубежной литературы, выявлены основные подходы, заключающиеся в применении пятиугольных, гексагональных, октагональных нечетких чисел, ранжирования, интуитивистской нечеткой среды, а также подхода Пифагора. Сейчас всё более актуально становится применять неточные данные в реальных задачах транспортировки. Перечисленные подходы к решению распределительных (транспортных) задач дают определенный эффект по сравнению с существующими, поэтому необходимо исследовать решения нечетких распределительных задач с использованием современных подходов и методов.

Ключевые слова: нечеткая задача маршрутизации транспорта, оптимизация, нечеткие методы, нечеткие числа, эвристические алгоритмы, гибридные алгоритмы

Распределительная задача заключается в том, чтобы отыскать наилучшее распределение ресурсов, при котором минимизируются затраты, либо максимизируется результат. К распределительным задачам относится такая широко распространенная задача, как транспортная. Для решения распределительной задачи в реальных условиях довольно сложно формализовать все параметры в виде определенных чисел. Это вызвано различными случайными факторами: непредсказуемые изменения в структуре объектов, невозможность первоначальной точной установки параметров, а также не учитываемые воздействия внешней среды.

До настоящего времени данная область привлекает широкое внимание ученых и экспертов, тем самым спровоцировав многочисленные успешные исследования.

В обзоре рассматриваются работы зарубежных авторов в области решения нечетких распределительных (транспортных) задач.

P.S. Kumar в статье «Интуиционистский метод нечеткой нулевой точки для решения интуиционистской нечеткой транспортной задачи типа 2» [1] рассматривает транспортную задачу, в которой поставки, потребности - это четкие числа, а стоимость - нечеткое интуиционистское число. Этот тип задачи называется интуиционистской нечеткой транспортной задачей типа 2 (IFTP типа 2). Следовательно, чтобы справиться с неопределенностью и колебаниями в транспортной задаче, автор предлагает интуитивный метод нечеткой нулевой точки, чтобы найти оптимальное решение для IFTP типа 2. Кроме того, специальный вид IFTP типа 2 предлагается автором и доказываются связанные с ним теоремы. Основным преимуществом этого метода является то, что полученное решение всегда оптимально и не требуется $(m + n - 1)$ выделенных записей.

R. Kumar, S. A. Edalatpanah, S. Jha, R. Singh в работе «Нечеткий подход Пифагора к транспортной проблеме» [2], представили новый вычислительный процесс для решения нечеткой транспортной задачи Пифагора. Для разработки алгоритма авторы описали нечеткую арифметику Пифагора и численные условия в трех различных моделях в нечеткой среде Пифагора.

Предложенный авторами метод решения транспортной задачи в нечеткой среде Пифагора включает в себя два подалгоритма. Первый представляет метод для нахождения начального базового решения для транспортной задачи, а второй подалгоритм является существующим методом для расчета оптимальной стоимости транспортировки. Для

обоснования предложенного метода даны несколько численных экспериментов, чтобы показать эффективность новой модели.

В свою очередь, S.K. Bharati [3] ввёл понятие интуиционистского нечеткого ожидания трапециевидных интуиционистских нечетких чисел, а также представил концепцию трапециевидной интуиционистской нечеткой дробной транспортной задачи и методологию её решения, основанную на ожидании трапециевидных интуиционистских нечетких чисел.

D. Chhibber, D. Bisht и P. Srivastava являются авторами статьи «Метод ранжирования, основанный на геометрическом центре вписанной окружности треугольника, для решения нечеткой транспортной задачи типа 1 и 2» [4]. В данной статье центр вписанной окружности был использован авторами для преобразования трапециевидной нечеткой транспортной задачи типа 1 и типа 2 в четкую, которая легко доступна и применима к существующим методам решения транспортных задач. Как только четкая форма получена из нечеткой, она решается методом северо-западного угла для получения первичного решения.

Одна из работ по данной теме принадлежит K. Kaczmarek, L. Dumova, P. Sevastjanov «Двухфазный метод решения распределительной задачи в нечеткой постановке» [5]. В этой статье авторы представляют новый метод решения распределительной задачи в нечеткой постановке, состоящий из двух этапов. На первом задача сформулирована авторами как классическая, полностью нечеткая транспортная задача. Предлагается новый простой численный метод решения, который реализован с использованием аппроксимации нечетких значений и вероятностного подхода к сравнению интервалов. Метод позволяет обеспечить прямое нечеткое расширение симплекс-метода. Важно, чтобы результаты были нечеткими значениями. На втором этапе результаты, полученные ранее на первом этапе (нечеткая прибыль), используются в качестве естественных ограничений параметров

многоцелевой задачи. В предлагаемом авторами подходе к решению проблемы распределения используются нечеткие локальные критерии, основанные на общей прибыли и рисках нарушения контрактов. Конкретные локальные критерии агрегируются с использованием наиболее популярных способов агрегации. Чтобы получить компромиссное решение, введен общий критерий компромисса, который представляет собой агрегацию режимов агрегации с использованием нечетких множеств уровня 2. В результате разработан новый двухфазный метод решения нечеткой, нелинейной многообъектной задачи распределения, объединяющий нечеткие локальные критерии на основе общей прибыли и рисков нарушения контрактов.

В статье Р. Maheswari и К. Ganesan «Решение полностью нечеткой транспортной задачи с использованием пятиугольных нечетких чисел» [6] предлагается подход к решению нечеткой транспортной задачи в нечеткой среде, в которой транспортные расходы, поставки в источниках и потребности в пунктах назначения представлены пятиугольными нечеткими числами. Ключевой особенностью данного подхода является то, что задача нечеткой транспортировки решается без преобразования в ее эквивалентную четкую форму.

Ещё один метод предложен А. Nishad в статье «Новый подход к ранжированию для решения полностью LR-интуиционистских нечетких транспортных задач» [7].

Авторами предлагается новая функция ранжирования для нахождения оптимального решения полностью LR-интуиционистской нечеткой транспортной задачи с использованием минимизатора расстояния двух нечетких чисел (L-R) -типа. Показано, что предложенный метод ранжирования LR-интуиционистских нечетких чисел удовлетворяет общим аксиомам ранжирующих функций. Кроме того, авторы применили данный метод для решения LR-интуиционистской нечеткой транспортной задачи, в

которой все параметры (предложение, стоимость и спрос) преобразуются в LR-интуиционистские нечеткие числа.

Необходимо выделить работу S. K. Bharati и S. R. Singh «Транспортная проблема в интуитивистской нечеткой среде с интервалами» [8], в которой авторы решали транспортную задачу сначала с нечеткими, а затем с интуиционистскими нечеткими параметрами. Они использовали фиксированные степени принадлежности и отсутствия принадлежности, что практически не соответствует действительности. Таким образом, авторы столкнулись с другим типом неопределенности, который не может быть обработан с помощью нечетких или интуиционистских нечетких множеств. Поэтому они рассмотрели интервальные значения интуиционистских нечетких множеств (ИЗИНМ) вместо нечетких или интуиционистских нечетких множеств. В данной статье определены числа ИЗИНМ и, кроме того, ожидаемый интервал и ожидаемые значения чисел ИЗИНМ.

M. Sam'an, S. Hariyanto, B. Surarso в работе «Оптимальное решение полных нечетких транспортных задач с использованием полного интегрального ранжирования» [9], описывают полную нечеткую транспортную задачу - это проблема транспортировки, при которой транспортные издержки, спрос, предложение и переменные решения выражаются в виде нечетких чисел. Чтобы решить нечеткую транспортную задачу, параметр нечеткого числа должен быть преобразован в четкое число, называемое методом дефаззификации. В этом новом методе полного интегрального ранжирования с нечеткими числами из преобразования трапециевидных нечетких чисел в гексагональные нечеткие числа получен результат дефаззификации последовательности на симметричных нечетких гексагональных и несимметричных числах типа 2 с нечеткими треугольными числами. Для получения оптимального решения нечеткой транспортной задачи авторами использован нечеткий транспортный алгоритм с

наименьшими затратами. Вследствие этого оптимального решения было обнаружено, что использование нечеткого числа из общего интегрального ранжирования с индексом оптимизма дает другое оптимальное значение. Кроме того, авторами отмечено, что значение общего интегрального ранжирования с использованием шестиугольных нечетких чисел имеет оптимальное значение лучше, чем значение общего интегрального ранжирования с использованием трапециевидных нечетких чисел.

Стоит отметить работу авторов K. Balasubramanian и S. Subramanian «Оптимальное решение нечеткой транспортной задачи с использованием рейтинговой функции» [10], в которой предлагается альтернативный метод решения нечеткой транспортной задачи, где транспортные расходы рассматриваются как неточные числа, описанные нечеткими числами, которые более реалистичны и носят общий характер. Кроме того, проблема нечеткой транспортировки в треугольных нечетких числах была преобразована в задачу четкой транспортировки с использованием ранжирующих индексов. На основе этой идеи разработан метод ранжирования с помощью α -решения для преобразования нечеткой транспортной задачи. Авторы указывают, что предлагаемый подход очень прост для понимания и применения в реальных транспортных задачах.

Gupta R., Chaudhari K., Dhawade N. в статье «Новый подход к ранжированию нечетких чисел для решения транспортной задачи» [11] представили новую концепцию метода ранжирования трапециевидных нечетких чисел, чтобы найти оптимальное решение для нечеткой транспортной задачи. Сначала авторы преобразуют нечеткие величины в четкие, используя новый метод, затем получают начальное базовое выполнимое решение и, наконец, находят оптимальное решение. Как отмечают авторы, метод очень прост в применении и экономичен. Основное выполнимое решение указанной нечеткой транспортной задачи

ранжирования было получено с использованием метода наименьших затрат. Основное выполнимое решение было дополнительно оптимизировано методом MODI, который является лучшим решением транспортной проблемы.

P. A. Pathade, K. P. Ghadle в работе «Оптимальное решение сбалансированной и несбалансированной нечеткой транспортной задачи с использованием восьмиугольных нечетких чисел» [12] рассматривают используемые нечеткие значения в нечеткой транспортной задаче. Эти значения являются восьмиугольными нечеткими числами. Авторы применили метод аппроксимации Фогеля к сбалансированной и несбалансированной нечеткой транспортной задаче, который дает оптимальное решение. Также авторами установлено, что с помощью метода наилучших кандидатов получено ближайшее оптимальное решение. Это означает, что с помощью различных новых методов получено ближайшее и приближенное оптимальное решение.

R. Singh и V. Saxena в статье «Новый нечеткий подход на основе ранжирования для нечеткой транспортной задачи» [13] предложили новый метод для получения исходного базового выполнимого решения нечеткой задачи транспортировки. Стоимость транспортировки, спрос и предложение принимаются как нечеткие трапециевидные числа, которые являются более реалистичными и общими по своему характеру. Нечеткая транспортная задача трапециевидного числа была преобразована в четкую транспортную задачу с использованием метода ранжирования.

D. Hunwisai и P. Kumam в работе «Метод решения нечеткой транспортной задачи с помощью метода робастного ранжирования и таблицы распределения» [14], представили метод решения нечеткой транспортной задачи с использованием метода робастного ранжирования для репрезентативного значения нечеткого числа. Кроме того, авторы

используют метод таблицы распределения, чтобы найти начальное базовое, выполнимое решение для нечеткой транспортной задачи.

В работе P. Rajarajeswari и G. Menaka «Новый подход к ранжированию октагональных интуитивистских нечетких чисел» [15], вводят восьмиугольные интуитивистские нечеткие числа с их функциями принадлежности и отсутствия принадлежности. Они предложили новый метод для нахождения оптимального решения интуитивистской нечеткой транспортной задачи, в которой затраты представляют собой восьмиугольные интуитивистские нечеткие числа. В методе использовался метод ранжирования функций точности и метод MODI, это позволило легко найти близкое к оптимальному решение.

В свою очередь, R. Anandhi, R. Kumar и S. Arul в работе «Оптимальное решение нечеткой пятиугольной транспортной задачи» [16], описывают похожий метод, но с преобразованием в четкую форму. Здесь стоимость, спрос и предложение рассматриваются как пятиугольное нечеткое число. Используя функцию точности, стоимость, предложение и спрос преобразуются в четкие значения и получают оптимальное решение, с помощью метода аппроксимации Фогеля.

P. Kirtiwant и A. Priyanka в статье «Оптимальное решение сбалансированной и несбалансированной нечеткой транспортной задачи с использованием гексагональных нечетких чисел» [17], описали методику с альфа-разрезом, оптимальным решением транспортной задачи. Авторы предлагают методику поиска нечеткого оптимального решения в масштабах транспортной задачи и новое гексагональное представление нечетких чисел. Сравнение сбалансированной и несбалансированной нечеткой транспортной задачи показало, что оптимальная стоимость транспортировки несбалансированной меньше, чем сбалансированной.

S. K. Singh и S. P. Yadav в работе «Новый подход к решению интуитивистской нечеткой транспортной задачи типа 2» [18], формулируют транспортную задачу, в которой затраты представляют собой треугольные интуитивистские нечеткие числа, определяют функцию точности, используя функции оценки для функций принадлежности и не принадлежности треугольных интуитивистских нечетких чисел. Затем, авторами предложено упорядочение треугольных интуитивистских нечетких чисел с использованием функции точности. Они использовали это упорядочение для разработки метода поиска начального базового возможного решения в терминах треугольных интуитивистских нечетких чисел. Такое же упорядочение используется также для разработки интуитивистского метода нечеткого модифицированного распределения для нахождения оптимального решения. Наконец, метод иллюстрируется числовым примером, за которым следует графическое представление и обсуждение результатов. Авторы считают, что предложенная методология очень удобна и отлично подходит для решения транспортной проблемы, имеющей неопределенность, а также колебания в прогнозировании стоимости перевозки.

A. Thamaraiselvi и R. Santhi в статье «Об интуитивистской нечеткой транспортной задаче с использованием гексагональных интуитивистских нечетких чисел» [19] вводят гексагональное интуитивистское нечеткое число с его функциями принадлежности и не принадлежности. Обычно транспортные задачи обсуждаются с помощью треугольных интуитивистских нечетких чисел или трапецеидальных интуитивистских нечетких чисел. Основная цель этой статьи состоит в том, чтобы ввести интуитивистскую нечеткую транспортную задачу с гексагональным интуитивистским нечетким числом. Основываясь на этом новом интуитивистском нечетком числе, авторы получают начальное базовое выполнимое решение и оптимальное решение интуитивистской нечеткой транспортной задачи. Для

будущих исследований авторы предлагают использовать обобщенные гексагональные интуиционистские нечеткие числа для решения проблем в интуиционистской нечеткой среде.

В свою очередь, Ali Ebrahimnejad в работе «Упрощенный новый подход для решения нечетких транспортных задач с обобщенными трапециевидными нечеткими числами» [20], пришёл к выводу, что после выбора функции ранжирования нечеткая транспортная задача преобразуется в четкую, которая легко решается стандартными алгоритмами транспортировки. Получается, что можно найти то же самое оптимальное решение без решения какой-либо нечеткой транспортной задачи.

Большое количество методов и алгоритмов решения распределительных (транспортных) задач с различными уровнями сложности были изучены в литературе. Для решения этих задач, при рассмотрении современного состояния зарубежной литературы, выявлены основные подходы, заключающиеся в применении пятиугольных, гексагональных, октагональных нечетких чисел, ранжирования, интуитивистской нечеткой среды, а также подхода Пифагора, что дает определенный эффект по сравнению с существующими, поэтому необходимо исследовать решения нечетких распределительных задач с использованием современных подходов и методов. Тем не менее, некоторые из этих задач имеют ограниченное применение в реальной жизни, потому что обычные транспортные задачи зачастую предполагают четкие данные о стоимости транспортировки, стоимости поставок и потребностей. Вопреки обычным проблемам транспортировки, сейчас всё более актуально становится применять неточные данные в реальных задачах транспортировки, что находит отражение в литературе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №18-01-00314, №19-01-00357).

Литература (References)

1. Kumar P.S. Intuitionistic fuzzy zero point method for solving type-2 intuitionistic fuzzy transportation problem. *Int. J. Operational Research*, Vol. 37, No. 3, 2020, pp. 418–451.
 2. Kumar R., Edalatpanah S.A., Jha S., Singh R. A Pythagorean fuzzy approach to the transportation problem. *Complex Intell. Syst.* 5, 2019, pp. 255–263.
 3. Bharati S.K. Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Fractional Transportation Problem, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol 817. Springer, Singapore, 2019, pp. 161-171.
 4. Chhibber D., Bisht D., Srivastava P. Ranking approach based on incenter in triangle of centroids to solve type-1 and type-2 fuzzy transportation problem. *AIP Conference Proceedings* 2061 (1), 2019, pp. 12-22.
 5. Kaczmarek K., Dymova L., Sevastjanov P. A Two Phase Method for Solving the Distribution Problem in a Fuzzy Setting. *Entropy* 21, 2019, pp. 12-14.
 6. Maheswari P., Ganesan K. Solving fully fuzzy transportation problem using pentagonal fuzzy numbers. *Journal of Physics: Conf. Series* 1000, 2018, pp. 14-25.
 7. Nishad A. A novel ranking approach to solving fully LR-intuitionistic fuzzy transportation problems. *New Math Nat Computing* 15(01), 2018, pp. 95–112.
 8. Bharati S.K., Singh S.R. Transportation problem under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. *Intellectual J Fuzzy Systems* 20, 2018, pp. 1511–1522.
 9. Sam'an M., Hariyanto S., Surarso B. Optimal solution of full fuzzy transportation problems using total integral ranking, *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 983, Issue 1, 2018, pp. 75-82.
-



10. Balasubramanian K., Subramanian S. Optimal solution of fuzzy transportation problem using ranking function. International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD), Vol. 8, Issue 4, 2018, pp. 551-558.
11. Gupta R., Chaudhari K., Dhawade N. A new approach for ranking fuzzy numbers to solve transportation problem. International Journal of Mathematical Archive, No. 9(3), 2018, pp. 186-190.
12. Pathade P. A., Ghadle, K. P. Optimal solution of balanced and unbalanced fuzzy transportation problem by using octagonal fuzzy numbers, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 119 No. 4, 2018, pp. 617-625.
13. Singh R., Saxena V. A new ranking based fuzzy approach for fuzzy transportation problem. Computer modelling & new technologies 21(4), 2017. pp. 16-21.
14. Hunwisai D., Kumam P. Method for solving a fuzzy transportation problem via Robust ranking technique and ATM. Cogent Mathematics 4, 2017. pp. 1-11.
15. Rajarajeswari P., Menaka G. A new approach for ranking of octagonal intuitionistic fuzzy numbers. International Journal of Fuzzy Logic Systems (IJFLS) Vol.7, No.2, 2017. pp. 1-11.
16. Anandhi R., Kumar R., Arul S. An Optimum Solution for Solving Fuzzy Pentagonal Transportation Problem, International Journal for Scientific Research & Development, Vol. 3, Issue 11, 2016, pp. 292-293.
17. Kirtiwant P., Priyanka A. Optimal solution of balanced and unbalanced fuzzy transportation problem using hexagonal fuzzy numbers. International Journal of Mathematical Research 5(2), 2016, pp. 131-137.



18. Singh S. K., Yadav S. P. A new approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem of type-2, *Annals of Operations Research* vol. 243, 2016, pp. 349–363.

19. Thamaraiselvi A., Santhi R. On intuitionistic fuzzy transportation problem using hexagonal intuitionistic fuzzy numbers. *International Journal of Fuzzy Logic Systems (IJFLS)* Vol.5, No.1, January 2015, pp. 15-28.

20. Ebrahimnejad A. A simplified new approach for solving fuzzy transportation problems with generalized trapezoidal fuzzy numbers. *Applied Soft Computing* 19, 2014, pp. 171–176.