

Определение упругих свойств биологических слоистых сред на основе нелинейного взаимодействия акустических волн

Михралиева А. И¹, Заграй Н. П¹, Чернов Н. Н¹, Аль - Саман А. Х².

Южный федеральный университет

¹Институт нанотехнологий, электроники и приборостроения,

²Институт радиотехнических систем и управления, Таганрог

Аннотация: Неоднородная биологическая среда представляется как совокупность ряда плоских слоев с различными акустическими свойствами. В работе на основе одного из методов нелинейной акустики (метода последовательных приближений) рассматривается среда как совокупность ортогональных плоских слоев. Анализ ведется с разделением формируемого общего поля на составляющие вдоль и ортогонально направлению его распространения. При этом учитывается первичное поле распределений как вдоль направления распределения с введением продольного апертурного множителя, так и ортогонально с введением поперечного апертурного множителя. Определяется диапазон изменения основных параметров для биологических сред в случае нелинейного взаимодействия в них акустических волн. Оцениваются основные параметры контактирующих слоистых сред и их сочетаний с целью получения условий эффективного нелинейного взаимодействия в области распространения. Изменения искомых параметров учитывается введением аддитивных добавок к исходным величинам рассматриваемых параметров. Далее используется метод погружения для параметров среды при рассмотрении характера влияния их на эффективность и пространственное распределение упругих линейных и нелинейных характеристик нелинейного взаимодействия.

Ключевые слова: нелинейное взаимодействие, квадратичная нелинейность, разные слоистые среды, метод погружения, поперечный апертурный множитель.

ВВЕДЕНИЕ. Присутствие слоистой структуры в области нелинейного взаимодействия (ОНВ) акустических волн обуславливает необходимость разделения рассматриваемых задач на несколько типов, определяемых волновыми размерами самих слоев биологической структуры [1-5]. Самый простейший случай - область нелинейного взаимодействия как система нормальных (ортогональных) дискретных плоскопараллельных слоев. В практике для медицинской интроскопии это наиболее распространенная система. Для неё возможно использование поля волны комбинационных частот (ВКЧ) акустической параметрической антенны (АПА), образующееся в результате взаимодействия полей накачки [7,8].

Научная задача. Волновое уравнение в приближении квадратичной нелинейности [1] с учетом диссипативных членов [2,6] может быть представлено в следующем виде:

$$\Delta P^2 - \frac{1}{c_0^2} * \frac{\partial^2 P^2}{\partial t^2} + \frac{b}{c_0^2 \rho_0} * \frac{\partial}{\partial t} * \Delta P^2 = -Q \quad , \quad (1)$$

где вторичные точечные источники Q описываются функцией

$$Q = \frac{1}{c_0^4 \rho_0} \left(\frac{\partial P^1}{\partial t} \right)^2 + \frac{\varepsilon - 1}{c_0^4 \rho_0} * \frac{\partial^2 (P^1)^2}{\partial t^2} + \frac{\rho_0}{2} \Delta V^2 + \rho_0 \bar{V} \nabla \bar{V} \quad (2)$$

Уравнение (2) применимо для описания полей со слабо затухающими волнами накачки, которые предоставляют собой ограниченный в поперечном сечении недифрагирующий пучок, причем функцию распределения в области нелинейного взаимодействия (ОНВ) вторичных источников Q определяют как через поперечные $A_{1,2}(x,y)$ и продольные $\Phi_{1,2}(z)$ распределения первичного поля, где индексы 1, 2 соответствуют частотам ω_1 и ω_2 поля накачки.

Для комбинационных компонент поля (волн комбинационных частот) неоднородное уравнение Гельмгольца в комплексных амплитудах будет:

$$A_- + k^2 A_- = -q(x, y, z) = \frac{\varepsilon \Omega^2}{c_0^4 \rho_0} * A_1 * A_2 * \Phi_1 \Phi_2 * e^{-ikz} \quad (3)$$

Решение уравнения (3) представляется в виде функций Грина [9]:

$$A_- = \frac{1}{4\pi} \iiint_V q(x', y', z') * G(x - x', y - y', z - z') dx' dy' dz' \quad (4)$$

где V - область нахождения вторичных точечных источников, по которой проводится интегрирование.

$G = \exp(-ikR)/R$ - функция Грина, определяется для случая дальней волновой зоны в виде

$$G = \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} * e^{i \frac{k}{R_0} (xx' + yy' + zz')} \quad (5)$$

С учетом (4) и (5), а также представляемых поперечных $A_{1,2}$ и продольных $\Phi_{1,2}$ распределений первичного поля и интегрирование

разделяется на интегрирование по поперечным координатам (x, y) – поперечный апертурный множитель D_t и продольной координате (z) – продольный апертурный множитель D_l , получаем общее выражение вторичного поля в приближении Фраунгофера:

$$A_- = -\frac{\varepsilon\Omega^2}{C_0^4\rho_0} * \frac{e^{-ikR_0}}{4\pi R_0} \iint_{-\infty}^{\infty} A_1(x', y') * A_2(x' y') * \exp(-ikR_0(xx' + yy')) dx' dy' \int_0^{\infty} \Phi_1(z') * \Phi_2(z') \exp\left(-ik\left(1 - \frac{z}{R_0}\right)\right) dz' = -\frac{\varepsilon\Omega^2}{C_0^4\rho_0} * \frac{e^{-ikR_0}}{4\pi R_0} * D_t * D_l \quad (6)$$

$$\text{где } D_t = \iint_{-\infty}^{\infty} A_1(x' y') * A_2(x' y') \exp(-ikR_0(xx' + yy')) dx' dy' = \widetilde{A}_1 * \widetilde{A}_2 \quad (7)$$

Преобразование Фурье произведений функций, описывающих изменение амплитуд высокочастотных волн в поперечном сечении пучка, имеет вид:

$$D_l \int_0^{\infty} \Phi_1(z') \Phi_2(z') \exp\left(-ik\left(1 - \frac{z}{R_0}\right)\right) dz' \quad (8)$$

Выражение (8) описывает нелинейное взаимодействие в однородной неограниченной области. В случае системы слоев в этой области изменяются функции $\Phi_1(z')$ и $\Phi_2(z')$ для каждой среды, а интегрирование по продольной координате z ведется по толщине каждого слоя со своими коэффициентами $\frac{\varepsilon_i\Omega^2}{C_{0i}\rho_{0i}}$, где ε_i – нелинейный параметр для квадратичной нелинейности, C_{0i} – скорость распространения волны и ρ_{0i} – плотность среды i -го слоя.

Для дискретно-слоистой среды биологической ткани в области нелинейного взаимодействия в рамках данной модели выражение амплитуды волны вторичного поля может быть представлено в виде:

$$A_- = -\frac{1}{4\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_i\Omega^2}{C_{0i}\rho_{0i}} * \frac{e^{-jk_i R_0}}{R_0} * A_1(x', y') * A_2(x', y') \exp\left(\frac{jk_i}{R_0}(xx' + yy')\right) dx' dy' * \int_0^{\infty} \Phi_1(z') * \Phi_2(z') \exp\left(-jk_j\left(1 - \frac{z}{R_0}\right)\right) dz' \quad (9)$$

Для функций $\Phi_1(z')$ и $\Phi_2(z')$ выражение в каждом отдельном слое было найдено из условий равенства колебательных скоростей и давлений на

границах раздела контактирующих сред, определены комплексные коэффициенты прохождения исходных волн накачки.

Общее выражение для амплитуды вторичного поля ВРЧ с дискретно-слоистой средой в ОНВ преобразуется к следующему виду:

$$A_{-} = \sum_{i=1}^m \left(-\frac{\varepsilon_i \Omega^2}{\rho_{0i} C_{0i}^4} \right) * \frac{e^{-jk_i R_0}}{4\pi R_0} * D_{ti} * D_{li}, \quad (10)$$

где: D_{ti} , D_{li} - выражения для поперечных и продольных апертурных множителей в каждом i -м слое.

Составляющие поперечного апертурного множителя D_{ti} в отдельных слоях, нормальных по отношению к направлению распространения, отличаются волновыми числами в каждом из слоев при сохраняющихся по виду их выражениях в каждом из них. Для продольного апертурного множителя D_{li} , выражения при различных условиях нормальных дискретных слоев в ОНВ содержат аддитивные слагаемые, определяющие вклад каждого слоя в общее вторичное поле.

Аналитически определить искомые выражения для расчета добавок позволяет метод погружения, по которому может быть определен аналитически или более сложным численным интегрированием, результат математического решения интегралов [8-10].

Решение второго приближения (в частности для поля давлений волны разностной частоты (ВРЧ)) представляется в комплексной форме:

$$P_{\Omega, 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_+}^{(2)} = \frac{1}{2} A_{-}(x, y, z)_{(\Omega, 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_+)} \exp \left(i \left((\Omega 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_+) t - K_{(\Omega, 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_+)} r \right) + i\varphi + \text{К. С.}, \quad (11)$$

где: $K_{(\Omega, 2\omega_1, 2\omega_2, \omega_+)}$ - волновые числа соответствующих спектральных составляющих волн нелинейного взаимодействия, в котором величина $A_{-}(x, y, z)$ является следующим соотношением:

$$A_{-}(x, y, z) = \frac{\varepsilon \Omega^2}{C_0^4 * \rho_0} * \frac{e^{-ikR_0}}{4\pi R_0} * D_l(z) * D_t(x, y) \quad (12)$$

где: $Dl(z)$ - продольный апертурный множитель, $Dt(x, y)$ - поперечный апертурный множитель, определяющие структуру вторичного поля в зависимости от распределения соответственно первичного поля вдоль направления его распространения и поперечного распределения первичного поля относительно направления распространения, Ω - круговая частота поля ВРЧ, c_0 - скорость звука, ρ_0 - невозмущенная плотность среды, R_0 – расстояние до точки наблюдения.

В биологических средах неоднородность определяется, в первую очередь, изменениями скорости распространения упругих акустических колебаний, затем изменением плотности упругой среды как ее физической характеристики и параметров нелинейности [11-12]. Изменение параметров происходит относительно уровней их средних значений, они составляют дополнительную функцию изменения по величине, достаточно малую по сравнению с основными ее значениями. При этом функция описания соответствующего физического параметра может быть представлена дополнительной составляющей, содержащей добавку к основной функции и определяющей ее пространственную зависимость в среде распространения. В случае неоднородной слоистой биосреды, когда ее модельное описание может быть представлено системой слоев с размытыми границами, для вышеназванных характерных параметров среды их пространственные зависимости будут соответствовать следующим функциям:

$$c = c_0 + c_1 \cos\left(\frac{z}{a}\right), \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 * \cos\left(\frac{z}{a}\right), p = p_0 + p_1 * \cos\left(\frac{z}{a}\right) \quad (13)$$

Для определения продольного апертурного множителя поля акустической параметрической антенны изменение параметров квадратичной физической нелинейности среды рассматривалось при использовании функции описания вида $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 * \cos\left(\frac{z}{a}\right)$.

В результате интегрирования по протяженности области нелинейного взаимодействия - l получено следующее соотношение его угловой зависимости от пространственного изменения физических величин упругой среды - a :

$$Dl(z) = \frac{\Omega^2}{\rho_0 c_0^4} * \frac{e^{-ikR_0}}{4\pi R_0} l * \exp(-ikl \sin^2 \frac{\theta}{2})$$
$$\left[\left(\varepsilon_0 + \left(\frac{\exp(-ikl \sin^2 \frac{\theta}{2}) * (4(ak)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2})}{1 - 4(ak)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) * \varepsilon_1 \right) \frac{\sin(kl \sin^2 \frac{\theta}{2})}{kl \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{\varepsilon_1}{a^2 (1 - a(ak)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2})} * \right.$$
$$\exp(-ikl \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(\frac{\sin \frac{l}{a}}{\frac{l}{a}} \right) + \frac{\varepsilon_1 kl \sin^2 \frac{\theta}{2}}{(1 - 4(ak)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) l a^2} * \exp(i \left(\frac{\pi}{2} - \right.$$
$$\left. kl \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \left(\frac{\sin \frac{l}{2a}}{\frac{l}{2a}} \right)^2 \left. \right] (14)$$

Выражение (14) содержит все переменные параметры системы слоев с размытыми границами и определяет структуру поля параметрической антенны в нелинейно-неоднородной слоистой среде.

Рассматривалось также изменение параметров плотности и скорости в зависимости от изменений каждого параметра в отдельности так при их совместном влиянии на вид продольного апертурного множителя поля комбинационных частот.

Степень дискретности пространственного периода изменения $S(z)$ определяет структуру бокового поля: при малых значениях l/a - оно выражено четко, а при больших - переходит в дополнительный фон. Таким образом, по степени углового распределения бокового поля и его уровню можно судить о соотношении l/a в области нелинейного взаимодействия АПА. В общем случае пространственный параметр a для плотности, скорости и параметра квадратичной нелинейности могут быть различны.

В расчетах были выбраны серии значений параметров и их различных сочетаний, охватывающих реально возможный диапазон их изменений в

реальных условиях, а также позволяющих сделать по анализу результатов общие выводы в установленных соотношениях.

При изменении протяженности ОНВ L от $0,001$ м до 1 м характер изменений имеет место в диапазоне протяженности L от $0,001$ м до 1 м и фиксации для следующих параметров $\rho_0 = 1.6$ кг/м³, $c_0 = 1490$ м/с, $R_0 = 0.1$ м, $f = 2 * 10^9$ Гц, $\Omega = 2 * 10^4$ рад/с, $\varepsilon_0 = 7$, $n=0.01$, $\rho_1=0$, $z=0.5$ м, $c_1=50$ м/с, и при различных величинах добавок к нелинейному параметру. В качестве примера дан результат подобного расчета с добавкой к нелинейному параметру $\varepsilon_1=6$ (рис.1).

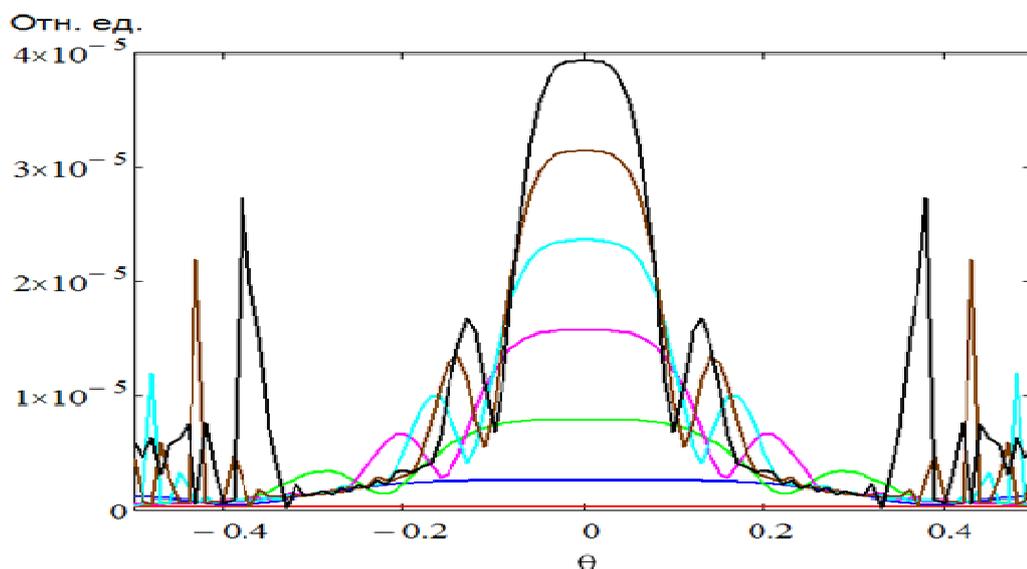


Рис.1 – Зависимости продольного апертурного множителя поля ВРЧ при изменении протяженности области нелинейного взаимодействия для различных величинах добавок к нелинейному параметру

Видно, что при сохранении основного максимума существенно меняется боковое поле. С возрастанием величин добавки ее вклад в искомое поле уменьшается по величине и пространственному вкладу. По величинам появляющегося бокового поля в диагностике можно судить о появлении неоднородности в среде распространения акустических волн.

При самом изменении нелинейного параметра от $\varepsilon_1=1$ до $\varepsilon_0=7$ и фиксации следующих параметров: $\rho_0 = 1.6$ кг/м³, $c_0 = 1490$ м/с, $R_0 =$

$0.1 \text{ м}, f = 2 * 10^9 \text{ Гц}, \Omega = 2 * 10^4 \text{ рад/с}, \varepsilon_0 = 7, n=0.01, \rho_1=0, z=0.5 \text{ м}, c_1=50 \text{ м/с}, l=25*10^{-3} \text{ м}$ – была получена следующая зависимость (рис.2).

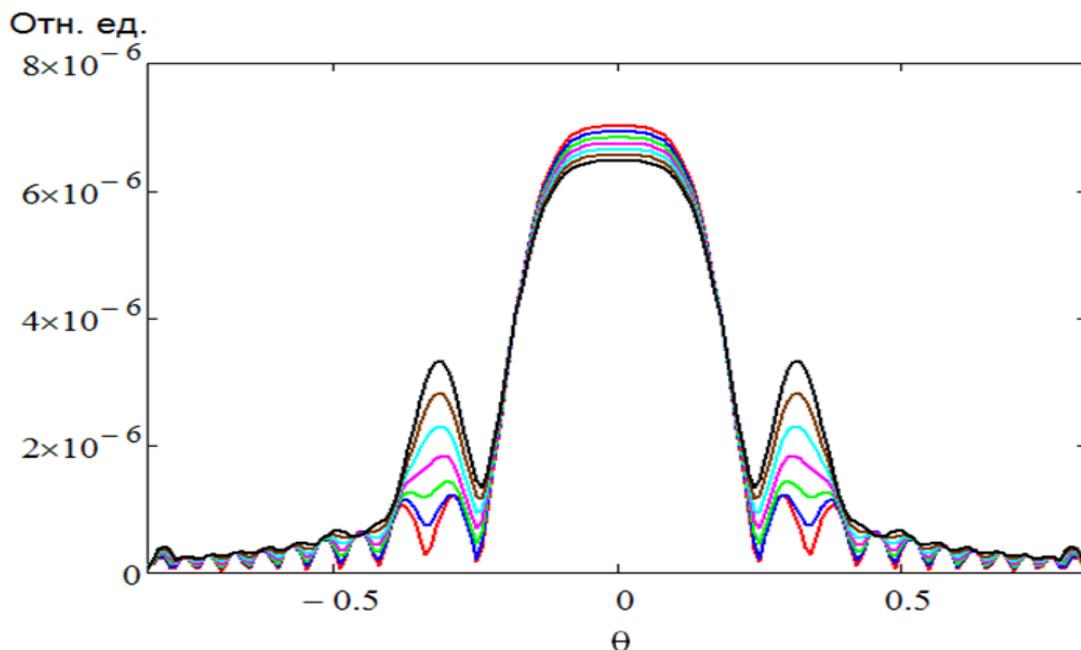


Рис.2. – Зависимости продольного апертурного множителя поля ВРЧ для различных величинах добавок к нелинейному параметру

В этом случае увеличение добавки к нелинейному параметру приводит к малому незначительному увеличению основного максимума, но значительному росту его дополнительных максимумов при особых их изменениях в общем характере поведения этой характеристики нелинейного взаимодействия.

Изменение продольного апертурного множителя поля ВРЧ при варьировании добавки к скорости звука в пределах от нуля до 60 м/с при фиксированных значениях остальных параметров изменяется следующим образом. В соответствии с реальной принятой моделью растет по амплитуде величина основного максимума. Одновременно пропорционально возрастает величины дополнительных максимумов. Эти изменения характерны для нелинейного взаимодействия акустических волн в жидкоподобной среде при изменении ее характерного физического параметра скорости звука в самой

среде. Особенностей при таком соотношении параметров среды не наблюдается.

Изменение такого физического параметра как объемная плотность в ее добавке ρ_1 от $0,1 \text{ кг/м}^3$ до $0,3 \text{ кг/м}^3$ при $\rho_0 = 1,6 \text{ кг/м}^3$ стабильного значения наблюдается следующая картина. Общая величина результата амплитуды нелинейного взаимодействия достаточно значительно увеличивается со всеми ее особенностями. При этом еще были проведены расчеты при двух различных добавках к нелинейному параметру. Результаты показали следующие особенности. При добавке $\varepsilon_1=3$ относительно $\varepsilon_0=7$ наблюдается увеличение всего результата нелинейного взаимодействия: увеличивается основной максимум и амплитуды дополнительных лепестков. Аналогичная картина наблюдается и при другом значении добавки: при добавке $\varepsilon_1=5$ относительно $\varepsilon_0=7$ также наблюдается увеличение, но несколько меньшее.

Отсюда следует вывод, что в случае первом соотношения сочетания параметров среды является более предпочтительным. Это означает, что в случае жидкоподобных сред возможны ситуации оптимальных сочетаний параметров сред сточки зрения эффективности нелинейного взаимодействия акустических волн в этой среде распространения. На рис.3 (a,b,c) в общем виде представлены полученные результаты расчетов по предложенной модели.

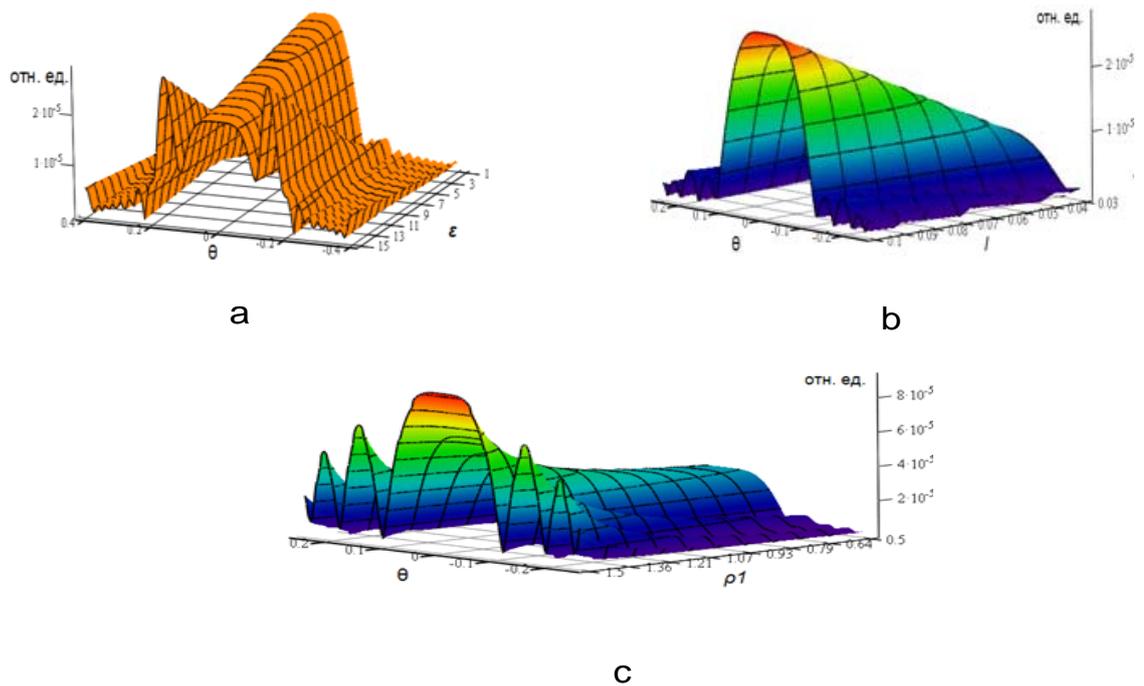


Рис.3. – Пространственные изменения диаграммы направленности при вариации параметров объемной плотности среды (а), нелинейного параметра (б) и скорости ультразвуковых волн (с)

По степени влияния изменения имеют место, в первую очередь, от физического параметра – объемной плотности среды, затем от нелинейного параметра среды, а затем уж от скорости ультразвуковых волн. Причем существенные изменения происходят при изменении именно плотности и нелинейного параметра среды, что позволяет использовать это при построении диагностических методов с использованием определенных частотных диапазонов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Практическое использование нелинейных акустических взаимодействий в слоистых биологических средах для целей медицинской интроскопии возможно и сулит большие преимущества перед другими видами визуализации. При этом реальные структуры биологических тканей можно представить как совокупность слоев в большинстве случаев с размытыми границами, т.е. границами, на которых параметры



контактирующих сред меняются плавно. Ранее полагалось, что имеют место дискретные изменения физических параметров среды вдоль или поперек направления распространения первичного поля излучения. Такое представление пространственного изменения характерных параметров среды может трактоваться как слоистая структура среды с размытыми границами.

В первую очередь это изменения скорости распространения упругих акустических колебаний, а также плотности упругой среды как ее физической характеристики и параметров нелинейности: квадратичной и кубической. Метод погружения позволяет аналитически определить искомые выражения, расчет по которым для различных функций добавок может быть определен аналитически или в более сложных численным интегрированием получаемых в результате математического решения интегралов.

Аналитические и численные рассмотрения полученных выражений позволяют проводить как анализ биологической слоистой структуры зондируемой параметрической антенной, так и решение обратной задачи - синтеза, позволяющего по полученной диаграмме направленности антенны судить о структуре и сложности самой слоистой системы, определяя тем самым наличие и ней аномальных включений. Последнее важно для диагностики слоистой структуры в медицинских приложениях при соответствующих используемых частотных диапазонах.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-07-00374\16.

Литература

1. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. - М.: Наука, 1966.-519 с.
2. Остроумов Г.А. Основы нелинейной акустики. Л.: Изд-во ЛГУ, 1967.- 132 с.



3. Зверев В.А., Калачев А.И. Измерение взаимодействия звуковых волн в жидкостях.// Акуст. журн., т. IV, вып. 4, 1958, с. 321-324.
4. Бейер Р. Нелинейная акустика. - В кн. Физическая акустика // Под ред. Мезона У. - М.: Мир, 1969, т. 2, ч. 8, с. 266-301.
5. Наугольных К.А., Островский Л.А. Нелинейные волновые процессы в акустике, М.: Наука, 1990. - 236 с.
6. Duck F.A. Nonlinear acoustics in diagnostic ultrasound//Ultrasound in Medicine & Biology. 2002 V.28. № 1 pp. 1-18
7. A.Alippi, G.Scarano, N.Zagrai Directivity Pattern of Parametrically Generated Acoustic Waves // ITALI, Il NuovoCimento, vol. 9D, N 5, 1987, pp. 489-496.
8. Заграй Н.П. Нелинейные взаимодействия в слоистых и неоднородных средах // Под редакцией академика АЕН РФ В.И.Тимошенко. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998, -433 с.
9. Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний, - М.: Мир, 1984. - 472 с.
10. Заграй Н.П., Павлова М.Н. Применение метода погружения для решения задач распространения волн в неоднородной слоистой среде // НТК "Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация", Россия, Воронеж, Тезисы докладов, т. 1, 1997 г., с. 37-40.
11. Заграй Н.П., Голосов С.П. "Влияние формы области нелинейного взаимодействия на поле параметрической антенны", Научно-технический сборник: Судостроительная промышленность, серия: Акустика, ЦНИИ "Румб", вып.6, 1990 г., с. 83-84.
12. Чернов Н.Н., Домбругова Е.Г. Экспериментальная установка для исследования способности управления ультразвуковым пучком при его прохождении через слоистые среды // Инженерный вестник Дона, 2014, №4, ч.2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2014/26461.



13. Заграй Н.П. Об особенностях нелинейного акустического механизма в медицине // Инженерный вестник Дона, 2012, №4, ч.1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1109

References

1. Zarembo L.K., Krasil'nikov V.A. Vvedenie v nelinejnuju akustiku. [Introduction to nonlinear acoustics.]. M. Nauka, 1966. 519p.
2. Ostroumov G.A. Osnovy nelinejnoj akustiki. [Fundamentals of nonlinear acoustics]. L. Izd-vo LGU, 1967. 132p. [Fundamentals of nonlinear acoustics].
3. V.A. Zverev, A.I. Kalachev Acoust. Zh.t. IV vyp. 4, 1958, pp. 321-324.
4. Bejer P. Nelinejnaja akustika. [Nonlinear acoustics]. V kn. Fizicheskaja akustika. Pod red. Mezona U. M. Mir, 1969, t. 2, ch.8, p. 266-301.
5. Naugol'nyh K.A., Ostrovskij L.A. Nelinejnyye volnovyye processy v akustike. [Nonlinear wave processes in acoustics]. M.: Nauka, 1990. 236p.
6. Duck F.A. Nonlinear acoustics in diagnostic ultrasound. Ultrasound in Medicine & Biology. 2002 V.28. № 1 pp. 1-18
7. A. Alippi, G. Scarano, N. Zagrai Directivity Pattern of Parametrically Generated Acoustic Waves. ITALI, Il Nuovo Cimento, vol. 9D, N 5, 1987, pp. 489-496.
8. Zagray N.P. Pod redakciej akademika AEN RF V.I. Timoshenko. Taganrog: Izd-vo TRTU, 1998. 433 p.
9. Sanches-Palensija Je. Neodnorodnyesredyiteorijakolebanij. [Nonhomogeneous media and vibration theory.]. M. Mir, 1984. 472p.
10. Zagray NP Pavlov M.N. NTK "Radio ivolokonno-opticheskajasvjaz', lokacijainavigacija", Rossiya, Voronezh, Tezisy dokladov, t. 1, 1997 g., pp. 37-40.
11. Zagray N.P., Golosov S.P. "Nauchno-tehnicheskij sbornik: Sudostroitel'naja promyshlennost', serija: Akustika, CNII "Rumb", vyp.6, 1990 g., pp. 83-84.



12. Chernov N. N., Dobrogea E. G. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №4, part 2 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2014/26461.
13. Zagray N.P. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4, part 1 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p1y2012/1109