

Применение метода консенсуса случайной выборки в задаче поиска оси зеркальной симметрии на цифровом изображении

П.А. Грахов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В данной статье описывается и исследуется метод нахождения оси зеркальной симметрии на одноканальных цифровых изображениях с использованием так называемой схемы случайного консенсуса. Статья описывает задачу поиска оси симметрии в терминах задачи оптимизации, приближенное решение которой возможно с помощью схем случайного голосования. Описывается алгоритм решения полученной оптимизационной задачи, дается математическое обоснование предлагаемого метода. Проводится его сравнение с другими существующими методами, показывается зависимость качества предлагаемого метода от входных параметров, приводятся визуализации результатов работы алгоритма.

Ключевые слова: RANSAC, случайный консенсус, зеркальная симметрия, компьютерное зрение, обработка изображений.

Введение

В задачах науки и промышленности возникает потребность автоматического нахождения оси симметрии на изображении либо принятия решения о том, что данное изображение не является симметричным. Подобная проблема возникает, например, в задачах анализа МРТ снимков, где в качестве промежуточного шага требуется определить ось симметрии исследуемого объекта [1], и в задачах материаловедения, где визуальная симметрия исследуемой структуры является одной из ее характеристик [2].

Изображения, получаемые в результате технологической деятельности, в подавляющем большинстве случаев содержат шум и большое количество сторонних объектов, которые затрудняют нахождение оси симметрии методами анализа инвариантов ключевых точек [3, 4]. Большинство работ, демонстрирующих качественные результаты [5], так или иначе опираются на применение некоторого сформулированного критерия с помощью различных схем голосования. Однако, существующие работы нацелены прежде всего на решение исследуемой проблемы в общем виде, без привязки к конкретным задачам промышленности, и не проводят анализ предлагаемых методов с

целью выявить какую-либо возможную зависимость оптимальных параметров предлагаемого алгоритма от условий конкретной решаемой задачи.

В данной работе делается попытка описать алгоритм поиска оси симметрии как решение задачи оптимизации, и дается возможный анализ параметров полученной математической модели. В качестве практического применения на базе предлагаемой модели формулируется и программно реализуется алгоритм нахождения оси симметрии, основанный на методе консенсуса случайной выборки [6] (Random Sample Consensus, далее RANSAC).

Код программной реализации предлагаемого метода доступен на Github: [7].

Поиск оси симметрии как задача оптимизации

Здесь и далее изображение рассматривается как элемент множества матриц $M^{m \times n}(R)$. Подобное соображение мотивировано тем, что в задачах промышленности изображения редко являются многоканальными дискретными фотографиями [8]. К примеру, значения плотности вещества на радиографических снимках не всегда являются целочисленными величинами, в зависимости от используемого формата данных. В то же время ничто не мешает обобщить результаты, представленные ниже, на случай многоканальных изображений, рассматривая множество матриц $M^{m \times n \times p}(R)$

В [9] показано, что если множество точек Q есть отражение множества точек P относительно некоторой оси симметрии, заданной точкой p и вектором нормали u , то существуют такая матрица вращения R_0 и вектор t , что выполняется

$$\begin{aligned} P_v &= \{(E - 2vv^T)x + 2\langle p_v, v \rangle v \mid x \in P\} \\ P_v &= \{R_0x + t \mid x \in Q\} \end{aligned} \quad (1)$$

для любых v, p_v . Более того, исходная u есть собственный вектор матрицы $(E - 2vv^T)R_0^T$, отвечающий собственному значению -1 , с точностью до постоянного коэффициента, а точка $p = \frac{1}{2}(2\langle p_v, v \rangle R_0 v + t)$ лежит на исходной оси отражения. В дальнейшем без потери общности будем считать, что $v = (1, 0)$, а p_v отвечает середине изображения.

Таким образом, если каким-либо образом были найдены коррелирующие области изображений I и J , полученного из I отражением по вертикальной оси, проходящей через середину изображения, мы можем рассматривать их как множества точек P и P_v , которые позволяют оценить возможную ось симметрии между участком I и соответствующим ему симметричным образом с помощью формул (1). Введем функцию $g(I, J) : M^{k \times k}(R) \times M^{k \times k}(R) \mapsto R$, отражающую некоторую меру сходства (корреляции) между двумя квадратными изображениями размера $k \times k$. Множество таких функций обозначим за Φ_g .

Пусть квадратный участок изображения I с центром в точке x, y коррелирует (в смысле функции g) с квадратным участком с центром в точке x', y' изображения $R_\alpha[J]$, полученного из J путем его поворота относительно центра изображения на угол α . Тогда исходной матрицей вращения будет сама матрица поворота на угол α , и вектор $t = (x - x', y - y') - \frac{1}{2}R_\alpha(n, m) + \frac{1}{2}(n, m)$.

Можно предположить, что если для некоторого α будет найдено большое количество пар подобных коррелирующих участков, для которых вектор $(x - x', y - y')$ имеет одинаковые значения, то на данном изображении действительно присутствует ось симметрии. При этом мы будем отдавать предпочтение небольшим множествам пар подобных участков с высокими коэффициентами корреляции чем обширным областям с малым значением функции g .

Формализуя приведенные выше соображения, задачу поиска оси симметрии можно записать как следующую задачу оптимизации:

$$\sum_{(x,y) \in S} \delta(h(\alpha, t_x, t_y)) \cdot \sum_{(x,y) \in S} h(\alpha, t_x, t_y) \cdot \delta(h(\alpha, t_x, t_y)) \rightarrow \max_{S, \alpha, t_x, t_y}$$
$$\delta(x) = \begin{cases} 1, & x > \varepsilon_g \\ 0, & x \leq \varepsilon_g \end{cases}, \quad (2)$$
$$h(\alpha, t_x, t_y) = g(I_{x,y}^k, (R_\alpha[J])_{x+t_x, y+t_y}^k)$$

где I – исходное изображение, J – его отражение относительно вертикальной оси, проходящей через центр изображения, I_{xy}^k – квадратный участок изображения I размера $k \times k$ с центром в точке (x, y) , $g \in \Phi_g$, $\varepsilon_g \in R$. Максимизация проводится по всем возможным множествам координат точек изображения I , $S \subset \{(x, y) | x \in [0, n], y \in [0, m]\}$, и всем возможным углам α из некоторого заданного множества Σ_α .

Если максимум, найденный при решении задачи (1), слишком мал, то это может говорить об отсутствии оси симметрии на изображении. Для подобного случая можно ввести минимальный порог ε_Σ , при непрохождении которого делается вывод об отсутствии оси симметрии у данного изображения.

Коэффициент k отражает наши представления о возможном размере симметричной области. Если изображение содержит крупные симметричные объекты, то k может принимать значения равные половине ширины или высоты исследуемого изображения. В ситуациях, когда симметричный участок относительно мал, значение k может быть в районе 20-30 пикселей.

Функция g в общем случае является простой сверткой двух изображений, она формализует интуитивное представление о «схожести» изображений в условиях некоторой проблемы. Порог ε_g прямо связан с определением этой функции и переводит ее непрерывное значение в дискретное, как это делается при решении проблем нечеткой логики [10].

Поскольку решение данной задачи аналитическими методами затруднено даже при конкретном виде функции g , а прямой перебор всех возможных множеств S является вычислительно неэффективным методом решения, предлагается для решения поставленной задачи использовать методы случайной выборки, к примеру RANSAC, выбирая на каждой итерации некоторое ограниченное количество элементов множества S .

Предлагаемый алгоритм решения задачи (2)

На вход алгоритму подается исходное изображение I , функция измерения сходства $g \in \Phi_g$, размер квадратного участка k , множество возможных углов Σ_α , пороги ε_g , ε_Σ , число N . Предлагаемый алгоритм состоит в следующем:

1. Данное изображение I отражается относительно вертикальной оси, проходящей через центр изображения. Полученное изображение обозначим как J .
2. Для каждого $\alpha \in \Sigma_\alpha$:
 - 2.1. Выбирается N случайных элементов множества S . Для каждой выбранной точки x, y находится максимум функции $g(I_{x,y}^k, (R_\alpha[J])_{x',y'}^k)$ по x', y' , при этом данные значения могут выбираться случайным образом из заданного интервала допустимых значений.
 - 2.2. Для тех точек, для которых максимум $g(I_{x,y}^k, (R_\alpha[J])_{x',y'}^k)$ превосходит заданный порог ε_g , вычисляются значения $t_x = x - x'$, $t_y = y - y'$, затем вычисляются значения $\omega_t = \sum_{t_x, t_y} g(I_{x,y}^k, (R_\alpha[J])_{x+t_x, y+t_y}^k)$ где суммирование ведется по повторяющимся t_x и t_y . Количество повторяющихся t_x и t_y для каждой пары x, y сохраняется как η_{xy} .

2.3. Ищется значение $\omega_\alpha = \max \omega_t$, соответствующие ему значения t_x , t_y

и η_{xy} запоминаются как $t_{\alpha x}$, $t_{\alpha y}$ и η_α

3. Ищется значение $\alpha = \arg \max(\omega_\alpha \cdot \eta_\alpha)$, соответствующие ему значения $t_{\alpha x}$, $t_{\alpha y}$, как и само α , будут результатами работы алгоритма, если $\omega_\alpha \eta_\alpha > \varepsilon_\Sigma$. В противном случае делается вывод об отсутствии оси зеркальной симметрии.

Пункт 2 предлагаемого алгоритма может быть легко распараллелен (как и любой другой метод, основанный на RANSAC [11]) за счет дополнительных затрат памяти, поскольку итерации по α не зависят от результатов друг друга. Полученные при каждом α значения $t_{\alpha x}$, $t_{\alpha y}$, η_α , ω_α могут храниться в общей памяти и по окончании вычислений к ним может без ограничений применяться пункт 3.

Результаты вычислительных экспериментов

Было проведено сравнение предлагаемого метода с известными методами нахождения оси зеркальной симметрии. Вычислительный эксперимент проводился с использованием изображений из базы, распространяемой New York University (NYU) [12]. Данная база содержит 176 цветных симметричных изображений с информацией о расположении отрезка симметрии для каждого из них, что позволяет формально оценить качество предлагаемого метода.

Качество оценивалось с позиций задачи классификации, как это описано в [13]. Пусть ϕ есть угол между настоящим и оцененным векторами нормали оси симметрии, L_{GT} – длина истинного отрезка симметрии, Δ – расстояние между истинным и оцененными центрами осей симметрии. Тогда считается, что предсказание модели верно, если выполняются оба условия

$|\phi| \leq \frac{\pi}{18}$ и $\Delta < \frac{1}{5} L_{GT}$. Точность алгоритма (trueness) определялась как количество

изображений, для которых была верно предсказана ось симметрии, к общему количеству симметричных изображений в базе. Релевантность (precision) определялась как количество верных предсказаний к общему количеству предсказаний о наличии оси симметрии [14]. Все изображения были сведены к их одноканальным черно-белым представлениям перед экспериментом. Результаты эксперимента представлены в таблице 1.

Таблица №1

Сравнение методов нахождения оси симметрии

	Cicconet (2017)	Cicconet (2016)	Loy (2006)	Предлагаемый метод
Точность	0.92	0.76	0.67	0.84
Релевантность	0.94	0.81	0.73	0.92

При оценке предлагаемого метода использовались следующие параметры: $k = 50$, $N = 200$, $\varepsilon_g = 0.75$, $\varepsilon_\Sigma = 3$, $\Sigma_\alpha = \{0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, \dots, 355^\circ\}$, а функция g определялась как [15]:

$$g(I, J) = \frac{\sum_{x,y} I_{x,y} J_{x,y}}{\sqrt{\sum_{x,y} I_{x,y}^2 \sum_{x,y} J_{x,y}^2}}$$

Эта функция используется в задачах поиска шаблона (template matching).

Промежуточные результаты эксперимента для предлагаемого метода при различных k , N , ε_Σ и при тех же Σ_α , ε_g , как они определены выше, представлены в таблице 2

Таблица №2

Сравнение результатов эксперимента при различных k , N , ε_{Σ}
(Предлагаемый метод)

k	N	ε_{Σ}	Точность	Релевантность
20	200	3	0.72	0.74
20	200	5	0.67	0.75
20	400	3	0.79	0.78
20	400	5	0.74	0.81
50	200	3	0.84	0.92
50	200	5	0.81	0.93
50	400	3	0.83	0.89
50	400	5	0.79	0.91

Визуальная демонстрация предлагаемого метода представлена на рисунках 1 и 2.



Рис. 1. – Визуальная демонстрация работы предлагаемого метода.

Предсказание для левого изображения выполнялось при $k = 50$, для правого – при $k = 20$. Изображения взяты из базы NYU.

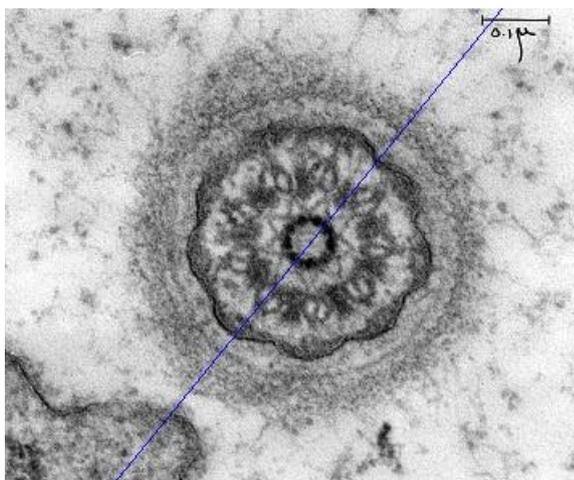


Рис. 2. – Визуальная демонстрация предсказанной оси симметрии на ТЭМ снимке хламидомонады, $k = 20$. Источник изображения: [16].

Вывод

Предлагаемый метод находится на уровне лучших из текущих решений при сравнении на общей базе различных изображений, рис. 1 и 2 демонстрируют, что адаптацией параметров алгоритма под узкий класс изображений можно добиваться качественных результатов. Данный метод позволяет распараллеливание в силу использования RANSAC и может быть использован в различных задачах науки и техники при небольших адаптациях своих параметров.

Литература

1. Liu X. et al. Symmetric-Constrained Irregular Structure Inpainting for Brain MRI Registration with Tumor Pathology. URL: arxiv.org/abs/2101.06775
2. Moeck P. Advances in Crystallographic Image Processing for Scanning Probe Microscop. URL: arxiv.org/abs/2011.13102.
3. Loy G., Eklundh J.-O. Detecting Symmetry and Symmetric Constellations of Features. Computer Vision – ECCV 2006. ECCV 2006 Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer Verlag, 2006. pp. 508–521.

4. Kondra S., Petrosino A., Iodice S. Multi-Scale Kernel Operators for Reflection and Rotation Symmetry: Further Achievements. CVPR 2013. 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. pp. 217–222.
 5. Cicconet M. et al. A convolutional approach to reflection symmetr. URL: arxiv.org/abs/1609.05257.
 6. Fischler M.A., Bolles R.C. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography. Communications of the ACM. 1984. Vol. 24, №6, pp. 381–395.
 7. Symmetry Experiments. URL: github.com/holmuk/symmetry-experiments
 8. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing (3rd edition). Prentice-Hall, 2006, pp. 29–47.
 9. Cicconet M., Hildebrand D. G. C., Elliott H. Finding Mirror Symmetry via Registration. URL: arxiv.org/abs/1611.05971.
 10. Novák V., Perfilieva I. The Principles of Fuzzy Logic: Its Mathematical and Computational Aspects. Lectures on Soft Computing and Fuzzy Logic. Advances in Soft Computing. Berlin: Springer Verlag, 2001. Vol. 11, pp. 189–237.
 11. Hidalgo-Paniagua A. et al. A Comparative Study of Parallel RANSAC Implementations in 3D Space. International Journal of Parallel Programming. 2015. Vol. 43, pp. 703–720.
 12. NYU Symmetry Database. New York University URL: symmetry.cs.nyu.edu.
 13. Liu J. et al. Symmetry Detection from Real World Images Competition 2013: Summary and Results. CVPR 2013. 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. pp. 200–205.
-

14. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results - Part 1: General principles and definitions. International Organization for Standardization URL: iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:5725:-1:ed-1:v1:en.
15. Bradski G. The OpenCV Library. Dr. Dobb's Journal of Software Tools. V. 25. 2000. Pp. 120-125.
16. George E.P. CIL: 37260, Chlamydomonas reinhardtii. CIL. Dataset. Cell Image Library. 2012. URL: cellimagelibrary.org/images/37260.

References

1. Liu X. et al. Symmetric-Constrained Irregular Structure Inpainting for Brain MRI Registration with Tumor Pathology. URL: arxiv.org/abs/2101.06775.
2. Moeck P. Advances in Crystallographic Image Processing for Scanning Probe Microscopy. URL: arxiv.org/abs/2011.13102.
3. Loy G., Eklundh J.-O. Computer Vision – ECCV 2006. ECCV 2006 Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer Verlag, 2006. pp. 508–521.
4. Kondra S., Petrosino A., Iodice S. CVPR 2013. 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. pp. 217–222.
5. Cicconet M. et al. A convolutional approach to reflection symmetry. URL: arxiv.org/abs/1609.05257.
6. Fischler M.A., Bolles R.C. Communications of the ACM. 1984. Vol. 24, №6, pp. 381–395.
7. Symmetry Experiments. URL: github.com/holmuk/symmetry-experiments.
8. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing (3rd edition). Prentice-Hall, 2006, pp. 29–47.
9. Cicconet M., Hildebrand D. G. C., Elliott H. Finding Mirror Symmetry via Registration. URL: arxiv.org/abs/1611.05971.



10. Novák V., Perfilieva I. Lectures on Soft Computing and Fuzzy Logic. Advances in Soft Computing. Berlin: Springer Verlag, 2001. Vol. 11, pp 189–237.
11. Hidalgo-Paniagua A. et al. International Journal of Parallel Programming. 2015. Vol. 43, pp. 703–720.
12. NYU Symmetry Database. New York University URL: symmetry.cs.nyu.edu.
13. Liu J. et al. CVPR 2013. 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. pp. 200–205.
14. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results - Part 1: General principles and definitions. International Organization for Standardization URL: iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:5725:-1:ed-1:v1:en.
15. Bradski G. Dr. Dobb's Journal of Software Tools. V. 25. 2000. Pp. 120-125.
16. George E.P. CIL: 37260, Chlamydomonas reinhardtii. CIL. Dataset. Cell Image Library. 2012. URL: cellimagelibrary.org/images/37260.