

Модификация региональной модели Солоу для управления развитием районов дотационного региона на примере Республики Калмыкия

О.И. Горбанева, А.П. Этеев

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье строится модификация модели управления развитием регионов в составе макрорегиона к сетевой модели районов в составе дотационного региона с учетом расстояний между ними, которые влияют на экономические взаимоотношения регионов. Проводится структурная идентификация параметров модели на примере данных Республики Калмыкия Российской Федерации.

Ключевые слова: сетевая модель, структурная идентификация параметров, дотационный регион, целевые функции, экономические взаимосвязи районов, коэффициент рождаемости, коэффициент смертности, инновационный индекс, основные фонды, трудовое население, конечный продукт, валовый региональный продукт.

Введение

В статье описывается построение математической модели устойчивого развития регионального субъекта с целью последующего ее исследования для прогнозирования его состояния. Также учитываются способы целенаправленного управления регионом. Предполагается, что регион состоит из некоторого числа районов. Модель строится на основе уже модифицированной социо-эколого-экономической модели региона, которая также основана на модели односекторной экономики Рамсея-Солоу. Учитываются возможные связи между районами, влияющие на их экономическое состояние, а следовательно, на экономическое состояние всего региона.

Обзор литературы

Односекторная модель экономики региона описана Р. Солоу в [1]. Она учитывает лишь одну субъектную единицу и один вид производственного сектора, под которым подразумевается вся экономика территориального субъекта. В качестве ресурсов для производства выступают основные фонды региона и трудовое население. Часть дохода от выпуска конечного продукта

производства идет на пополнение основных фондов, который вновь используется для производства на следующем шаге. Оставшаяся часть дохода идет на потребление населения. При этом задача состоит в поиске такой доли от дохода, которая пойдет на пополнение основных фондов, при которой удельное потребление на все время прогнозирования максимально.

В [2] модель Солоу его последователями была расширена на несколько конкурирующих субъектов, а также была дополнена функциями полезности каждого участника (территориального субъекта). Рассмотренная ими модель получила название неоклассической модели экзогенного роста Рамсея-Солоу. В [3] над моделью Рамсея-Солоу введена надстройка в виде верхнего уровня – макрорегиона, объединяющего несколько регионов. Описана социолого-экономическая модель Солоу в виде иерархической игры:

$$Y_i(t) = A_i(t)K_i^{\alpha_i}(t)(R_iL_i)^{1-\alpha_i}(t) \quad (1)$$

$$I_i(t) = s_i(t)Y_i(t) \quad (2)$$

$$C_i(t) = [1 - s_i(t)]Y_i(t) \quad (3)$$

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = \eta_i R_i(t) \quad (4)$$

$$\frac{dK_i(t)}{dt} = -\mu_i K_i(t) + \sum_{j=1}^n k_{ji}(t)I_j(t) \quad (5)$$

$$\frac{dL_i(t)}{dt} = (b_i - m_i)L_i(t); \quad (6)$$

$$P_i^{\alpha}(t) = [1 - c_i^{\alpha}v_i^{\alpha}(t)I_i(t)][B_{Ki}^{\alpha}K_i(t) + B_{Li}^{\alpha}L_i(t)] \quad (7)$$

$$P_i^w(t) = [1 - c_i^wv_i^w(t)I_i(t)][B_{Ki}^wK_i(t) + B_{Li}^wL_i(t)] \quad (8)$$

$$K_i(0) = K_i^0; \quad L_i(0) = L_i^0; \quad R_i(0) = R_i^0; \quad (9)$$

$$\sum_{j=0}^n \kappa_{ij}(t) + v_i^{\alpha}(t) + v_i^w(t) = 1; \quad (10)$$

$$i, j = 0, 1, \dots, n; \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$0 \leq s_i(t) \leq 1; \quad \kappa_{ij} \geq 0; \quad v_i^{\alpha}(t) \geq 0; \quad v_i^w(t) \geq 0 \quad (11)$$

где индекс i обозначает субъект в составе региона (например, район). Время $t = 0, 1, 2, \dots$ в модели изменяется с шагом в один год, $Y_i(t)$ – конечный продукт района в финансовом выражении в году t ; $K_i(t)$ – основные производственные фонды района в году t ; $L_i(t)$ – трудовые ресурсы района в году t ; $L_i(t)$ – эффективность трудовых ресурсов района в году t ; $A_i(t)$ – функция влияния инновационной активности района на производство конечного продукта в году t ; α_i – параметр производственной функции Кобба-Дугласа для района; $I_i(t)$ – величина производственных инвестиций района в году t ; $C_i(t)$ – объем непроизводственного потребления района в году t ; $s_i(t)$ – доля производственных инвестиций района в его конечном продукте в году t ; η_i – параметр роста эффективности трудовых ресурсов района; μ_i – коэффициент амортизации основных фондов района; $\kappa_{ij}(t)$ – доля инвестиций i -го района в деятельность j -го района (коэффициент взаимодействия между агентами); b_i, m_i – коэффициенты воспроизводства и выбытия трудовых ресурсов для района; $P_i^a(t), P_i^w(t)$ – выбросы районом загрязняющих веществ в атмосферу и воду соответственно в году t ; $v_i^a(t), v_i^w(t)$ – ассигнования района на борьбу с загрязнением атмосферы и воды соответственно в году t ; c_i^a, c_i^w – коэффициенты эффективности природоохранных ассигнований; B_{Ki}^a, B_{Ki}^w – удельные выбросы загрязняющих веществ при производственной деятельности в атмосферу и воду соответственно; B_{Li}^a, B_{Li}^w – удельные выбросы загрязняющих веществ при жизнедеятельности трудовых ресурсов в атмосферу и воду соответственно; K_i^0, L_i^0, R_i^0 – заданные начальные значения соответствующих переменных модели.

В [3] критерий оптимальности региона в модели (1)-(11) состоит из суммы двух слагаемых: доход от частной деятельности и от общей. В качестве частных интересов выступают удельное потребление региона, в

качестве же общих интересов берется удельное потребление всего макрорегиона, куда входит регион:

$$\bar{J}_i = \sum_{t=1}^T e^{-\rho t} [c_i(t) + r_i(t)c(t)] \quad (12)$$

В качестве частной функции полезности региона взято удельное потребление (потребление на душу населения) в качестве полезности макрорегиона взято удельное потребление макрорегиона в целом. Коэффициент $r_i(t)$ отражает заинтересованность региона в повышении удельного потребления всего макрорегиона. В [4, 5] описаны модели регионального развития, исследование которых основано на применении эконометрического подхода. В [6] задача развития регионом рассматривается с точки зрения интеграции концепций регионального и пространственного развития.

Математическая модель

Данная работа рассматривает взаимодействие районов в составе региона. Имеется регион, который делится на районы. Районы региона составляют сеть, связи между районами характеризуются расстоянием между районами, а также уровнем их взаимодействия в виде вложений денежных средств в развитие друг друга. Причем расстояние между районами является параметром модели, а коэффициент взаимодействия – параметр управления района. Расстояние между районами также может влиять на заинтересованность района в благосостоянии другого района.

Построение модели и ее идентификация основываются на примере районов Республики Калмыкия. Для Калмыкии не рассматриваются экологические соотношения (7) -(8), так как эти соотношения учитывают производственный и потребительский характер экологических проблем региона. Экологические проблемы Калмыкии больше связаны с природными

ее особенностями и климатическим поясом. Также в данном исследовании будут рассматриваться административный и экономический механизм управления, так как Калмыкия является дотационным регионом Российской Федерации.

Итак, мы модифицируем модель (1) -(12) следующим образом. Модель региона изменяется по сравнению с (1) -(12): 1) пополнением производственных фондов за счет субсидий и отсутствием экологических ограничений, 2) зависимостью целевых функций участников системы от расстояния между районами, 3) отсутствием экологических соотношений (7) -(8) и в связи с этим модификацией условия (11); 4) зависимостью коэффициентов рождаемости и смертности от уровня потребления. Модифицированная модель имеет следующий вид:

$$Y_i(t) = A_i(t)K_i^{\alpha_i}(t)(R_i(t)L_i(t))^{1-\alpha_i} \quad (13)$$

$$I_i(t) = s_i(t)Y_i(t) \quad (14)$$

$$C_i(t) = [1 - s_i(t)]Y_i(t) \quad (15)$$

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = \eta_i R_i(t) \quad (16)$$

$$\frac{dK_i(t)}{dt} = -\mu_i K_i(t) + \sum_{j=1}^n k_{ji}(t, d_{ij})I_j(t) + Sub_i(t) \quad (17)$$

$$\frac{dL_i(t)}{dt} = (b_i(C_i) - m_i(C_i))L_i(t); \quad (18)$$

$$K_i(0) = K_i^0; \quad L_i(0) = L_i^0; \quad R_i(0) = R_i^0; \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n \kappa_{ij}(t, d_{ij}) = 1; \quad (20)$$

$$i, j = 0, 1, \dots, n; \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$0 \leq s_i(t) \leq 1; \quad \kappa_{ij} \geq 0; \quad (21)$$

где ко всем предыдущим обозначениям добавляются обозначения $Sub(t)$ – субсидии региону со стороны государства, $Sub_i(t)$ – часть от субсидий региону, достаемая району; постоянные параметры в модели (1) – (12) b_i

рождаемости и m_i смертности зависят в модели (13) – (21) от потребления, в условии (17) коэффициент взаимопомощи κ_{ij} включает в себя зависимость от расстояния между районами d_{ij} . То есть два постоянных коэффициента в модели из числового параметра становятся функциями. Коэффициент рождаемости $b_i(C_i)$ – становится функцией от текущего уровня жизни, характер зависимости которой неоднозначен. Коэффициент смертности $m_i(C_i)$ также рассматривается как функция, убывающая по своему аргументу, отвечающему за текущий уровень жизни населения. А вот управляющий параметр в модели (1)-(12) являлся функцией только от параметра t , теперь будем считать его еще и убывающей функцией от параметра d_{ij} .

Введем целевую функцию района. Так как Калмыкия является слабым экономически дотационным регионом Российской Федерации, то самой важной задачей района будет развитие собственной экономики, а именно повышение валового районного продукта (ВРП) с учетом его дисконтирования во времени:

$$\bar{J}_i = \sum_{t=1}^T e^{-\rho t} Y_i(t) \rightarrow \max \quad (22)$$

За целевую же функцию всего региона возьмем функцию общественного благосостояния всех его районов, но не утилитарную, а взвешенную:

$$J = \sum_{i=1}^n \alpha_i J_i.$$

То есть, каждый район имеет свой вес α_i в целевой функции Центра (региона). Будем считать, что вес каждого района пропорционален его населению. Прием для аналитического исследования в целях упрощения выкладок предположим, что вес определяется на основе начального вектора населения районов региона, т.е. $\alpha_i = \frac{L_{i0}}{\sum_{i=1}^n L_{i0}}$. Это предположение основывается на предположении примерно одинакового темпа развития

динамики населения регионов, на отсутствии предполагаемого скачка рождаемости или смертности в определенных районах региона. В целях имитационного моделирования можно рассмотреть возможность изменения весов во времени в зависимости от изменений численности населения в районах, т.е. $\alpha_i(t) = \frac{L_i(t)}{\sum_{i=1}^n L_i(t)}$.

То есть, целевой функцией региона будем считать:

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{L_{i0}}{\sum_{i=1}^n L_{i0}} J_i = \frac{\sum_{i=1}^n L_{i0} J_i}{\sum_{i=1}^n L_{i0}} \rightarrow \max$$

при ограничении на распределение бюджета между районами:

$$\sum_{i=1}^n Sub_i(t) = Sub(t), t = 0, 1, 2, \dots, T-1$$

Идентификация структурных параметров модели

Проведем структурную идентификацию следующих параметров модели (13) -(22):

1) Матрица $D = d_{ij}$ характеризует расстояние между районами. В связи с этим матрица D симметрична относительно главной диагонали, а ее элементы неотрицательны, т.е. $d_{ij} = d_{ji}$, $d_{ii}=0$, $i, j=1, \dots, n$. За расстояние между районами будем брать расстояние между районными центрами.

2) Функция $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ характеризует зависимость взаимодействия районов от расстояния между ними. Рассматриваемая функция убывает по величине d_{ij} : чем меньше расстояние между районами, тем больше взаимодействие между ними, тем больше обмен товарами и миграционный обмен. Если расстояние между районами стремится к нулю (районы-соседи), то взаимодействие между ними максимально, но конечно. При увеличении расстояния взаимодействие уменьшается и стремится к нулю. Причем функция $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ выпукла, так как чем ближе объект, тем

ценнее взаимосвязь с ним, чем расстояние, которое надо преодолеть. Т.е. функция $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ имеет вид, изображенный на рисунке 1.

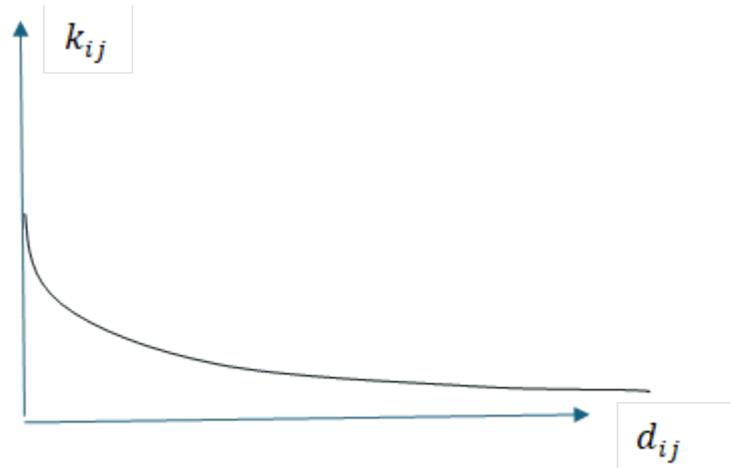


Рис. 1. – График функции $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$.

Одной из функций, удовлетворяющих такому виду функции, является функция вида:

$$\kappa_{ij}(t, d_{ij}) = \kappa_i(t) p_{ij}(t) e^{-d_{ij}}$$

где коэффициент p_{ij} отражает уровень благополучия отношений между районами, $p_{ij} \in [0, 1]$. Будем считать, что $p_{ij} = 1$, т.е. к себе район относится хорошо, не хуже, чем к другим. Чем он выше, тем выше взаимодействие регионов. Коэффициенты κ_i район i выбирает таким образом, чтобы выполнялось взаимоотношение (20). Заметим, что $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ не зависит от экономического благосостояния района, так как $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ – это не сами вложения района в развития другого, а их доля от имеющегося ВРП.

Отметим, что функции $\kappa_{ij}(t, d_{ij})$ не симметричны не смотря на симметричность элементов матрицы D . То есть $\kappa_{ij}(t, d_{ij}) \neq \kappa_{ji}(t, d_{ij})$. Это можно объяснить тем, что один из взаимодействующих районов может вкладывать в развитие другого района больше средств, чем получает взамен. Это зависит от связей с другими районами. Также отметим, что при $i=j$ получаем коэффициент $\kappa_i(t) p_{ii}(t) = \kappa_i(t)$.

Рассмотрим условие (20):

$$\sum_{j=1}^n \kappa_{ij}(t, d_{ij}) = 1$$

или:

$$\sum_{j=1}^n k_i(t) p_{ij}(t) e^{-d_{ij}} = 1.$$

Отсюда:

$$k_{ij}(t, d_{ij}) = \frac{p_{ij}(t) e^{-d_{ij}}}{\sum_{j=1}^n p_{ij}(t) e^{-d_{ij}}}$$

Также отметим, что в силу графика (рис.1), получим, что район больше всего средств выделяет тому, району, расстояние до которого равно 0 и уровень благополучия отношения максимален, т.е. самому себе, что согласуется с логическими рассуждениями.

3) Функция $m_i(C_i)$ – функция зависимости доли смертности населения района от уровня жизни, т.е. от показателя уровня потребления в районе. Функция $m_i(C_i)$ убывает по величине C_i . Т.е. чем выше уровень потребления в обществе, тем меньше смертность и наоборот. При почти нулевом потреблении общества, смертность максимальна и равна всей численности населения. Т.е.:

$$\lim_{C_i \rightarrow 0} m_i(C_i) = 1,$$

Но при начальных вложениях смертность быстро начинает падать. Начиная с определенного момента снижение смертности замедляется. При достаточно высоком потреблении без ограничений смертность минимальна, но не исчезает.

$$\lim_{C_i \rightarrow \infty} m_i(C_i) = m_i^{\min}$$

Графически эту функцию можно изобразить в виде, изображенном на рисунке 2.

Одна из функций, удовлетворяющая данному виду и условиям выше:

$$m_i(C_i) = \frac{1}{C_i^2 + \frac{1}{1 - m_i^{min}}} + m_i^{min}.$$

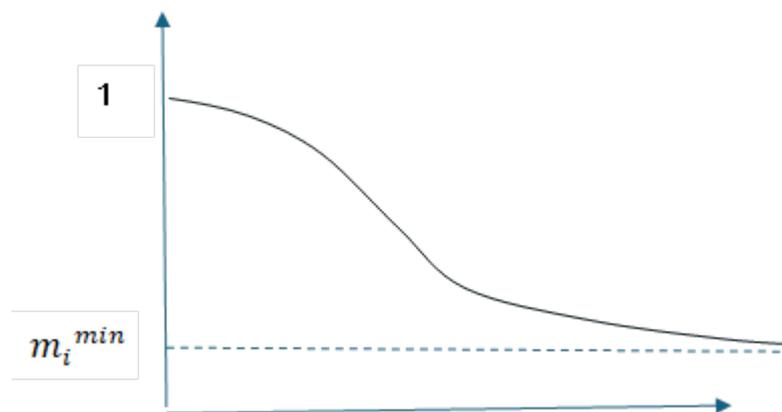


Рис. 2. –График функции $m_i(C_i)$.

4) функция $b_i(C_i)$ – функция зависимости доли рождаемости населения показателя уровня потребления в районе. Для идентификации ланной функции использованы данные из [7]. Предложим возрастающий характер функции рождаемости. Будем считать, что динамика рождаемости повторяет динамику численности популяции в модели Ферхюльста-Пирла, ее вид равен:

$$b = \frac{D(e^{dc} - 1)}{e^{dc} + D}$$

где D, d – неотрицательные параметры функции (Рис.3).

5) Вид функции $A_i(t)$. В (Стратегия социально-экономического развития Республики Калмыкия на период до 2030 года // Министерство экономического развития Российской Федерации. URL: economy.gov.ru/material/file/b6881a9ff750bba130a312d35a3a9389/9119rk.pdf) найдены значения глобального индекса инноваций России, а в [8] -

регионального индекса инноваций Калмыкии за некоторые годы последнего десятилетия. Эти индексы отразим в таблице 1.

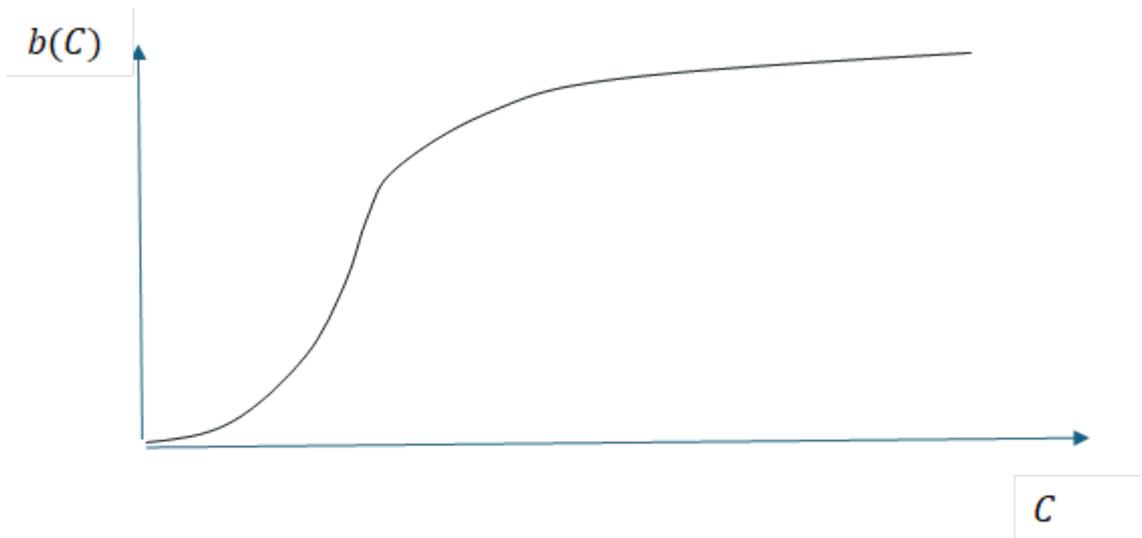


Рис. 3. – График функции $b_i(C_i)$.

Таблица 1.

Индексы инновационного развития России и Калмыкии.

Годы	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Россия	39,3	38,5	38,8	37,9	37,6	35,6	36,6	34,3	33,3	29,7
Калмыкия	19,44	19,69	18,92		21,06	23,81	24,69	22,27		

Графически это выглядит следующим образом (Рисунок 4).

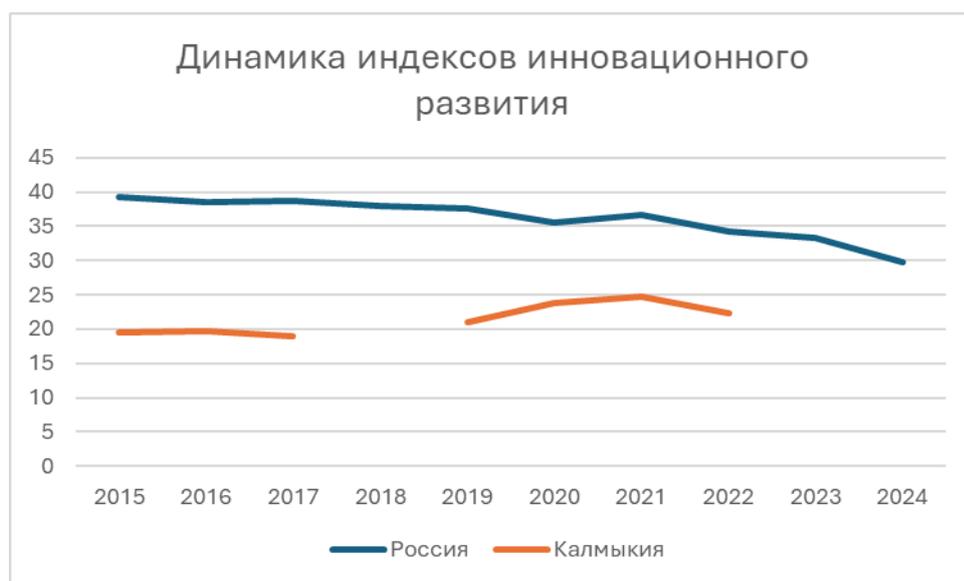


Рис. 4. – График индексов инновационного развития России и Калмыкии.

Аппроксимируем кривую инновационного индекса Калмыкии методом наименьших квадратов. В [9, 10] отражена общая методика нахождения зависимости влияния инноваций на ВВП. Представим аппроксимирующую кривую индекса в виде квадратичной функции: $y = at^2 + bt + c$. Реальные значения индекса в годы 2015-2022 имеет вид $y_t = at^2 + bt + c + \varepsilon_t$. Погрешности ε_t надо минимизировать. Для упрощения расчетов изменим нумерацию годов: 2015 год возьмем за начальный (нулевой), 2016 - первый, 2017- второй, итд, 2022 – седьмой. В таблице 2 задана функция индекса инновационного развития Калмыкии.

Таблица 2.

Функция индекса инновационного развития Калмыкии.

t	0	1	2	4	5	6	7
y_t	19,44	19,69	18,92	21,06	23,81	24,69	22,27

Составим соответствующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 19,44 = c + \varepsilon_0, & t = 0, \\ 19,69 = a + b + c + \varepsilon_1, & t = 1, \\ 18,92 = 4a + 2b + c + \varepsilon_2, & t = 2, \\ 21,06 = 16a + 4b + c + \varepsilon_4, & t = 4, \\ 23,81 = 25a + 5b + c + \varepsilon_5, & t = 5, \\ 24,69 = 36a + 6b + c + \varepsilon_6, & t = 6, \\ 22,27 = 49a + 7b + c + \varepsilon_7, & t = 7. \end{cases}$$

Составим критерий минимизации квадратов погрешностей и продифференцируем выражение по искомым коэффициентам:

$$131a + 25b + 7c = 149,88$$

$$757a + 131b + 25c = 564,85,$$

$$4595a + 757b + 131c = 3007,65.$$

Решив систему, получим значения коэффициентов $a = -0,0156$, $b = 0,817$, $c = 18,795$. То есть:

$$A(t) = 1 + \frac{y}{100} = -0,000156(t - 2015)^2 + 0,00817(t - 2015) + 1,18795$$

Итак, проведена структурная идентификация функциональных параметров модели (13) -(22).

Заключение

В статье построена модифицированная социо-экономическая модель Солоу, примененная к районам дотационного региона России. Проведена структурная идентификация функциональных параметров модели.

В дальнейшем предполагается при помощи построенной модели изучить, как взаимодействие регионов влияет на их поведение, на их благосостояние, и на благосостояние всего региона. Предполагается найти предпочтительный регламент отношений для каждого участника системы, а именно, для региона, для экономически сильного района, для экономического слабого района. Также предполагается определить влияние введения сети на поведение районов, а именно - зависит ли взаимодействие районов от расстояния между ними.

Литература

1. Solow R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function // The Review of Economics and Statistics. 1957. 39(3). pp. 312—320.
2. Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ougolnitsky, G.A. Public-Private Partnership in Regional Development as a Tool of Sustainable Management // Journal of Sustainability Research. 2024. №6(3). p. 240049.
3. Anopchenko T., Gorbaneva O., Lazareva E., Murzin A., Ougolnitsky G. Modeling Public-Private Partnerships in Innovative Economy: A Regional Aspect // Sustainability. 2019. №11(20). С. 5588.
4. Шегельман, И.Р., Рудаков, М.Н. О приложении ресурсной теории к оценке конкурентных преимуществ региона в области рационального



природопользования // Инженерный вестник Дона, 2014, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2232.

5. Борукаев, А.З. Управленческие приоритеты регионального социально-экономического развития // Инженерный вестник Дона, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/464.

6. Аджиев А.А., Нови И. Н. Моделирование и управление пространственным развитием регионов: методологические подходы и инструменты // Научный аспект, т.5, №6, 2024, с. 542-548.

7. Россия и страны мира. Официальное издание // Федеральная служба государственной статистики. URL: rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Strani_mira_2022.pdf (дата обращения: 01.11.2024).

8. Рейтинг инновационного развития регионов России // Национальный исследовательский институт "Высшая школа экономики". URL: region.hse.ru/rankingid15 (дата обращения: 01.11.2024).

9. Никонова Я.И. Оценка влияния инноваций и их финансирования на экономический рост национальной экономики // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. 11 (53). URL: research-journal.org/archive/11-53-2016-november/ocenka-vliyaniya-innovacij-i-ix-finansirovaniya-na-ekonomicheskij-rost-nacionalnoj-ekonomiki (дата обращения: 01.11.2024). Doi: 10.18454/IRJ.2016.53.190.

10. Шимановский Д.В. Инновации как фактор экономического роста регионов России: эконометрический анализ // Вестник Пермского университета. Серия: экономика. 2022. №17(2). С. 145-160.

References

1. Solow R. M. Technical The Review of Economics and Statistics. 1957. 39(3). pp. 312—320.



2. Gorbaneva, O.I., Murzin, A.D., Ougolnitsky, G.A. Journal of Sustainability Research. 2024. №6(3). p. 240049.
3. Anopchenko T., Gorbaneva O., Lazareva E., Murzin A., Ougolnitsky G. Sustainability. 2019. №11(20). p. 5588.
4. Shegel'man, I.R., Rudakov, M.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2014, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2014/2232.
5. Borukaev, A.Z. Inzhenernyj vestnik Dona, 2011, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2011/464.
6. Adzhiev A.A., Novi I. N. Nauchnyj aspekt, t.5, №6, 2024, pp. 542-548.
7. Rossiya i strany mira. Ofitsial'noe izdanie [Russia and countries of the world. Official edition]. Federal'naya sluzhba gosudarstvennoy statistiki. URL: rosstat.gov.ru/storage/mediabank/Strani_mira_2022.pdf (Date accessed 01.11.2024).
8. Reyting innovatsionnogo razvitiya regionov Rossii [Rating of innovative development of Russian regions]. Natsional'nyy issledovatel'skiy institut "Vysshaya shkola ekonomiki". URL: region.hse.ru/rankingid15 (Date accessed 01.11.2024).
9. Nikonova Ya.I. Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal. 2016. 11 (53). URL: research-journal.org/archive/11-53-2016-november/ocenka-vliyaniya-innovacij-i-ix-finansirovaniya-na-ekonomicheskij-rost-nacionalnoj-ekonomiki (Date accessed 01.11.2024). Doi: 10.18454/IRJ.2016.53.190.
10. Shimanovskiy D.V. Vestnik Permskogo universiteta. Seriya: ekonomika. 2022. №17 (2). pp. 145-160.

Дата поступления: 18.12.2024

Дата публикации: 25.02.2025