



К теории дифракции поверхностных волн на открытом конце планарной композиционной структуры с искусственной средой

А.И. Киреева, И.П. Руденко

Волгоградский государственный технический университет

Аннотация: Проведено теоретическое исследование дифракции поверхностных волн на открытом конце планарной композиционной структуры. Представлены решения волнового уравнения и возможные значения постоянных распространения волн в комплексной плоскости поперечных волновых чисел. Получены графические зависимости коэффициента отражения первых направляемых магнитных мод от приведённого поперечного размера структуры для различных значений параметров градиентности поперечных профилей элементов тензора диэлектрической проницаемости волноведущего слоя.

Ключевые слова: композиционная структура, собственные волны дискретного спектра, градиентный тензор диэлектрической проницаемости, коэффициент отражения первых магнитных мод.

Математическая теория волн в регулярной композиционной структуре с материальными характеристиками без потерь является недостаточной для описания волноведущих свойств реальной структуры [1-3]. Это в первую очередь объясняется тем, что собственные волны дискретного и непрерывного спектра распространяются и излучаются такой структурой без каких-либо деформаций и искажений [4]. На практике на волны такой идеализированной структуры накладываются различного рода нерегулярности параметров волноведущей среды и ее границ. К ним можно отнести нерегулярности реальной модели композиционной структуры, обусловленные конечными размерами как в поперечном так и продольном направлении. Поэтому возникает множество вопросов при взаимодействии собственных волн смешанного спектра с существенной нерегулярностью, вызванной наличием открытого конца волновода, согласованием нескольких структур с различными характеристиками и параметрами внутренней среды, свойствами направляемых волн [5-7].



Ключевым моментом исследования влияния отмеченных нерегулярностей является анализ волновых свойств конечного отрезка структуры с искусственной внутренней средой. Для этого необходимо получить системы электромагнитных волн дискретного и непрерывного спектра структуры с композицией, в общем случае, градиентных, анизотропных, нелинейных материальных характеристик волноведущей среды. Знать взаимосвязи направляемых волн с волнами излучения (формирование диаграммы направленности) и механизмы их взаимного перехода. Решение таких задач имеет самостоятельное значение и встречает большие математические трудности. В рамках указанных проблем проведем исследование дифракции направляемых поверхностных волн на открытом конце планарной структуры с продольными размерами $-\infty < z < 0$. Полупространство $z > 0$ имеет однородные материальные характеристики ε_c, μ_c . Диэлектрическая проницаемость волноведущего слоя описываются тензором, главные оси которого совпадают с осями выбранной системы координат, а его элементы зависят от поперечных координат по обобщенным законам [8]. На открытый конец композиционной структуры падают направляемые волны. Необходимо проанализировать процессы отражения, дифракции, трансформации собственных волн в себя, в другие поверхностные волны и зависимость излучения от параметров градиентной анизотропной среды.

Геометрия волноведущей структуры предполагает отсутствие зависимости от поперечной координаты y , тогда $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. В этом случае система уравнений Максвелла распадается на две независимые системы, которые распишем с учетом того, что вдоль оси z распространяется бегущая волна $\exp(-j \varphi z)$

$$\varphi H_y = \omega \varepsilon_{xx}(q_0, q_1, \dots, q_n, x) E_x, \quad (1)$$



$$-j \wp H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega \varepsilon_{yy}(q_0, q_1, \dots, q_n, x) E_y, \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega \varepsilon_{zz}(q_0, q_1, \dots, q_n, x) E_z, \quad (3)$$

$$\wp E_y = -\omega \mu_{\text{вн}} H_x, \quad (4)$$

$$-j \wp E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega \cdot \mu_{\text{вн}} H_y, \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega \mu_{\text{вн}} H_z, \quad (6)$$

где q_0, q_1, \dots, q_n – параметры градиентности элементов тензора диэлектрической проницаемости. Для поперечной составляющей электрического поля справедливо представление $E_y = W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, x) \exp(-j \wp z)$. Функции поперечного сечения $W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, x)$ удовлетворяют квазидифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, x)}{dx^2} + \omega^2 \mu_{\text{в}} \varepsilon_{yy}(q_0, q_1, \dots, q_n, x) W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, x) = \wp^2 W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, x), \quad (7)$$

где χ, \wp поперечное и продольное волновые числа, причем:

$$\chi^2 = K^2 \varepsilon_{yy}^V - \wp^2, \quad K^2 = \omega^2 \mu_{\text{в}} \frac{\varepsilon_{\text{вн}}}{\varepsilon_{yy,m}} \cdot \varepsilon_{yy,m}^V = \omega^2 \mu_{\text{в}} \varepsilon_{zz,m}^V \cdot \varepsilon_{yy}^V = K^2 \cdot \varepsilon_{yy}^V.$$

Общее решение уравнения (7) представляется в виде линейнонезависимых специальных волновых функций, которые считаем известными [7]

$$W(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, \tilde{x}) = C_1 W_1(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, \tilde{x}) + C_2 W_2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi, \tilde{x}), \quad (8)$$

Амплитудные коэффициенты определяются из граничных условий. Для направляемых магнитных волн их можно представить

$$\begin{aligned} C_1 W_1(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, 1) + C_2 W_2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, 1) &= 0, \\ C_1 W_1(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, -1) + C_2 W_2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, -1) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Нетривиальные решения системы уравнений существуют, если

$$\begin{vmatrix} W_1(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, 1) & W_2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, 1) \\ W_1(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, -1) & W_2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, -1) \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Из детерминанта (10) получаем дискретное множество действительных собственных волновых чисел χ_l , которые дают систему собственных поверхностных волн удовлетворяющих условию полноты на нормированном интервале $[-1; 1]$. Собственные числа χ_l при $l \geq 1$ дают быстрые волны $\varrho_l = \sqrt{K^2 \chi_l^2} < K$. Расположение корней в комплексной плоскости поперечного волнового числа χ показано на рис.1. на нем также показан разрез по $\text{Im}(\varrho) = \text{Im}(K^2 - \chi^2)^{1/2} = 0$. Ортогональность функций поперечного сечения, например для магнитных волн, для разных номеров l можно записать в виде [9].

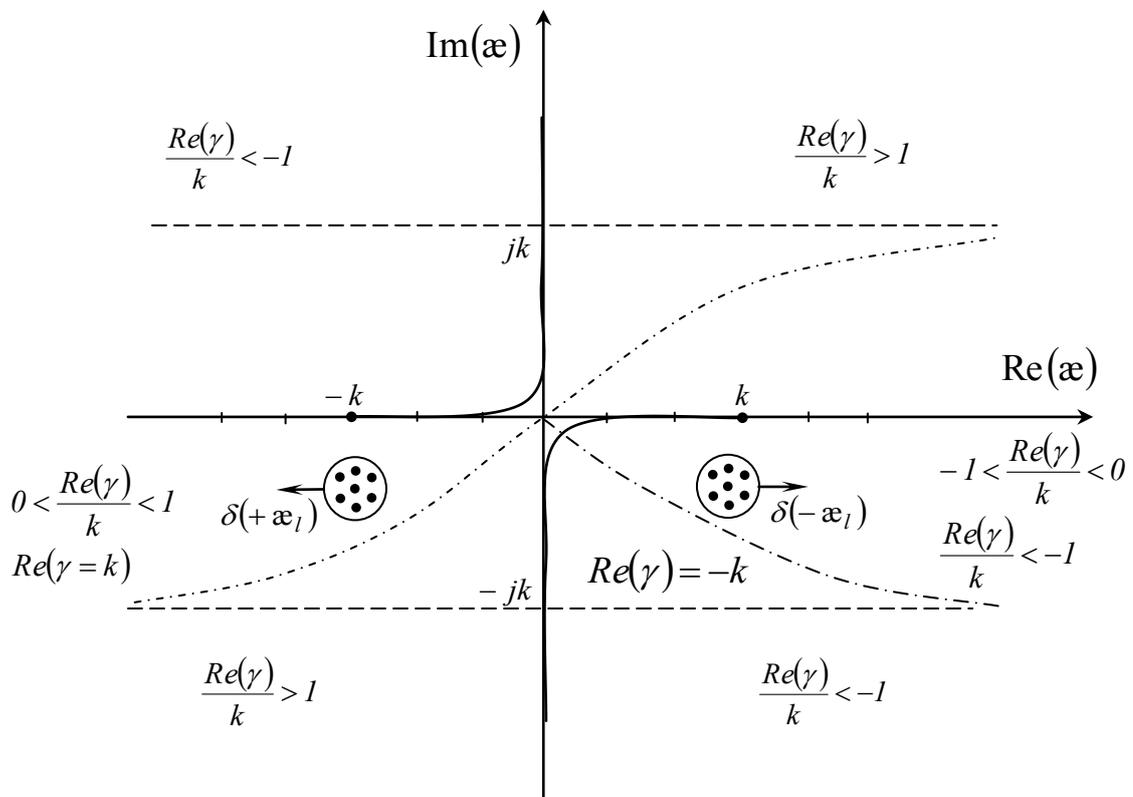


Рис. 1. – Дислокация собственных волновых чисел направляемых мод градиентноанизотропной структуры.



$$\int_{-l}^l W_{l,l}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, \tilde{x}) W_{l,v}^*(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \tilde{x}) d\tilde{x} =$$

$$= N_l^2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l) \cdot \delta_{lv}, \quad (11)$$

где $N_l^2(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l)$ – связан с переносимой мощностью поверхностными волнами.

На открытый конец волноведущей структуры падает собственная волна порядка l , амплитуда которой $A_{l,l}$. Поперечную составляющую ее электрического поля можно записать

$$E_y^{(n)} = A_{l,l} W_{l,l}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_l, \tilde{x}) \exp(-j \varphi_l z). \quad (12)$$

Отраженную волну представляем в виде полного набора направляемых волн рассматриваемой структуры

$$E_y^{(omp)} = \sum_{i=1} B_i W_{1,i}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_i, \tilde{x}) \exp(-j \varphi_i z). \quad (13)$$

За пределами структуры поперечная составляющая электрического поля дифрагированной моды $E_y^{(g)}$ отыскивается из решения уравнения (1) с однородными диэлектрической и магнитной проницаемостью. С другой стороны дифрагированное поле вне волновода для которого справедливо условие Зоммерфельда может быть представлено интегралом Фурье

$$E_y^{(g)}(x, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} D(\beta) e^{i(\beta x + \sqrt{K^2 - \beta^2} z)} d\beta. \quad (14)$$

Используя граничные условия при $z=0$ (равенстве тангенциальных составляющих электрического и магнитного поля)

$$E_y^{(g)}(x, 0) = E_y^{(n)} + E_y^{(omp)}, \quad \frac{\partial E_y^{(g)}}{\partial z} = \frac{\partial E_y^{(n)}}{\partial z} + \frac{\partial E_y^{(omp)}}{\partial z}, \quad (15)$$

получаем из первого равенства

$$D(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=0}^{\infty} B_i \cdot \int_{-1}^{+1} W_{1,j}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_j, \tilde{x}) \exp(-j \beta \tilde{x}) d\tilde{x} +$$



$$+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=0}^{\infty} A_{1,m} \delta_{im} \int_{-1}^{+1} W_{1,i}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_i, \tilde{x}) \exp(-j\beta \tilde{x}) d\tilde{x} \quad (16)$$

а из второго равенства с учетом первого выражения при $|\tilde{x}| < 1$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\langle \sum_{i=0}^{\infty} (B_i + A_{1,m} \delta_{im}) \int_{-1}^{+1} W_{1,i}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_i, \tilde{x}) \exp(-j\beta \tilde{x}) d\tilde{x} \right\rangle (K^2 - \beta^2)^{1/2} \times \exp(j\beta \tilde{x}) d\beta = \sum_{i=0}^{\infty} (A_{1,m} \cdot \delta_{im} - B_i) \wp_m \cdot W_{1,i}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_i, \tilde{x}) \quad (17)$$

Для получения системы линейных алгебраических уравнений воспользуемся ортонормируемостью собственных волн дискретного спектра [10]. Домножим левую и правую части равенства (17) на $W_{1,v}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \tilde{x})$ и проинтегрируем в интервале $x \in [-1; 1]$ с учетом ортонормированности специальных функций поперечного сечения. После этого она имеет следующий вид

$$T(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \chi_i) \cdot A = Z(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \chi_i), \quad (18)$$

$$T = \begin{bmatrix} (\Psi_{11} + \wp_1 \delta_{11}) (\Psi_{12} + \wp_1 \delta_{12}) (\Psi_{13} + \wp_1 \delta_{13}) \dots (\Psi_{1j} + \wp_1 \delta_{1j}) \\ (\Psi_{21} + \wp_2 \delta_{21}) (\Psi_{22} + \wp_2 \delta_{22}) (\Psi_{23} + \wp_2 \delta_{23}) \dots (\Psi_{2j} + \wp_2 \delta_{2j}) \\ (\Psi_{v1} + \wp_v \delta_{v1}) (\Psi_{v2} + \wp_v \delta_{v2}) (\Psi_{v3} + \wp_v \delta_{v3}) \dots (\Psi_{vj} + \wp_v \delta_{vj}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ \vdots \\ B_j \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} A_{1,m} (\wp_1 \delta_{m1} - \Psi_{m1}) \\ A_{1,m} (\wp_2 \delta_{m2} - \Psi_{m2}) \\ A_{1,m} (\wp_3 \delta_{m3} - \Psi_{m3}) \\ \vdots \\ A_{1,m} (\wp_v \delta_{mv} - \Psi_{mv}) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Матричные элементы уравнения (18) можно представить следующими выражениями:



$$\begin{aligned} \psi_{vi}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \chi_i) = & (2\pi)^{-1} \int_{-\infty-1}^{+\infty} \int_0^1 W_{1,v}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_v, \tilde{x}) e^{(-j\beta \tilde{x})} d\tilde{x} \cdot \\ & \cdot (K^2 - \beta^2)^{1/2} \int_{-1}^1 W_{1,i}(q_0, q_1, \dots, q_n, \chi_i, \tilde{x}) e^{(-j\beta \tilde{x})} d\tilde{x} d\beta. \end{aligned} \quad (21)$$

Анализ системы матричных уравнений показывает три доминирующие тенденции, которые связаны с отражением падающей волны на открытый конец волноведущей структуры с искусственной средой, ее преобразование в другие распространяющиеся моды и излучение дифрагированного поля в окружающее пространство. Композиция анизотропно-градиентной среды волноводного канала оказывает существенное влияние на перечисленные явления. Коэффициент отражения одной из низших типов магнитных волн в рассматриваемой структуре по сравнению с таковым в обычной структуре отличен от нуля в относительно малой окрестности критического приведенного поперечного размера за счет создания большей локализации поля распространяющейся волны (рис.2) (быстрее формируется волновой канал).

В композиционной структуре наблюдается увеличение критической толщины для второй магнитной волны из-за создания фокусирующих распределений элементов тензора диэлектрической проницаемости, расположенных на его главной диагонали. Это приводит к тому, что падающая волна при отражении от открытого конца структуры в основном трансформируется в саму себя. Дальнейший рост приведенных поперечных размеров вызывает рост коэффициента отражения и излучение волн из структуры. При тех или иных значениях толщины волноведущего слоя коэффициент отражения волн дискретного спектра может быть, как больше так и меньше коэффициента отражения волн в однородной структуре. Когда приведенные поперечные волноведущего слоя принимают достаточно

большие значения, то коэффициент отражения магнитных и электрических волн однородной и композиционной структур стремится к френелевскому.

$Re(r_{TE})$

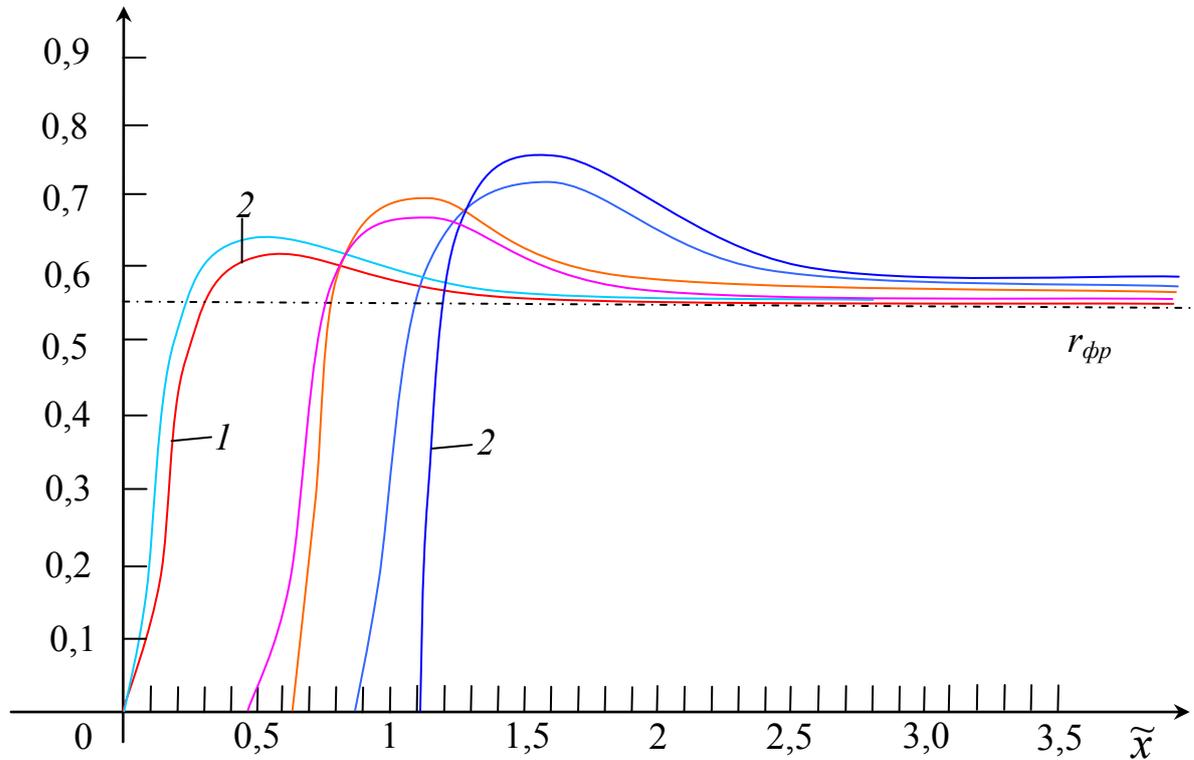


Рис. 2. – Зависимость коэффициента отражения на открытом конце композиционной структуры низших поверхностных мод от приведенного поперечного размера для различных значений параметров градиентности распределений элементов тензора диэлектрической проницаемости при

$$\varepsilon_{yy}(q_0, q_2, x) = \varepsilon_{yy,m}(q_0 - q_n x^n);$$

$\varepsilon_{yy}^v = 0,9804$: 1 – $q_0 = 1, q_n = 0, \chi_{кр,TE_2} = 1,57, \chi_{кр,TE_3} = 3,14$; 2 – $q_0 = 1, n = 2, q_2 = 1,21 \cdot 10^{-2}, \chi_{кр,TE_2} = 1,914, \chi_{кр,TE_3} = 3,667, \tilde{x}_{кр,TE_2} = 0,61, \tilde{x}_{кр,TE_3} = 1,17$.

Так как в реальных структурах значение элементов тензора диэлектрической проницаемости незначительно отличается от материальных параметров внешней среды, то энергия отраженной направляемой волны намного больше энергии волн непрерывного спектра, вызывающих процессы



излучения в окружающую среду. Указанная тенденция проявляется в конечном диапазоне приведенных поперечных размеров структуры вплоть до критического следующей направляемой волны. С увеличением трансформации падающей волны необходимо учитывать волны излучения свойственные анизотропно-градиентной структуре. Если предположить, что поле излучения преимущественно направляется вперед, то преобразование в другие направляемые волны незначительно. Отмеченное равнозначно еще и потому, что недиагональные матричные элементы (21) намного меньше, чем диагональные, что значительно упрощает анализ матричных уравнений.

Литература

1. Бакеева И.В. Наноструктуры: основные понятия, классификация, способы получения. – 2-е изд. М.: МИТХТ им. М. К. Ломоносова, 2008. 68 с.
2. Иванов О.В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. Ульяновск: УлГТУ, 2010. 262 с.
3. Dmitry A. Yakovlev, Vladimir G. Chigrinov, Hoi-Sing Kwok. Modeling and Optimization of LCD Optical Performance. John Wiley & Sons, 2015. 584 p.
4. Rego G., Caldas P., Ivanov O.V., "Coupling to antisymmetric modes in long-period gratings", Livro das Actas da 16 Conferencia Nacional de Fisica, Portugal, Lisbon, Sept. 3 – 6, 2008, p. 212.
5. Руденок И.П., Киреева А.И., Филичева Т.В. Распространение волн в кристаллических структурах с искусственной композиционной средой // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2011, Т 14, №2. С. 10-15.
6. Руденок И.П., Агишева Н.Н., Руденок А.И. О некоторых краевых задачах теории базовых композиционных волноведущих структур // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2003, Т.6, №4. С.5-12.



7. Руденок И.П., Киреева А. И., Филичева Т.В. Поверхностные волны вдоль слоев градиентности в периодических композиционных структурах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2012, Т.15, №4. С. 41-47.

8. Руденок И.П., Руденок А.И. К теории волн в открытых анизотропных нелинейных градиентных волноведущих структурах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2001, Т.4, №2. С. 10-15.

9. Киреева А.И., Руденок И.П., Поздняков А.П. К математической теории поверхностных волн в открытых композиционных нелинейных анизотропно-градиентных структурах // Инженерный вестник Дона, 2015, № 4 URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_112_Kireeva.pdf_44b312aaf3.pdf

10. Киреева А.И., Руденок И.П. Математическое моделирование взаимодействия поверхностных волн в открытых анизотропно-градиентных волноводах // Инженерный вестник Дона, 2015, №4 URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_20_Kireeva.pdf_da760066f0.pdf

References

1. Bakeeva I.V. Nanostruktury: osnovnyyeponjatija, klassifikacija, sposoby poluchenija [Nanostructures: basic concepts, classification, methods of preparation]. 2-e izd., M.: MITHT im. M. K. Lomonosova, 2008. 68 p.

2. Ivanov O.V. Rasprostranenie jelektromagnitnyh voln v anizotropnyh i bianizotropnyh strukturah [Distribution of electromagnetic waves in anisotropic and bianizotropic structures]. Ul'janovsk: UIGTU, 2010. 262 p.

3. Dmitry A. Yakovlev, Vladimir G. Chigrinov, Hoi-Sing Kwok. Modeling and Optimization of LCD Optical Performance. John Wiley & Sons, 2015. 584 p.

4. Rego G., Caldas P., Ivanov O.V., "Coupling to antisymmetric modes in long-period gratings", Livro das Actas da 16 Conferencia Nacional de Fisica, Portugal, Lisbon, Sept. 3 – 6, 2008, p. 212.



5. Rudenok I.P., Kireeva A.I., Filichjova T.V. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy, 2011. V.14, № 2. pp. 10-15.
6. Rudenok I.P., Agisheva N.N., Rudenok A.I. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy, 2003. V.6, № 4. pp. 5-12.
7. Kireeva A.I., Rudenok I.P., Filichjova T.V. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy, 2012. V. 15, № 4. pp. 41-47.
8. Rudenok I.P., Rudenok A.I. Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy, 2001. V.4, № 2. pp. 10-15.
9. Kireeva A.I., Rudenok I.P., Pozdnjakov A.P. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2015, № 4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_112_Kireeva.pdf_44b312aaf3.pdf
10. Kireeva A.I., Rudenok I.P. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2015, № 4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_20_Kireeva.pdf_da760066f0.pdf