

Определение жесткости и кривизны двухслойных железобетонных балок с бетоном каркасной структуры в сжатой зоне

Д.Р. Маилян¹, Г.В. Несветаев¹, Н.А. Коллеганов²

¹Донской государственной технической университет

² ЗАО "КБ Ивлева" НПФ Геотекс проектстрой

Аннотация: На основе проведенных авторами исследований приведены данные о жесткостях и кривизнах железобетонных балок со слоем различной толщины из бетона каркасной структуры в сжатой зоне. Приведены жесткости, кривизны и прогибы для случаев отсутствия и наличия в конструкции трещин. Получены формулы для описания изменения жесткости и кривизны сечений в зависимости от величины момента. Установлено влияние толщины слоя бетона каркасной структуры и диаметра рабочей арматуры на изменение жесткости сечений. Уточнена закономерность изменения положения нейтральной оси для одно и двухслойных балок в зависимости от параметров балки.

Ключевые слова: бетон каркасной структуры, жесткость, кривизна, прогиб, слоистая конструкций, изгибающий момент, нейтральная ось.

Несущая способность изгибаемых железобетонных элементов по первой и второй группе предельных состояний определяется большим количеством факторов, в т.ч. размерами сечения, коэффициентом армирования, прочностными [1] и деформационными свойствами бетона [2,3]. Совершенствование методов расчета железобетонных балок, с учетом особенностей деформационных свойств бетонов и использованием диаграмм деформирования, постоянно привлекает внимание исследователей [4,5]. В соответствии с СП 63.13330.2018, в сечениях с трещинами, жесткость определяется деформационными свойствами бетона сжатой зоны, и, поскольку повышение жесткости сечения снижает величину кривизны, а ширина раскрытия трещин зависит от деформационных свойств растянутого бетона, внимание исследователей привлекают, в т.ч., слоистые балки [6], в сжатой зоне которых находится высокомодульный (высокопрочный) бетон, а в растянутой – бетон с повышенными показателями предельной растяжимости [7,8].

Работы ряда исследователей посвящены изучению жесткости и прочности железобетонных элементов на основе деформационных моделей [9,10]. Используются нелинейные диаграммы деформирования, построены многоуровневые деформационные модели напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов с учетом специфики конструирования, армирования и др. факторов [11,12].

В настоящей работе представлены результаты испытаний одно и двухслойных балок, изготовленных из традиционного тяжелого бетона (ТБ) с наличием в сжатой зоне слоя различной толщины из бетона каркасной структуры (БКС), обладающего за счет увеличенной концентрации крупного заполнителя повышенной величиной модуля упругости бетона [13]. Испытано десять серий балок: из ТБ (эталон), из БКС (контрольная), двухслойные с толщиной слоя БКС в сжатой зоне 2, 4 и 6 см. Размеры балок 240x12,5x25(h) см. Коэффициент армирования 0,00837 (2d 12 A500) и 0,0148 (2d 16 A500). Бетон ТБ: R_b 26,6...31,8 МПа, E_b 28750... 32150 МПа, БКС: R_b 34,1...42,2 МПа, E_b 34050...38950 МПа.

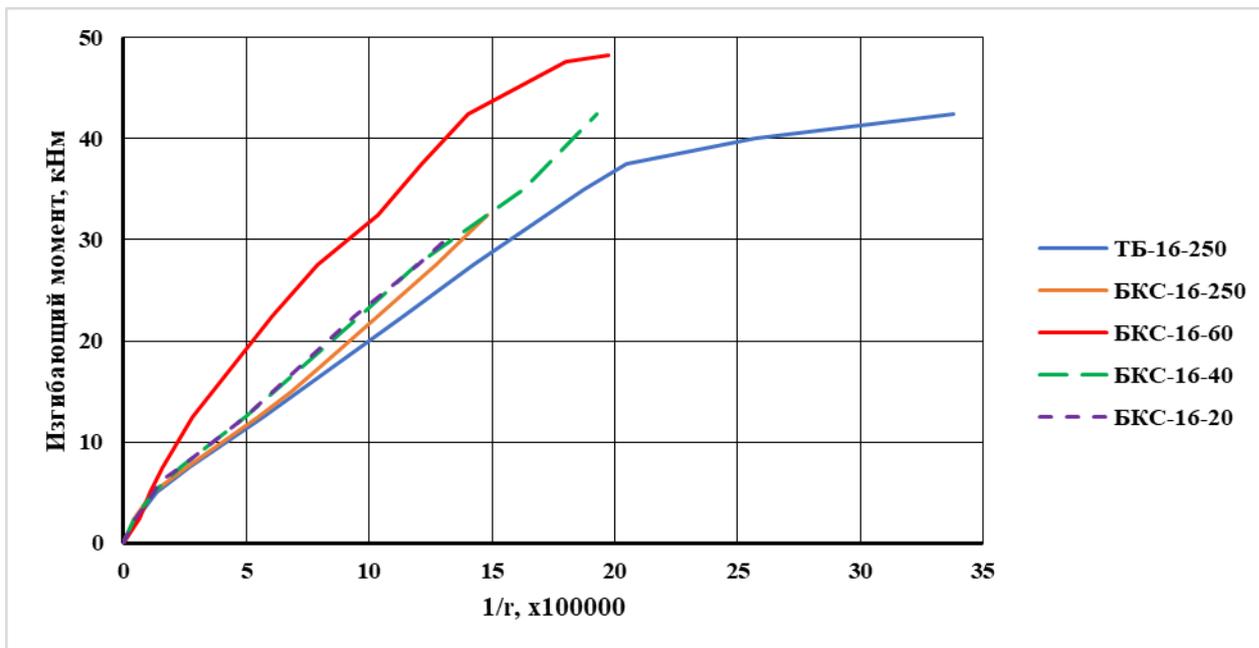
На рис. 1 представлена зависимость $M = f(1/r)$ для испытанных балок с коэффициентом армирования 0,0148. На рис. 2 представлена зависимость $M = f(1/r)$ для испытанных балок с коэффициентом армирования 0,00837. Из представленных на рис. 1,2 данных следует:

- при уровне нагружения 0,6 кривизна балки БКС-16-60 составляет 0,75 от кривизны балки ТБ-16-250 (эталон);
- при уровне нагружения 0,6 кривизна балок БКС-12-(20...60) составляет 0,92...0,81 от кривизны балки ТБ-12-250 (эталон).

По данным [14] отмечено снижение прогибов в двухслойных балках до 11%.

Полученные зависимости рис. 1,2 подтвердили вывод о влиянии армирования на различие в развитии кривизн балок с различной толщиной слоя из бетона каркасной структуры в сжатой зоне сечения.

а)



б)

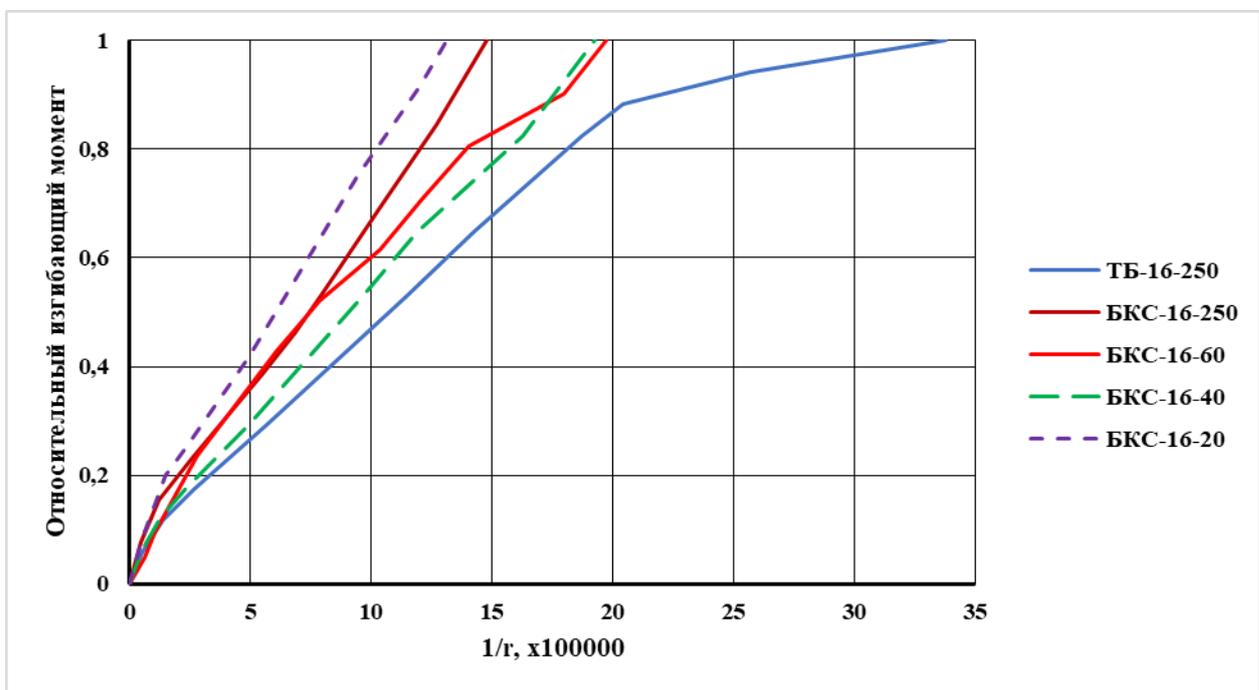
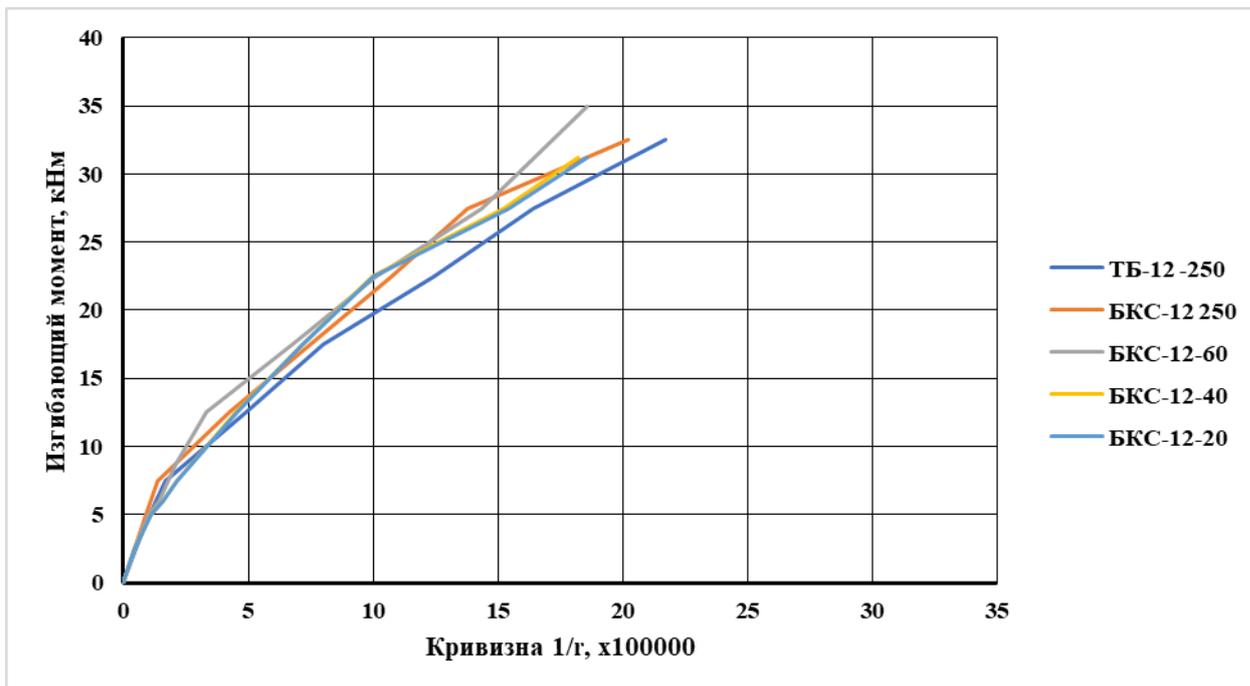


Рис. 1. – Зависимость «изгибающий момент – кривизна» (а) и «относительный изгибающий момент – кривизна» (б)
ТБ, БКС – соответственно тяжелый бетон, бетон каркасной структуры;
60,40,20 – толщина слоя БКС, мм.

а)



б)

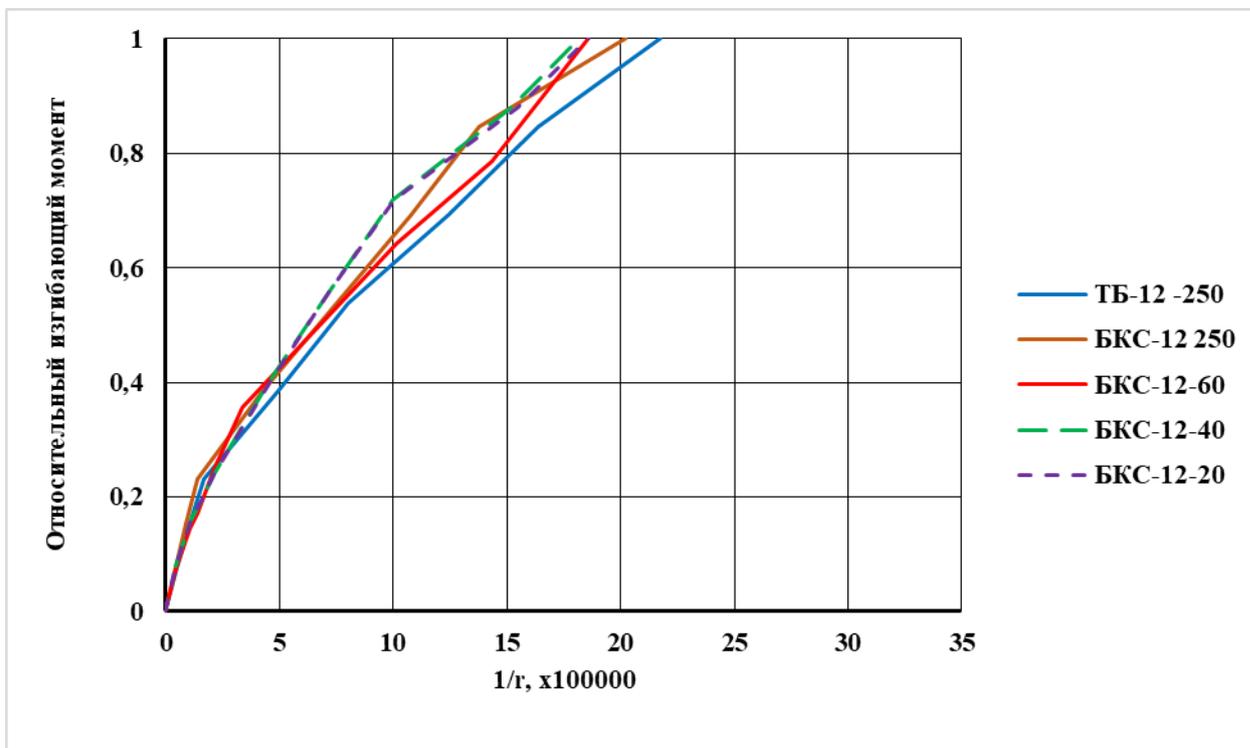


Рис. 2. – Зависимость «изгибающий момент – кривизна» (а) и «относительный изгибающий момент – кривизна» (б)
Обозначения – см. рис.1.

На рис. 3 представлены значения величины прогиба f в середине пролета в зависимости от кривизны ($1/r$) при соответствующем изгибающем моменте по всем испытанным балкам. Зависимость описывается формулой:

$$f = 0,743 \cdot \left(\frac{1}{r}\right), \quad (1)$$

при величине показателя достоверности аппроксимации $R^2 = 0,983$, что свидетельствует о высокой степени достоверности ф.(1). Коэффициент в ф.(1) несколько превышает значения, рекомендуемые СП 63.13330.2018.

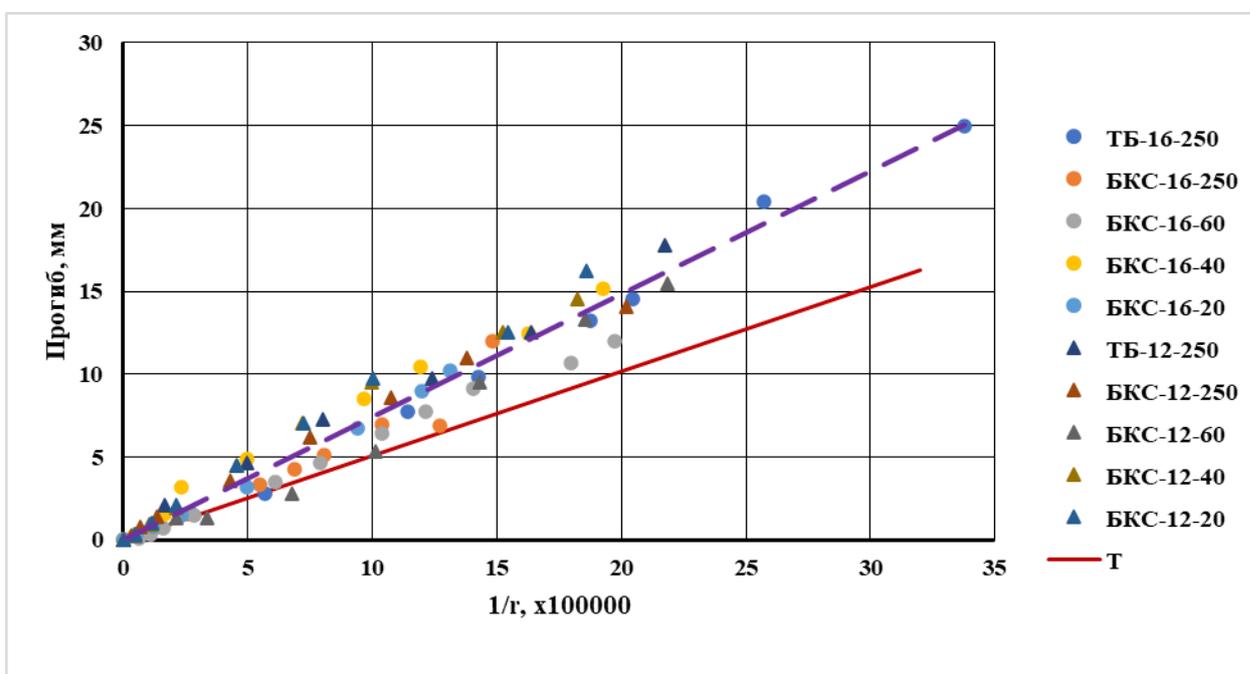


Рис.3. – Зависимость прогиба от кривизны для испытанных балок

$$Т: f = \frac{(3 \cdot l^2 - 4 \cdot a^2)}{24} \cdot \frac{1}{r} = 0,51 \cdot \frac{1}{r} (\times 10^5) \text{ (СП 63.13330-2018, п.8.2.31)}$$

На рис. 4 представлено соотношение величины прогиба f в середине пролета и величины изгибающего момента, полученное в результате оценки прогиба в соответствии с СП 63.13330.2018 по величине экспериментально измеренной кривизны и по известной из геометрии зависимости «длина дуги-хорда-высота сегмента». Прогиб балки по известной из геометрии зависимости «длина дуги-хорда-высота сегмента» может быть представлен в виде:

$$f = R - 0,5 \cdot \sqrt{4 \cdot R^2 - L^2} \quad (2)$$

где:

f – прогиб балки;

R – радиус дуги, $R = 1/(1/r)$, $1/r$ – кривизна балки;

L – рабочий пролет балки.

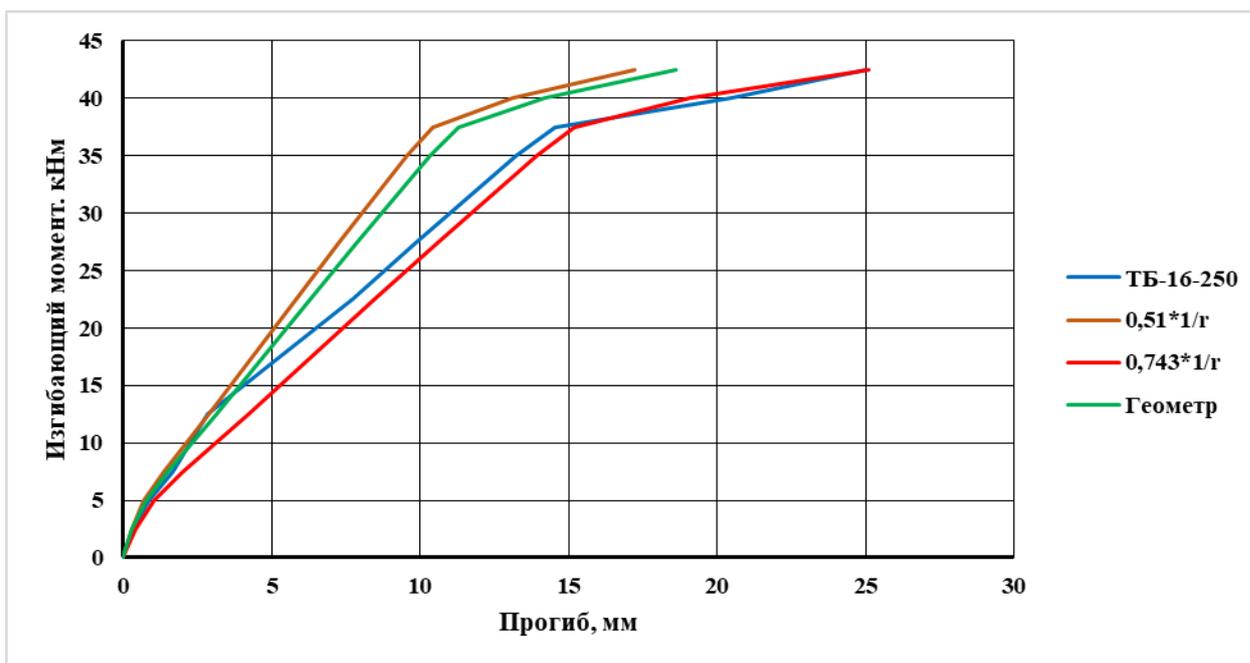


Рис. 4. – Зависимость прогиба от изгибающего момента

ТБ-16-250 – экспериментальные данные, тяжелый бетон, 2d16 А500

геометр – по ф.(2); 0,743·(1/r) – по ф.(1); 0,51·(1/r) – по рекомендации СП

Очевидно, что зависимости «изгибающий момент – прогиб» на рис. 4, полученные при соотношении «прогиб – кривизна» по ф.(2) и по СП 63.13330.2018 практически идентичны, но несколько отличаются от экспериментальных значений авторов. Это обусловлено, вероятно, нарушением геометрии оси балки, и, закономерно, зависимости «длина дуги-хорда-высота сегмента» при появлении трещин, т.е. ограничением

применимости гипотезы плоских сечений [15]. После образования трещин линия краевого растянутого волокна не является дугой окружности (рис. 5).

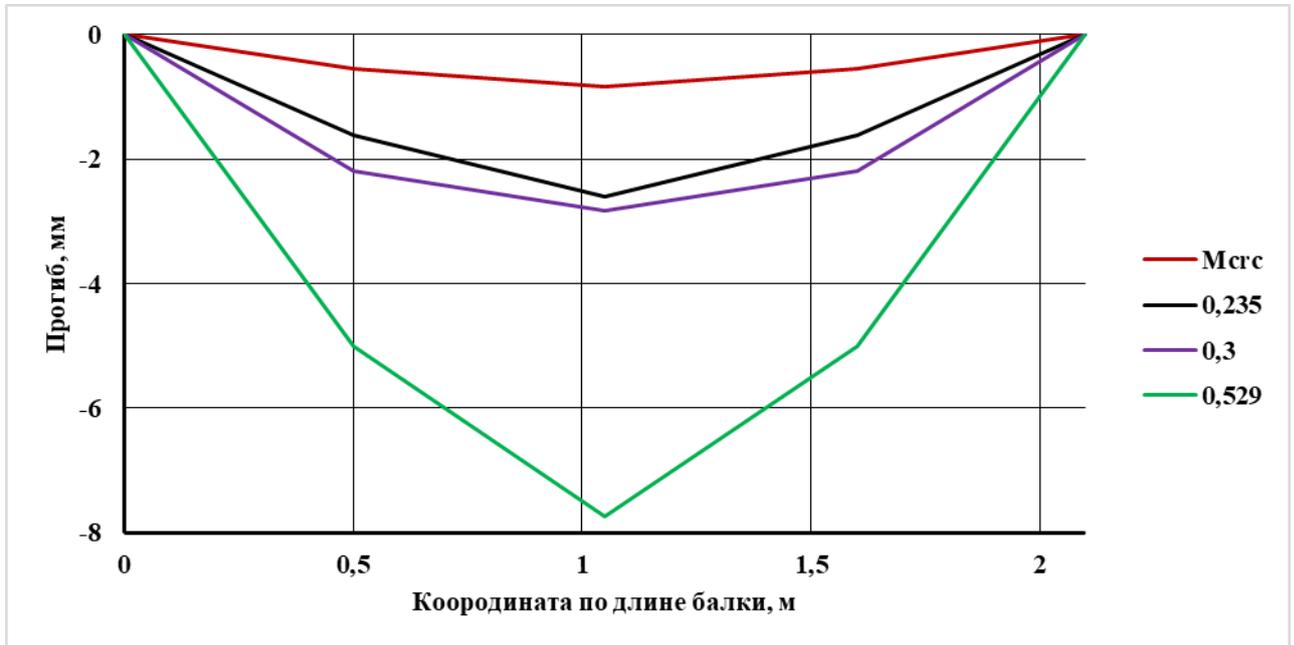


Рис. 5. – Изменение прогиба балки в зависимости от изгибающего момента M_{crc} – момент трещинообразования; 0,235...0,529 – момент относительно M_{ult}

Следует отметить, что при определении жесткости и кривизны сечений железобетонных элементов без трещин в растянутой зоне необходимо учитывать степень проявления неупругих деформаций бетона сжатой зоны. Кривизна определяется, как:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_{b1} \cdot I_{red}}, \quad (3)$$

при этом согласно п. 8.2.26 СП 63.13330.2018 при кратковременном действии нагрузки в сечениях без трещин E_{b1} определяется, как:

$$E_{b1} = 0,85 \cdot E_b, \quad (4)$$

а при длительном действии нагрузки:

$$E_{b1} = E_b / (1 + \varphi_{cr}), \quad (5)$$

где $\varphi_{cr} = 2,5 \dots 2,1$ для бетонов классов В25...В35 при относительной влажности воздуха $\varphi = 40 \dots 75\%$, т.е. $E_{b1} = E_b / (1 + \varphi_{cr}) = 0,276 \dots 0,323$.

Очевидно, что на степень проявления неупругих деформаций бетона оказывает влияние целый ряд факторов. Это вид и класс бетона, различие свойств бетона по высоте сечения, класс, вид и деформационные свойства арматурной стали, уровни нагружения, условия эксплуатации и др. В зависимости от указанных выше факторов, степень проявления неупругих деформаций может изменяться в широких пределах. В сечениях с трещинами значения I_{red} определяется согласно п.8.2.27 «с учетом площади сечения бетона только сжатой зоны» и средней высоты сжатой зоны бетона «с учетом влияния работы растянутого бетона...». Далее определяется жесткость сечения с трещинами с использованием величины $E_{b,red}$. Процедура достаточно сложная и содержит ряд неопределенностей, в частности, не учитывает возможное различие модулей деформаций для бетонов одного класса, обусловленных особенностями рецептурных факторов. Кроме того, п.8.2.27 дает только конечный результат при $M = M_{ult}$, не позволяя, например, отследить закономерность изменения жесткости сечения в зависимости от величины изгибающего момента. Ниже рассматривается упрощенная схема оценки зависимости жесткости сечений балок с трещинами от величины изгибающего момента. Поскольку:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_b}{h_0}, \quad (6)$$

то, с учетом ф.(3):

$$\frac{M}{\frac{1}{r}} = E_{b1} \cdot I_{red}, \quad (7)$$

Или:

$$\frac{M \cdot h_0}{\varepsilon_s - \varepsilon_b} = E_{b1} \cdot I_{red} = D, \quad (8)$$

т.е., поскольку жесткость сечения $D = f(M)$, можно получить уравнение изменения жесткости сечения в зависимости от изменения величины момента, например, в виде:

$$\frac{D_{red}}{D_0} = \frac{E_{red} \cdot I_{red,crc}}{E_{b1} \cdot I_{red,o}} = f\left(\frac{M}{M_{ult}}\right). \quad (9)$$

В [16], например, в качестве зависимости «момент-кривизна» использован гиперболический тангенс без какого-либо обоснования выбора данной функции.

На рис. 6 представлена зависимость $D_{red}/D_0 = f(M/M_{ult})$ для балки прямоугольного сечения 125x250(h) мм с рабочей арматурой 2 d = 12 или 2 d = 16 мм, а в сжатой зоне 2 d = 8 мм.

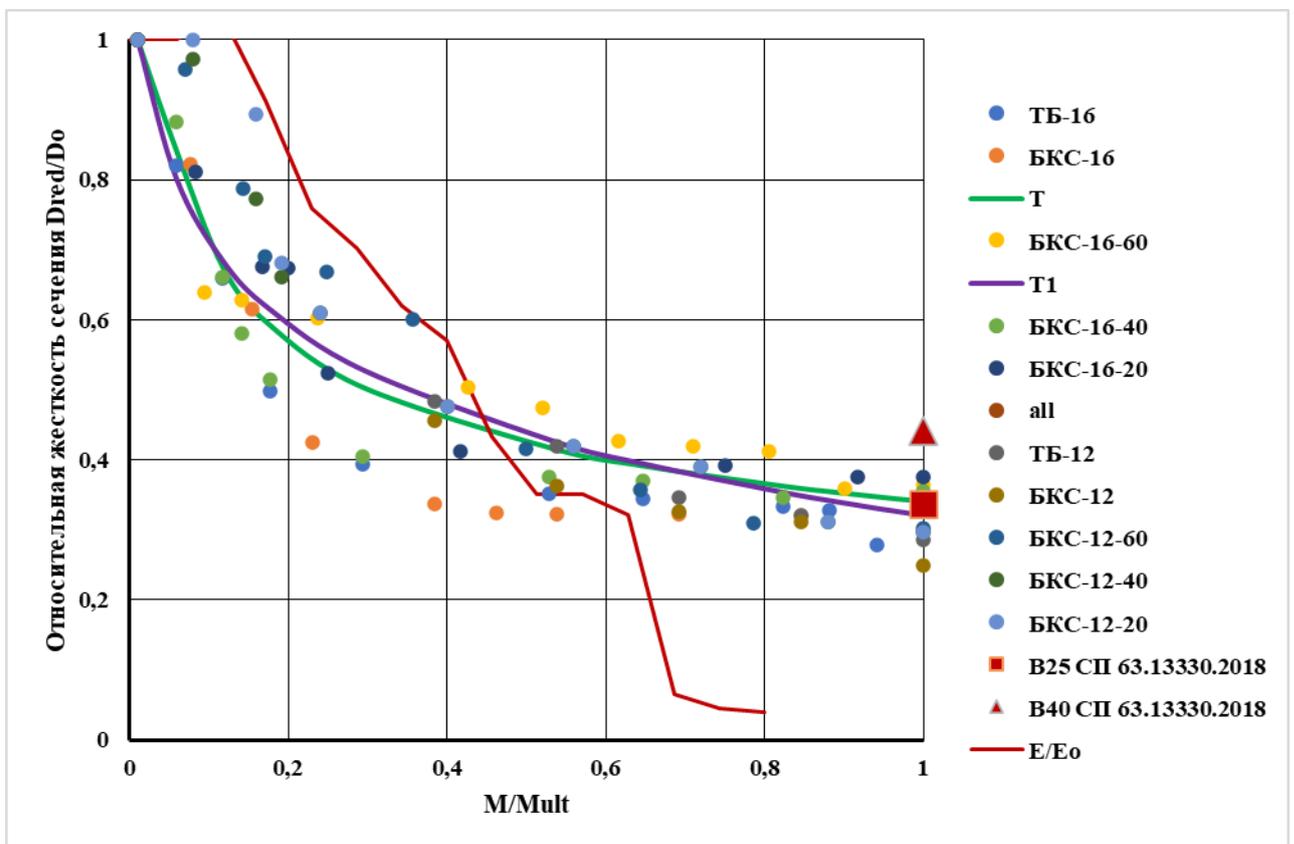


Рис. 6. – Зависимость $D_{red}/D_0 = f(M/M_{ult})$

ТБ – тяжелый бетон; БКС – бетон каркасной структуры; 16-60, 12-40, 12-20 – соответственно диаметр рабочей арматуры и толщина слоя БКС; V25(V40) СП63.13330.2018 – по п.8.2.27 для бетонов классов V25 и V40; E/E_0 – относительный модуль деформаций бетона по изменению квадрата скорости ультразвука при поверхностном прозвучивании посередине пролета на уровне растянутой арматуры

Как следует из представленных на рис. 6 данных, изменение модуля деформаций бетона до величины изгибающего момента $M/M_{ult} \approx 0,5$ в принципе подобно закономерности $D_{red}/D_0 = f(M/M_{ult})$. Количественное отличие связано с тем, что жесткость сечения зависит не только от изменения модуля деформаций, но и от изменения момента инерции сечения после появления трещин. При $M/M_{ult} > 0,5$ резкое падение модуля деформаций, определенное по скорости ультразвука, связано с ростом ширины раскрытия трещин, что не позволяет использовать этот метод при относительном изгибающем моменте более 0,5. Следует отметить, что до момента трещинообразования $M/M_{ult} \approx 0,14$ изменение модуля деформаций бетона практически не фиксируется. Определенная по значениям ε_s и ε_b (ф.(6) координата нейтральной оси в наших исследованиях в зависимости от армирования и толщины слоя БКС составила $(0,32...0,42) h_0$ при $M = M_{ult}$.

Представленные на рис.6 зависимости для всех испытанных балок описываются формулами:

$$\frac{D_{red}}{D_0} = 0,34 \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right)^{-0,32} \quad (10)$$

с величиной достоверности аппроксимации $R^2 = 0,775$.

либо:

$$\frac{D_{red}}{D_0} = 0,32 - 0,17 \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right) \quad (11)$$

с величиной достоверности аппроксимации $R^2 = 0,872$, что делает ее более предпочтительной для практического применения.

Тогда:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{0,34 \cdot E_{b1} \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right)^{-0,32} \cdot I_{red}} = \frac{M}{0,34 \cdot D_0 \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right)^{-0,32}} \quad (12)$$

Или:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_{b1} \cdot (0,32 - 0,17 \cdot \ln(\frac{M}{M_{ult}})) \cdot I_{red}} = \frac{M}{D_0 \cdot (0,32 - 0,17 \cdot \ln(\frac{M}{M_{ult}}))}, \quad (13)$$

а при $M = M_{ult}$ при использовании ф.(10):

$$\frac{1}{r} = \frac{M_{ult}}{0,34 \cdot D_0}, \quad (14)$$

или при использовании ф.(11):

$$\frac{1}{r} = \frac{M_{ult}}{0,32 \cdot D_0}. \quad (15)$$

В табл.1 представлены результаты расчета величины D_{red}/D_0 при $M = M_{ult}$ для сечения 12,5x25(h) см, армированного в растянутой зоне 2d 16 A500, в сжатой 2d 8 A500 по нормативным документам и экспериментальным данным, полученным в настоящем исследовании.

Таблица № 1

Расчетные и экспериментальные значения D_{red}/D_0 при $M = M_{ult}$

№	Бетон		D_{red}/D_0 при $M = M_{ult}$			
	R_b , МПа	E_b , ГПа	п.8.2.27, 8.2.28 ¹	п.8.2.29 ¹	пособие ²	экспериментальные данные
1	B25 (18,5)	30,0	0,338	0,40	0,376	-
2	B40 (29,0)	36,0	0,441	0,456	0,413	-
3	26,6-31,8	28,75-32,15	-	-	-	0,278-0,296
4	34,1-42,2	34,05-38,95	-	-	-	0,320-0,364

Примечание: 1 – СП 63.13330.2018; 2 – «Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры» (к СП 52-101-2003).

В табл. 2 представлены уравнения регрессии, описывающие зависимость ф.(8) для исследованных балок с учетом диаметра рабочей арматуры и вида бетона. Анализ представленных в табл.2 зависимостей позволил сделать следующие выводы:

- влияние диаметра рабочей арматуры на зависимость $E_{b1}/E_b = f(M/M_{ult})$ не превышает 9%;

- в зависимости от толщины слоя БКС величина $E_{bl}/E_b = f(M/M_{ult})$ повышается примерно на 20%, 16% и 13%, соответственно, при слое БКС 60, 40 и 20 мм.

Таблица № 2

Коэффициенты уравнений регрессии $E_{bl}/E_b = f(M/M_{ult})$

№	Балка	Формула				R ²	
		№1		2		Ф.№1	Ф.№2
		$\frac{D_{red}}{D_0} = a \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right)^{-x}$		$\frac{D_{red}}{D_0} = b - c \cdot \left(\frac{M}{M_{ult}}\right)$			
		a	x	b	c		
1	ТБ 16-250	0,305	0,289	0,272	0,164	0,916	0,961
2	БКС 16-250	0,287	0,306	0,236	0,177	0,86	0,927
3	БКС 16-60	0,392	0,217	0,371	0,134	0,966	0,984
4	БКС 16-40	0,336	0,266	0,298	0,159	0,881	0,928
5	БКС 16-20	0,386	0,239	0,365	0,149	0,867	0,938
6	ТБ 12-250	0,325	0,253	0,306	0,153	0,975	0,994
7	БКС 12-250	0,296	0,273	0,273	0,159	0,98	0,995
8	БКС 12-60	0,363	0,291	0,352	0,174	0,699	0,862
9	БКС 12-40	0,363	0,287	0,349	0,173	0,719	0,872
10	БКС 12-20	0,367	0,292	0,359	0,178	0,646	0,815

Заключение

Выполнено сопоставление прогибов однослойных и двухслойных балок из разномодульных бетонов, определенных через кривизну по СП63.13330.2018 и известной из геометрии зависимости «длина дуги-хорда-высота сегмента». Уточнена зависимость прогиба от кривизны для испытанных балок и уравнение изменения жесткости сечения, в зависимости от изменения величины изгибающего момента. Показано, что изменение модуля деформаций бетона в растянутой зоне, определенного по скорости ультразвука на уровне растянутой арматуры, до величины $M/M_{ult} \approx 0.5$ в принципе подобно закономерности $D_{red}/D_0 = f(M/M_{ult})$. Количественное отличие связано с зависимостью жесткости сечения не только от изменения

модуля деформаций бетона, но и от изменения момента инерции сечения после трещинообразования. Выявлено влияние толщины слоя БКС от 20 до 60 мм в двухслойных балках на изменение величины модуля деформаций бетона приведенного сечения $E_{b1}/E_b = f(M/M_{ult})$ от 13 до 20%.

Литература

1. Страхов Д. А., Синяков Л.Н., Василенко А.Д. Изгибаемые элементы из высокопрочного бетона // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. № 11(74). С. 7-16. DOI 10.18720/CUBS.74.1.
 2. Попов В. М., Плюснин М.Г. Влияние деформационных характеристик бетона на несущую способность изгибаемых железобетонных элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 8. С. 5-10.
 3. Маилян Д. Р., Несветаев Г.В. Регулирование жесткости и прочности железобетонных балок варьированием модуля упругости бетона // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2018. Т. 20. № 4. С. 86-93. DOI 10.31675/1607-1859-2018-20-4-86-93.
 4. Zhou K. J. H., Ho J. C. M., and Su R. K. L. Flexural Strength and Deformability Design of Reinforced Concrete Beams. The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction 1877–7058. 2011 Published by Elsevier Ltd. DOI: 10.1016/j. proeng. 2011.07.176.
 5. Arivalagan. S. Flexural Behaviour of Reinforced Fly Ash Concrete Beams. International Journal of Structural and Civil Engineering ISSN: 2277-7032 Volume 1 Issue 1. Search results - International Journal of Structural and Civil Engineering. URL: 1405.0111v1.pdf – Yandex.Documents.
 6. Маилян Д. Р., Маилян Л.Д. Экологические и экономические преимущества слоистых железобетонных панелей с комбинированным армированием // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2016. № 44-2(63). С. 86-93.
-

7. Потапов Ю.Б., Рогатнев Ю.Ф., Панфилов Д.В., Джавид М.М. Экспериментальные исследования несущей способности нормальных сечений железобетонных изгибаемых элементов с арматурой класса А600 // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2015. № 2(38). С. 26-33.
 8. Борисов Ю. М., Поликутин А.Э., Нгуен Ф.З. Напряженно-деформированное состояние нормальных сечений двухслойных каутонобетонных изгибаемых элементов строительных конструкций // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2010. № 2(18). С. 18-23.
 9. Радайкин О.В. К совершенствованию методики расчета жесткости изгибаемых железобетонных элементов из обычного железобетона // Известия КГАСУ 2012. №1(19). С. 59-66.
 10. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К расчету прочности, жесткости и трещиностойкости внецентренно сжатых железобетонных элементов с применением нелинейной деформационной модели // Известия КГАСУ. 2012. №4(26). С. 113-120.
 11. Колгунов В.Н., Аль-Хашими О., Проченко М.В. Жесткость железобетонных конструкций при изгибе поперечной и продольной силами // Строительство и реконструкция. 2021. (6). С. 5-19.
 12. Трёкин Д.Н. Определение прогибов изгибаемых железобетонных элементов без предварительного напряжения на основе деформационной модели // Молодой ученый. 2019. №37. С. 103-106.
 13. Маилян Д.Р., Несветаев Г.В., Халезин С.В., Горцевской А.А. Деформационные свойства и параметрические точки бетонов каркасной структуры // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2(49).
URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4941.
-

14. Байрамуков С. Х., Долаева З.Н. Оценка трещиностойкости и деформативности двухслойных железобетонных конструкций // Известия СКГА. Технические науки. 2019. № 3(21). С. 40-49.
15. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лазовский Е.Д., Гиль А.И. Расчетная модель напряженно-деформированного состояния статически неопределимых железобетонных конструкций // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. 2022. № 14. С. 29-44. DOI 10.52928/2070-1683-2022-32-14-29-44.
16. Босаков С. В., Козунова О.В., Щетько Н.С. Использование зависимости "момент - кривизна" при нелинейном расчете железобетонных балок // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки. 2021. № 16. С. 31-35.

References

1. Strachov D. A., Sinyakov L.N., Vasilenko A.D. Stroitel`stvo unikal`ny`x zdanij i sooruzhenij. 2018. № 11(74). P. 7-16. DOI 10.18720/CUBS.74.1.
2. Popov V. M., Plyusnin M.G. Promy`shlennoe i grazhdanskoe stroitel`stvo. 2015. № 8. pp. 5-10.
3. Mailyan D. R., Nesvetaev G.V. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel`nogo universiteta. 2018. T. 20. № 4. pp. 86-93. DOI 10.31675/1607-1859-2018-20-4-86-93.
4. Zhou K. J. H., Ho J. C. M., and Su R. K. L. The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction 1877–7058. 2011 Published by Elsevier Ltd. DOI: 10.1016/j. proeng. 2011.07.176.
5. Arivalagan S. International Journal of Structural and Civil Engineering ISSN: 2277-7032 Volume 1 Issue 1. Search results - International Journal of Structural and Civil Engineering. URL: 1405.0111v1.pdf – Yandex.Documents.



6. Mailyan D. R., Mailyan L.D. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arhitektura. 2016. № 44-2(63). pp. 86-93.
7. Potapov Yu.B., Rogatnev Yu.F., Panfilov D.V., Dzhavid M.M. Nauchny`j vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arhitektura. 2015. № 2(38). pp. 26-33.
8. Borisov Yu. M., Polikutin A.E., Nguen F.Z. Nauchny`j vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arhitektura. 2010. № 2(18). pp. 18-23.
9. Radajkin O.V. Izvestiya KGASU 2012. №1(19). pp. 59-66.
10. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radajkin O.V. Izvestiya KGASU. 2012. №4(26). pp. 113-120.
11. Kolgunov V.N., Al'-Xashimi O., Prochenko M.V. Stroitel'stvo i rekonstrukciya. 2021. (6). pp. 5-19.
12. Tryokin D.N. Molodoj ucheny`j. 2019. №37. pp. 103-106.
13. Mailyan D.R., Nesvetaev G.V., Xalezin S.V., Gorcevskoj A.A. Inzhenerny`j vestnik Dona. 2018. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4941.
14. Bajramukov S. X., Dolaeva Z.N. Izvestiya SKGA. Texnicheskie nauki. 2019. № 3(21). pp. 40-49.
15. Lazovskij D.N., Gluxov D.O., Lazovskij E.D., Gil` A.I. Vestnik Poloczkogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F. Stroitel'stvo. Prikladny`e nauki. 2022. № 14. pp. 29-44. DOI 10.52928/2070-1683-2022-32-14-29-44.
16. Bosakov S. V., Kozunova O.V., Shhet`ko N.S. Vestnik Poloczkogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya F. Stroitel'stvo. Prikladny`e nauki. 2021. № 16. pp. 31-35.