

## Взаимодействие предельно коротких оптических импульсов в тонкой пленке топологического изолятора

*Н.Н. Конобеева*

*Волгоградский государственный университет*

**Аннотация:** Целью данной работы является исследование взаимодействия двух предельно коротких импульсов при их распространении по образцу топологического изолятора. Моделирование эволюции электромагнитного поля проводилось на основании уравнений Максвелла, дополненных уравнением, определяющим поведение электрического тока в системе. Электроны описывались на основании длинноволнового эффективного гамильтониана в случае низких температур. В результате проведенного исследования была выявлена зависимость формы предельно короткого оптического импульса от его начальной скорости и начальной амплитуды. Показано устойчивое распространение импульса (типа солитона) как до, так и после столкновения.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, топологический изолятор, столкновение.

После открытия графена [1] интерес исследователей стал смещаться в сторону изучения его физико-химических свойств [2]. Вследствие чего практически без внимания осталось другое не менее важное открытие нового класса материалов – топологических диэлектриков (изоляторов) в 2008 г. Это особый тип материала, который в объеме демонстрирует диэлектрические свойства, а на поверхности – свойства проводника [3].

В настоящее время наблюдается всплеск работ по данной тематике [4,5]. Не остается без внимания вопрос о взаимодействии топологических изоляторов с электрическим полем [6], в том числе и с внешним интенсивным полем электромагнитного импульса [7,8]. При этом ранее не рассматривался практически важный случай столкновения импульсов в данной среде. Ведь в случае упругого взаимодействия импульсов, топологические изоляторы можно будет использовать в системах оптической связи. В данной работе рассматривается поведение двух предельно коротких импульсов при столкновении в тонкой пленке топологического изолятора. Результаты могут оказаться полезными при разработке устройств обработки

информации на базе тонких пленок топологических изоляторов, где предельно короткие импульсы могут выступать как носители информации.

### 1. Основные уравнения

Далее будем рассматривать тонкую пленку топологического изолятора, гамильтониан для которой выберем в длинноволновом приближении [9]:

$$H = (p_x^2 + p_y^2) / 2m + v_f (p_x \sigma_y - p_y \sigma_x) \quad (1)$$

$p_x, p_y$  - компоненты импульса электрона,  $m$  - эффективная масса электрона,  $\sigma_{x,y}$  - спиновые матрицы,  $v_f$  - скорость ферми.

Гамильтониан (1) легко диагонализируется и задает спектр электронов:

$$\varepsilon(p_x, p_y) = (p_x^2 + p_y^2) / 2m + v_f \sqrt{(p_x^2 + p_y^2)} \quad (2)$$

В присутствии внешнего поля  $E$ , сделаем замену:  $p \rightarrow p - eA/c$  ( $e$  - заряд электрона),  $E = -\partial A / \partial t$ . В этом случае гамильтониан (1) примет вид:

$$H = \sum_{p\sigma} \varepsilon(p - \frac{e}{c} A(t)) a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma} \quad (3)$$

$a_{p\sigma}^+, a_{p\sigma}$  - операторы рождения, уничтожения электронов с квазиимпульсом  $p$  и спином  $\sigma$ .

Волновое уравнение с учетом диэлектрических и магнитных свойств топологического изолятора можно записать в следующем виде [10]:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = 0 \quad (4)$$

Вектор – потенциал выбирается в виде  $A = (0, A(x,t), 0)$ , а ток  $\mathbf{j} = (0, j, 0)$

Запишем стандартное выражение для плотности тока:

$$j = e \sum_p v_y(p - \frac{e}{c} A(x,t)) \langle a_p^+ a_p \rangle, \quad v_y(p) = \frac{\partial \varepsilon(p_x, p_y)}{\partial p_y} \quad (5)$$

скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности.

Далее рассмотрим случай низких температур, когда в сумму (4) дает вклад лишь небольшая область в импульсном пространстве вблизи уровня

Ферми. Область интегрирования по импульсам определим из условия равенства числа частиц. Тогда формула (5) переписется в виде:

$$j = e \int_{-\Delta}^{\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} dp_x dp_y v_y \left( p - \frac{e}{c} A(x, t) \right) \quad (6)$$

При этом уравнение (4) можно записать как:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \Phi(A) = 0$$

$$\Phi(A) = e \left( \phi(\Delta - Ae/c, \Delta) - \phi(\Delta - Ae/c, -\Delta) - \phi(-\Delta - Ae/c, \Delta) + \phi(-\Delta - Ae/c, -\Delta) \right), \quad (7)$$

$$\phi(x, y) = \frac{3y^2 x + x^3}{6m} + \frac{v_f}{2} \left( x \sqrt{x^2 + y^2} + y^2 \ln \left( x + \sqrt{x^2 + y^2} \right) \right)$$

## 2. Численное моделирование и результаты

Исследуемое уравнение (7) решалось численно [11]. Начальный профиль каждого импульса выбирался в гауссовой форме:

$$A_i(x, 0) = B_i \exp(-(x - x_{0i})^2 / \gamma_i^2), \quad \gamma_i = (1 - v_i^2)^{1/2}, \quad i = 1, 2$$

$$\frac{d}{dt} A_i(x, 0) = \frac{2B_i v_i (x - x_{0i})}{\gamma_i^2} \exp(-(x - x_{0i})^2 / \gamma_i^2) \quad (8)$$

где  $B_i$  - амплитуда,  $v_i$  - скорость, определяющая ширину импульса через  $\gamma$ ,  $x_{0i}$  - начальное смещение  $i$ -го импульса.

Амплитуда импульсов и их скорости выбирались одинаковыми.

Возникающая эволюция электромагнитного поля представлена на рис. 1.

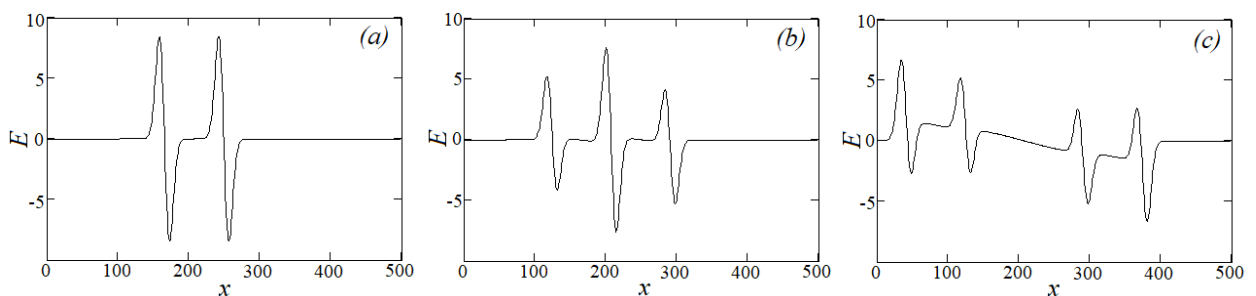


Рис. 1. Зависимость напряженности электрического поля (в единицах  $10^7$  В/м) от координаты  $x$  (в единицах  $10^{-6}$  м) в различные моменты времени: а)  $t=0$  с; б)  $t=5 \cdot 10^{-13}$  с; в)  $t=1.5 \cdot 10^{-12}$  с.

Видно, что в процессе эволюции каждый пик начального возбуждения порождает два импульса, бегущих в противоположные стороны. Все

импульсы сохраняют свою форму до и после столкновения. Данный эффект может оказаться полезным при разработке гибридных устройств, основанных на эффекте взаимодействия света с электронами топологического изолятора.

Двумерная картина столкновения импульсов представлена на рис. 2.

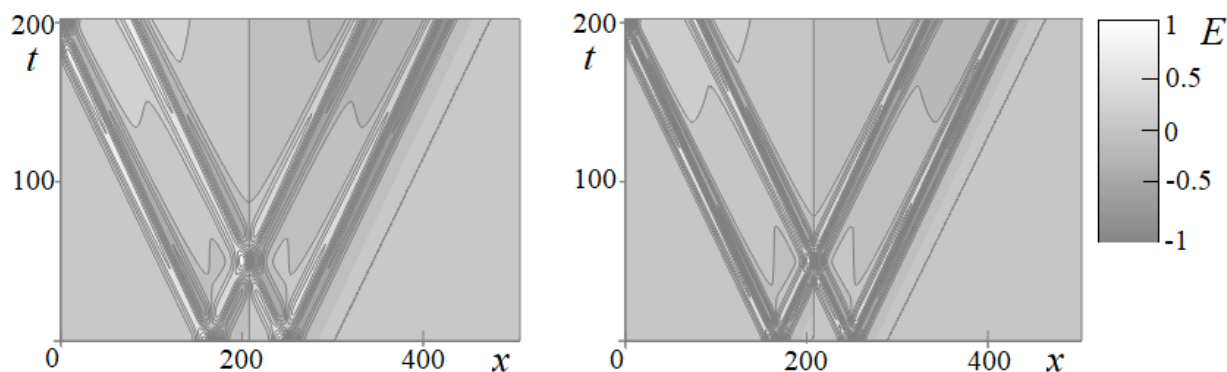


Рис. 2. Картина столкновения двух импульсов. Электрическое поле  $E$  (в единицах  $10^7$  В/м), время (в единицах  $10^{-12}$  с), координата (в единицах  $10^{-6}$  м):

*a)  $v_1=-v_2=0.90$ ; b)  $v_1=-v_2=0.97$ .*

Из рис.2 видно, что имеют место биения, которые показаны более светлыми областями. Причем исследования показали, что диапазон скоростей, для которых они наблюдаются, составляет: 0.8005-0.9793. Подобное поведение имеет простую физическую интерпретацию. С увеличением скорости уменьшается как величина пространственной локализации уединенного импульса, так и время, за которое один импульс «проходит» через другой. Поэтому эффекты, связанные с нелинейным взаимодействием импульсов, не успевают развиться и столкновение происходит «упругим» образом (т.е. без образования за импульсами хвостов).

Зависимость максимума амплитуды поля от времени приведена на рис.3.

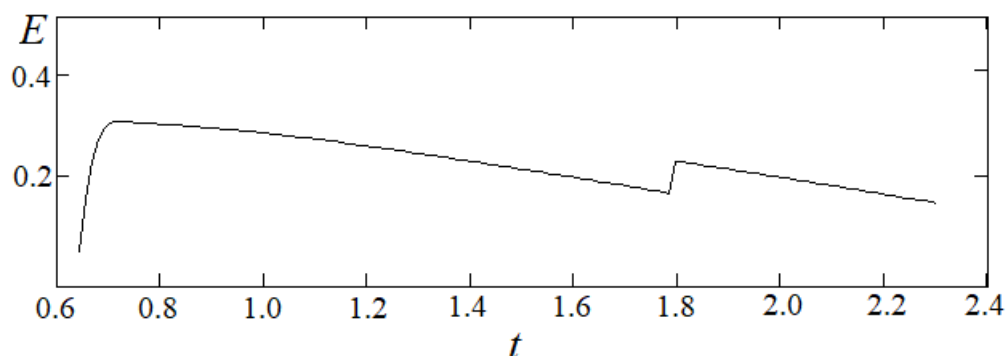


Рис.3. Зависимости максимума амплитуды поля (в единицах  $10^7$  В/м) от времени (в единицах  $10^{-10}$  s).  $v_1=-v_2=0.97$ .

Имеет место эффект биений, причем наблюдаются два максимума на ветке, появившейся после столкновения. Такое поведение наблюдается при столкновениях уединенных волн или при рассеянии уединенных волн на брэгговской решетке. Биения могут использоваться в электронике для вычитания частот сигналов.

Двумерная картина столкновения двух импульсов с различными амплитудами приведена на рис. 4.

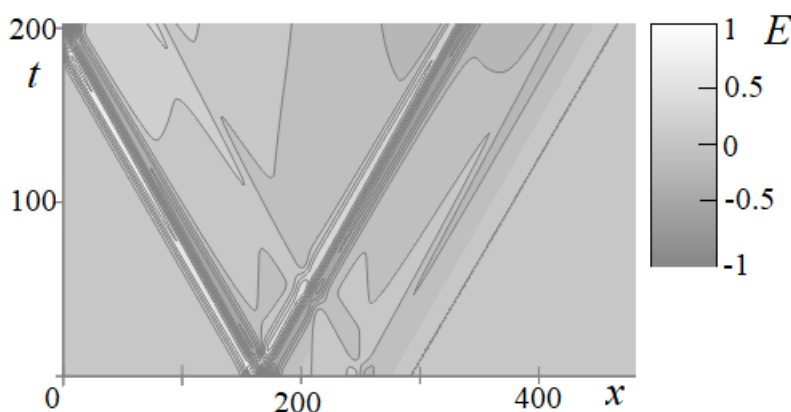


Рис. 4. Картина столкновения двух импульсов с разными амплитудами ( $Q_2/Q_1=5$ ). Электрическое поле  $E$  (в единицах  $10^7$  В/м), время (в единицах  $10^{-12}$  с), координата (в единицах  $10^{-6}$  м).

В случае столкновения импульсов с разными амплитудами наблюдается поглощение уединенного импульса с меньшей амплитудой импульсом с большей амплитудой, вследствие чего импульс с меньшей амплитудой исчезает. Это можно связать с нелинейным взаимодействием, в результате которого происходит перераспределение энергии импульсов, что, в свою очередь, приводит к появлению за импульсом с большей амплитудой более длинного «хвоста». Данное взаимодействие, несомненно, может оказаться полезным в устройствах управления светом при помощи света и может служить базой, для аналогового компаратора амплитуд импульсов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (№ МК-4562.2016.2).*

### Литература

1. Фиговский О.Л. Нанотехнологии для новых материалов // Инженерный вестник Дона, 2012, №3 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/1048](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/1048).
2. Светличный А.М., Григорьев М.Н., Светличная Л.А., Демьяненко М.В., Житяев И.Л. Газочувствительность пленок графена на полуизолирующем SiC к NO<sub>2</sub> и парам C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH // Инженерный вестник Дона, 2013, №2 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1735](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1735)
3. Sultana R., Neha P., Goyal R., Patnaik S., Awana V.P.S. Unusual non-saturating Giant Magneto-resistance in single crystalline Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> topological insulator // J. Magn. Mag. Mater. 2017. Vol. 428. pp. 213-218.
4. Menezes N., Morais Smith C., Palumbo G. Excitonic gap generation in thin-film topological insulators // J. Phys. Condens. Matter. 2017. Vol. 29. P. 335601.
5. Shiranzai M., Parhizgar F., Fransson J., Cheraghchi H. Impurity scattering on the surface of topological-insulator thin films // Phys. Rev. B. 2017. Vol. 95. P. 235429.

6. Liu G., Zhou G., Chen Y.-H. Modulation of external electric field on surface states of topological insulator Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> thin films // Appl. Phys. Lett. 2012. Vol. 101. P. 223109.
7. Белоненко М.Б., Янюшкина Н.Н. Zitterbewegung в тонких пленках топологических изоляторов в присутствии терагерцевого импульса // Физика твердого тела. 2012. Т. 54, вып. 12. С. 2331-2333.
8. Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B., Konobeeva N.N., George T. F. Few-cycle optical pulses in a thin film of a topological insulator // Optics communications. 2014. Vol. 329. pp. 151-153.
9. Basak S., Lin H., Wray L.A., Xu S.-Y., Fu L., Hasan M.Z., Bansil A. Spin texture on the warped Dirac-cone surface states in topological insulators // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 84. P. 121401(R).
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
11. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 632 с.

### References

1. Figovsky O.L. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/1048](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/1048).
  2. Svetlichny A.M., Grigoriev M.N., Svetlichnaya L.A., Demiyanenko M.V., Gityaev I.L. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1735](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1735).
  3. Sultana R., Neha P., Goyal R., Patnaik S., Awana V.P.S. J. Magn. Mag. Mater. 2017. vol. 428. pp. 213- 218.
  4. Menezes N., Morais Smith C., Palumbo G. J. Phys. Condens. Matter. 2017. vol. 29. pp. 335601.
  5. Shiranzaei M., Parhizgar F., Fransson J., Cheraghchi H. Phys. Rev. B. 2017. vol. 95. P. 235429.
-



6. Liu G., Zhou G., Chen Y.-H. Appl. Phys. Lett. 2012. vol. 101. pp. 223109.
7. Belonenko M.B., Yanyushkina N.N. Fizika tverdogo tela. 2012. vol. 54. pp. 2462-2464.
8. Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B., Konobeeva N.N., George T. F. Optics communications. 2014. vol. 329. pp. 151-153.
9. Basak S., Lin H., Wray L. A., Xu S.-Y., Fu L., Hasan M. Z., Bansil A. Phys. Rev. B. 2011. vol. 84. pp. 121401(R).
10. Landau L.D., Lifshitz E.M. Teoreticheskaya fizika. T. II. Teoriya polya [Theoretical physics. Vol. II. Field theory]. Moscow, Nauka. 1988. 512 p.
11. Bakhvalov N.S. Chislennye metody (analiz, algebra, obiknovennye differentsialnye uravneniya) [Numerical methods (analysis, algebra, ordinary differential equations)]. Moscow, Nauka. 1975. 632 p.