

## Математическая модель оптимизации работы ведомственного сегмента платформы обратной связи

*Е.Г. Царькова*

*Федеральное казенное учреждение «Научно-исследовательский институт Федеральной службы исполнения наказаний», НИЦ-1, Москва*

**Аннотация:** В работе рассматривается задача управления надежностью ведомственного сегмента платформы обратной связи, обеспечивающей прием и рассмотрение ФСИН России электронных обращений граждан. В рассматриваемом аспекте задача оптимизации надежности является задачей оптимального управления с фазовыми ограничениями. В статье с использованием метода штрафных функций сформулирована задача оптимального управления, в которой фазовые ограничения учтены с помощью внешней квадратичной функции штрафа. Для решения полученной задачи доступен широкий спектр аналитических и численных методов поиска оптимального решения.

**Ключевые слова:** государственное управление, платформа обратной связи, ведомственный сегмент, система массового обслуживания, управление ресурсами, задача оптимального управления, задача оптимизации, уголовно-исполнительная система Российской Федерации.

В настоящее время успешное функционирование государства во многом зависит от эффективности государственного управления, которое, в свою очередь, становится все более цифровым. Электронное правительство – одно из ключевых направлений, определяющих современный уровень развития государства. В рамках его концепции предлагается использовать информационные и коммуникационные технологии для обеспечения взаимодействия между органами государственной власти и гражданским обществом [1].

Одним из основных средств для реализации функций электронного государства являются официальные сайты государственных и муниципальных органов, предназначенные не только для предоставления информации о деятельности этих органов, но и для организации процессов предоставления различных государственных услуг. Важным мероприятием в сфере цифровизации госуправления является создание и внедрение платформы обратной связи (ПОС), которая представляет собой цифровую

---

платформу для приема и рассмотрения обращений граждан в электронной форме, а также ведомственных сегментов ПОС, от надежной работы которых во многом зависит эффективность выполнения ведомствами своих функций [2, 3].

В статье рассматривается актуальная задача создания ведомственного сегмента платформы обратной связи (ВС ПОС) ФСИН России. Предложена математическая модель, обеспечивающая возможность оптимизации работы ВС ПОС и выявления возможных проблемных мест в его работе [4].

Для описания процесса работы ВС ПОС по обработке обращений граждан применяется теория массового обслуживания. При создании математической модели функционирования ВС ПОС необходимо учитывать такие факторы, как количество поступающих обращений, время ответа, квалификацию сотрудников, а также технические характеристики системы. Используя эти данные, можем разработать математическую модель и провести ее анализ, который позволит выделять слабые места в работе ВС ПОС для обеспечения возможности принятия необходимых мер по его совершенствованию.

На основе анализа процесса обработки обращения гражданина в рамках работы ВС ПОС предлагается математическая модель в форме трехфазной системы массового обслуживания [5]. В соответствии со схемой обработки обращений граждан в ВС ПОС, рассматриваемая система включает три фазы: «регистрация обращения», «направление исполнителю» и «подготовка ответа» (рис. 1).

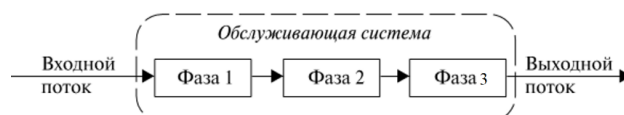


Рис. 1. – Схема обработки заявок в ВС ПОС

Каждая фаза характеризуется характеристиками, влияющими на время обработки обращения. Для описания совокупности всех возможных состояний СМО, которая используется в данном контексте, предлагается следующее множество состояний фаз: «фаза свободна», «фаза занята обслуживанием заявки» и «фаза заблокирована». Каждая из фаз обозначается символами «0», «1» и «b» соответственно. Индексы  $i, j$  и  $k$  используются для определения состояний первой, второй и третьей фаз СМО:

$$\{(i, j, k)\} = \left\{ \begin{array}{l} (0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1) \\ (1, 1, 0), (b, 1, 0), (1, b, 1), (b, b, 1), (b, 1, 1), (0, b, 1) \end{array} \right\}. \quad (1)$$

Пусть поток поступающих заявок в каждой из фаз имеет распределение Пуассона, интенсивность поступления заявок обозначается как  $\lambda$ , а интенсивность обслуживания заявок в каждой фазе через  $\mu$ . Временной интервал работы системы обозначим через  $[0, T]$ . Полагаем, что длительность обслуживания заявок в каждой фазе имеет экспоненциальное распределение. Введем обозначение  $p_{ijk}(t)$  – вероятность того, что система в момент времени  $t$  находится в состоянии с индексами  $(i, j, k)$ .

С учетом введенных предположений динамика работы СМО может быть описана системой дифференциальных уравнений Колмогорова (2) для марковских процессов с непрерывным временем и дискретным набором состояний [6]:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{000}(t)}{dt} &= -\lambda p_{000}(t) + \mu p_{001}(t), & \frac{dp_{100}(t)}{dt} &= \lambda p_{000}(t) - \mu p_{100}(t) + \mu p_{101}(t), & (2) \\ \frac{dp_{010}(t)}{dt} &= \mu p_{100}(t) - (\lambda + \mu) p_{010}(t) + \mu p_{011}(t), \\ \frac{dp_{001}(t)}{dt} &= \mu p_{010}(t) - (\lambda + \mu) p_{001}(t) + \mu p_{0b1}(t), \\ \frac{dp_{101}(t)}{dt} &= \lambda p_{001}(t) - 2\mu p_{101}(t) + \mu p_{110}(t) + \mu p_{1b1}(t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dp_{011}(t)}{dt} &= \lambda p_{101}(t) - (\lambda + 2\mu) p_{011}(t) + \mu p_{b10}(t) + \mu p_{bb1}(t), & \frac{dp_{111}(t)}{dt} &= \lambda p_{011}(t) - 3\mu p_{111}(t), \\ \frac{dp_{110}(t)}{dt} &= \lambda p_{010}(t) + \mu p_{111}(t) - 2\mu p_{110}(t), & \frac{dp_{b10}(t)}{dt} &= \mu p_{110}(t) - \mu p_{b10}(t) + \mu p_{b11}(t), \\ \frac{dp_{1b1}(t)}{dt} &= \lambda p_{111}(t) - 2\mu p_{1b1}(t) + \lambda p_{0b1}(t), & \frac{dp_{bb1}(t)}{dt} &= \mu p_{1b1}(t) - \mu p_{bb1}(t) + \mu p_{b11}(t), \\ \frac{dp_{b11}(t)}{dt} &= \mu p_{111}(t) - 2\mu p_{b11}(t), & \frac{dp_{0b1}(t)}{dt} &= \mu p_{011}(t) - (\lambda + \mu) p_{0b1}(t), & \sum_{i=0}^6 P_i(t) &= 1, t \in [0, T].\end{aligned}$$

Для анализа работы платформы обратной связи в различных режимах нагрузки требуется построение компьютерных моделей, которые позволят имитировать ее работу и выявлять проблемные моменты в целях дальнейшего совершенствования системы. На временном интервале  $[0, T]$  введем равномерную сетку. Аппроксимация производных в математических моделях производится по формулам Эйлера 1-го порядка точности [7, 8]. С использованием полученных разностных соотношений создан программный продукт в IDE Lazarus, обеспечивающий возможность получения зависимостей вероятностей состояний СМО от времени при различных значениях входных параметров, в том числе, при изменении значения интенсивности обслуживания заявок в течение рассматриваемого временного интервала (рис. 2).

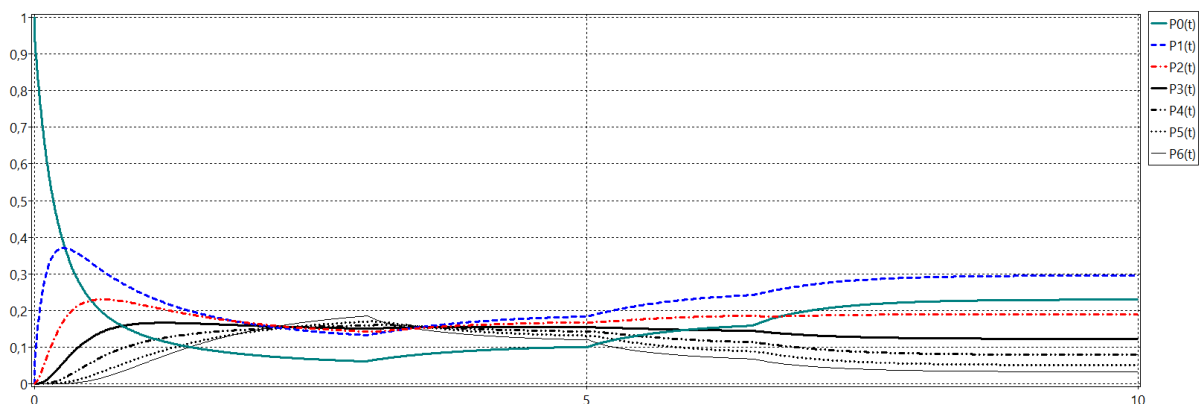


Рис. 1. – Графики вероятностей состояний системы с динамической дисциплиной обслуживания заявок

Компьютерная модель позволяет оценить чувствительность СМО к изменению параметров в каждой из фаз обслуживания. Полученные данные могут быть использованы для дальнейшего улучшения работы платформы обратной связи и повышения качества обслуживания граждан. Данный подход позволяет эффективно управлять процессом обслуживания и обеспечивать своевременное принятие управленческих решений, что является важным элементом работы государственных органов в современных условиях.

Одной из возможных задач на основе предложенной постановки, является решение задачи оптимизации показателей качества обслуживания требований в системе, например, за счет использования дополнительных каналов обслуживания и управления дисциплиной обслуживания заявок [9]. В рассматриваемой задаче за счет управления СМО путем добавления дополнительных каналов обслуживания возможно увеличение финальной вероятности  $p_{000}$  на 12%.

В данном контексте целесообразно рассмотрение постановки задачи оптимизации работы системы по критерию «качество-затраты». Это означает, что возможно находить режимы работы системы, обеспечивающие необходимый уровень готовности системы к обработке новых заявок с учетом имеющихся ресурсов.

Для решения этой задачи вводится управляющий параметр  $\mu$  – интенсивность обслуживания заявок в каждой из фаз. Затраты на обслуживание заявки в единицу времени обозначаются как  $c$ . Требуется найти такие значения параметра  $\mu = \mu(t)$ , которые обеспечивают в каждый рассматриваемый момент времени уровень готовности системы к обработке новых заявок, не ниже заданного значения:  $p_{000}(t) + p_{010}(t) + p_{001}(t) \geq a > 0$ .

Введем обозначения:  $u(t) = \mu(t), t \in [0, T], x_1(t) = p_{000}(t), x_2(t) = p_{100}(t),$   
 $x_3(t) = p_{010}(t), x_4(t) = p_{001}(t), x_5(t) = p_{101}(t), x_6(t) = p_{011}(t), x_7(t) = p_{111}(t), x_8(t) = p_{110}(t),$   
 $x_9(t) = p_{b10}(t), x_{10}(t) = p_{1b1}(t), x_{11}(t) = p_{bb1}(t), x_{12}(t) = p_{b11}(t), x_{13}(t) = p_{0b1}(t), t \in [0, T].$

Условие наличия ограничений на имеющийся ресурс выразим в виде:  
 $0 \leq u(t) \leq U, t \in [0, T].$  Начальные условия принимают вид:  $x_1(0) = 1,$   
 $x_k(0) = 0, k = \overline{2, 13}.$

Для решения задачи применим метод штрафных коэффициентов, приводящий к решению задачи минимизации целевой функции без фазовых ограничений. Получаем задачу оптимального управления (ЗОУ) в следующем виде:

$$I(u) = \int_0^T (M \max^2 \{a - p_{000}(t) - p_{010}(t) - p_{001}(t), 0\} + cu(t), 0) dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -\lambda x_1(t) + x_4(t)u(t) \\ \lambda x_1(t) - (x_2(t) - x_5(t))u(t) \\ -(\lambda + u(t))x_3(t) + (x_6(t) + x_2(t))u(t) \\ -(\lambda + u(t))x_4(t) + (p_{0b1}(t) + x_3(t))u(t) \\ \lambda x_4(t) - (2x_5(t) - x_8(t) - x_{10}(t))u(t) \\ \lambda x_5(t) - (\lambda + 2u(t))x_6(t) + (x_9(t) + x_{11}(t))u(t) \\ \lambda x_6(t) - 3x_7(t)u(t) \\ \lambda x_3(t) + (x_7(t) - 2p_{110}(t))u(t) \\ (x_8(t) - x_9(t) + x_{12}(t))u(t) \\ \lambda x_7(t) - 2x_{10}(t)u(t) + \lambda p_{0b1}(t) \\ (x_{10}(t) - x_{11}(t) + x_{12}(t))u(t) \\ (x_7(t) - 2x_{12}(t))u(t) \\ x_6(t)u(t) - (\lambda + u(t))x_{13}(t) \end{pmatrix}, x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\sum_{i=1}^{13} x_i(t) = 1, t \in [0, T], 0 \leq u(t) \leq U, t \in [0, T].$$

Для решения полученной ЗОУ доступен широкий спектр как аналитических, так и численных методов. Предложенная математическая модель может быть использована для поддержки принятия решений на этапе проектирования ведомственного сегмента ПОС, а также на этапе

эксплуатации системы [10]. Создание математических моделей ВС ПОС для ФСИН России позволит оптимизировать работу системы работы с обращениями граждан. Выявление проблемных моментов обеспечивает возможность реализации своевременных мер для устранения таких проблем. Предложенный подход может быть использован при разработке автоматизированных систем поддержки принятия решений в сфере создания и использования ведомственной информационной инфраструктуры.

### Литература

1. Омельченко В.В. Информационное обеспечение системы государственного управления национальными ресурсами: риск-ориентированный подход // Правовая информатика, 2019, № 1. С. 4-17.
2. Dushkin A.V., Kasatkina T.I., Novoseltsev V.I., Ivanov S.V. An improved method for predicting the evolution of the characteristic parameters of an information system // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 973, № 1, 2018. P. 012031.
3. Бахтинова Ч.О., Чунаева М.Э. Автоматизация системы контроля качества при организации строительства особо опасных и технически сложных объектов в России // Инженерный вестник Дона, 2022, № 3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511).
4. Душкин А.В., Цветков В.В. Вопросы моделирования состояний инженерно-технических средств охраны и надзора // Вестник Воронежского института ФСИН России, 2014, №3, с. 28-31.
5. Игнатьева О.В. Архитектурные приемы при разработке программного обеспечения, зависящего от интерфейса пользователя // Инженерный вестник Дона, 2022, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478).

6. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 55 с.
7. Сумин В.И., Чураков Д.Ю., Царькова Е.Г. Разработка моделей и алгоритмов информационных структур и процессов объектов особой важности // Промышленные АСУ и контроллеры, 2019, № 4. С. 30-39.
8. Каяшев А.И., Рахман П.А., Шарипов М.И. Анализ показателей надежности локальных компьютерных сетей // Вестник УГАТУ. 2013. №5, с. 140-149.
9. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y., Matveev Y., Andreeva E. Technical Diagnostics of Equipment Using Data Mining Technologies // Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022. Pp. 345-356.  
URL: [link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9_30).
10. Dubrovin A.S., Ogorodnikova O.V., Tsarkova E.G., Andreeva E.A., Kulikova T.N. Analysis and visualization in graph database management systems // Journal of Physics: Conference Series: Current Problems. Voronezh, V.1902, № 1, 2021. P. 012059.

### References

1. Omel'chenko V.V. Pravovaya informatika, 2019, № 1. pp. 4-17.
  2. Dushkin A.V., Kasatkina T.I., Novoseltsev V.I., Ivanov S.V. Journal of Physics: Conference Series. 2018, P. 012031.
  3. Bahtinova CH.O., CHunaeva M.E. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №3.  
URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511](https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2022/7511).
  4. Dushkin A.V., Cvetkov V.V. Vestnik Voronezhskogo instituta FSIN Rossii, 2014, №3, pp.28-31.
-





5. Ignat'eva O.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2022, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2022/7478).
6. Ventcel' E.S. Issledovanie operacij [Operations research]. M.: Sovetskoe radio, 1972. 55 p.
7. Sumin V.I., CHurakov D.YU., Car'kova E.G. Promyshlennye ASU i kontrollery, 2019, № 4. pp. 30-39.
8. Kayashev A. I., Rahman P. A., SHaripov M. I. Vestnik UGATU, 2013, №5, pp. 140-149.
9. Tsarkova E., Belyaev A., Lagutin Y., Matveev Y., Andreeva E. Safety in Aviation and Space Technologies: Select Proceedings of the 9th World Congress «Aviation in the XXI Century». Cham: Springer, 2022. pp. 345-356.  
URL: [link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-85057-9_30).
10. Dubrovin A.S., Ogorodnikova O.V., Tsarkova E.G., Andreeva E.A., Kulikova T.N. Journal of Physics: Conference Series: Current Problems. Voronezh, V.1902, № 1, 2021. P. 012059.