

## Зависимость частот свободных колебаний тонкостенного подземного газопровода большого диаметра от глубины заложения.

*А.В. Дмитриев*

*Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень*

**Аннотация:** Используя уравнение движения оболочки, полученное в предыдущей работе, учитывающее параметр продольной силы, величину внутреннего давления, коэффициента упругого отпора грунта, а так же параметр тонкостенности исследуется влияние глубины заложения тонкостенного газопровода большого диаметра на частоты свободных колебаний.

Руководствуясь динамическим критерием устойчивости, определяется критическая глубина заложения подземного газопровода, при которой происходит потеря устойчивости второго рода (сплющивание поперечного сечения).

**Ключевые слова:** трубопровод, частоты свободных колебаний, глубина заложения, коэффициент упругого отпора грунта, потеря устойчивости.

Статистика аварийности на сооружениях транспорта углеводородов в настоящее время не утешительная [1], поэтому для повышения надёжности магистральных нефте-газопроводов при проектировании и строительстве важной задачей является обеспечение надёжности сооружений, то есть обеспечение прочности, жёсткости, устойчивости, а так же исключение резонанса.

В настоящее время существует приближённое представление о тонкостенных трубах большого диаметра, которое основано на стержневой модели с недеформируемым контуром поперечного сечения [2-4]. Нормативными документами (СП 33.13330.2012, СП 36.13330.2012) по проектированию трубопроводов предусмотрены расчёты, базирующиеся на стержневой модели, и не предназначены для трубопровода диаметром более 1400 мм. При строительстве магистральных газопроводов в нашей стране применяются трубы сечением 1720×16мм, которые выходят за область применения СП 33.13330.2012 и СП 36.13330.2012, следовательно, рассчитывать данные трубопроводы по нормам, базирующимся на стержневой теории нельзя.

---

В данной публикации исследуется влияние глубины заложения газопровода на частоты свободных колебаний используя полученное ранее в работе [5] уравнение движения в перемещениях по определению частот и форм свободных колебаний подземного газопровода, учитывающее допущения полубезмоментной теории цилиндрических оболочек [6, 7, 8, 9].

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left( \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\theta} + \vartheta_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{R^2 \kappa \cdot \partial^2 w}{Eh \cdot \partial \theta^2} + \\ & + R \gamma H \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2 \cos 2\theta) + R \gamma H \left( \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} 2 \alpha_2 \sin 2\theta \right) + \\ & + R \gamma H \left( \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} 4 \alpha_2 \cos 2\theta \right) - \frac{R^2 \rho}{E} \left( \frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t} - \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

где  $u, v, w$  — компоненты перемещений срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу  $R$ ,  $\vartheta_2$  — угол поворота,  $p_0$  — внутреннее давление в трубе,  $\rho$  — коэффициент бокового давления грунта,  $H$  — толщина обжимаемого слоя,  $\gamma$  — объемный вес грунта,  $E$  — модуль упругости материала трубы,  $R$  — радиус срединной поверхности,  $h_v = \frac{h}{R \sqrt{12(1-\nu^2)}}$  — параметр относительной толщины оболочки,  $\mu_{bj}$  — присоединенная масса грунта на единицу длины трубопровода,  $\kappa$  — коэффициент упругого отпора грунта [5].

Задачей при определении частот является нахождение собственных чисел матрицы [5]:

$$\begin{vmatrix} d_{11}-\lambda & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22}-\lambda & d_{23} & d_{24} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33}-\lambda & d_{34} & \dots & d_{3n} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44}-\lambda & \dots & d_{4n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{p-41} & d_{p-31} & d_{p-21} & d_{p-11} & \dots & d_{pn}-\lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

где:  $d_{m,m} = \frac{a_{m,m}}{B_{m,n}}; d_{m,m\pm 1} = \frac{a_{m,m\pm 1}}{B_{m,n}}; d_{m,m\pm 2} = \frac{a_{m,m\pm 2}}{B_{m,n}}; \lambda = \omega^2$ .

где:  $a_{m,m} = A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mm}^2; a_{m,m\pm 1} = -\frac{m^5(m\pm 2)}{2} q_{1p}^* \alpha_1; a_{m,m\pm 2} = -\frac{m^4[(m\pm 2)^2 - 1]}{2} q_{1p}^* \alpha_2;$

$$A_{m,n} = \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{ep}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2;$$

$$B_{m,n} = \rho^* R h (\lambda^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4;$$

где  $p^* = p_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{Eh \cdot h_v^2}, q_{ep}^* = \frac{\gamma H R}{Eh \cdot h_v^2}, \lambda_n = \frac{n \pi R}{L \sqrt{h_v}},$

$$\mu_{bj}^* = 0,4 \cdot \mu_{bj} \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \lambda_n = \frac{n \pi R}{L \sqrt{h_v}}, P = \frac{F}{F_3},$$

где  $L$  — длина участка трубопровода;  $H$  — глубина заложения трубопровода;  $R$  радиус срединной поверхности;  $\gamma$  — объемный вес грунта;  $h$  — толщина стенки трубопровода;  $E$  — модуль упругости материала трубы;  $\rho$  — плотность материала трубы;  $p_0$  — внутреннее давление в трубе;  $\kappa$  — коэффициент упругого отпора грунта;  $F$  — продольная сжимающая сила;  $h_v = \frac{h}{R \sqrt{12(1-\nu^2)}}$ , параметр относительной толщины оболочки;  $F_3 = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$  — Эйлерова сила;  $I = \pi R^3 h$ ;  $\mu_{bj}^*$  — параметр присоединённой массы грунта [5],  $\omega_{m,n}$  — частота свободных колебаний (Гц).

Анализ участия побочных коэффициентов  $d_{m,m\pm 1}, d_{m,m\pm 2}$ , входящих в (2) показал, что расхождение в частотах свободных колебаний составляют не более 1%, поэтому в дальнейших расчётах по определению частот ими можно пренебречь. Опираясь на данный факт, при использовании диагонального определителя, получим корни характеристического уравнения, которые являются квадратами частот собственных колебаний цилиндрической оболочки  $\omega_{mn}^2 = \frac{A_{m,n}}{B_{m,n}}$ , где  $A_{m,n}$  и  $B_{m,n}$  определяются (2). Отсюда получаем формулу для квадрата частот собственных колебаний подземного прямолинейного тонкостенного газопровода подверженного действию внутреннего рабочего давления и продольной силы с учётом реакции упругого отпора грунта в виде:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj} m^4} \quad (3)$$

Поставив в (2)  $m=1, n=1$ , получаем выражение позволяющее определить квадраты частот  $\omega_{11}^2$  для колебаний с не деформируемым контуром сечения:

$$\omega_{1.1}^2 = \frac{\lambda_n^4 + \kappa^* - \lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + 2) + \mu_{bj}} \quad (4)$$

Аналогичным образом подставляя (3)  $m=2, n=1$ , получаем выражение позволяющее определить квадраты частот  $\omega_{21}^2$  для оболочечных форм колебаний:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + 48(3 + p^* - 2q_{cp}^*) + 16\kappa^* - 16\lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + 20) + 16\mu_{bj}} \quad (5)$$

Используя выражения (3, 4, 5) установим зависимость частот свободных колебаний от глубины заложения трубопровода ( $H$ ) при фиксированных значениях толщины стенки трубопровода ( $h/R$ ),

коэффициента упругого отпора грунта ( $\kappa$ ) и параметра длины участка  $L/R$ , для различных значений внутреннего рабочего давления ( $p_0$ ), коэффициента продольной сжимающей силы ( $P$ ). Полученные результаты, представлены в таблице №1 и на рисунке №1.

Таблица №1

Зависимость частот свободных колебаний от глубины заложения трубопровода для различных значений внутреннего рабочего давления и коэффициента продольной сжимающей силы.

| H  | $p_0=0,0$ (МПа): $P=0; L/R = 1/15; h/R= 1/50$    |                |                |   |                |                |  |                |                |
|----|--|----------------|----------------|---|----------------|----------------|--|----------------|----------------|
|    | $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>         |                |                | $\kappa=0,3 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>  |                |                | $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup> |                |                |
|    | $\omega_{1,1}$                                   | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                            | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                           | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ |
| 2  | 30,33  | 20,71          | 44,06          | 33,17                                     | 26,89          | 47,68          | 37,02                                    | 34,13          | 52,63          |
| 4  | 30,33  | 19,85          | 42,86          | 33,17                                     | 26,24          | 46,56          | 37,02                                    | 33,61          | 51,63          |
| 8  | 30,33  | 18,01          | 40,34          | 33,17                                     | 24,87          | 44,26          | 37,02                                    | 32,56          | 49,56          |
| 15 | 30,33  | 14,22          | 35,50          | 33,17                                     | 22,28          | 39,89          | 37,02                                    | 30,62          | 45,70          |
| 25 | 30,33  | 5,28           | 27,12          | 33,17                                     | 17,94          | 32,67          | 37,02                                    | 27,63          | 39,55          |
| 35 | 30,33  | -              | 14,54          | 33,17                                     | 12,15          | 23,30          | 37,02                                    | 24,27          | 32,24          |
| 45 | 30,33  | -              | -              | 33,17                                     | -2,44          | -              | 37,02                                    | 20,36          | 22,71          |
| H  | $p_0=4,0$ (МПа): $P=0; L/R = 1/15; h/R= 1/50$    |                |                |   |                |                |  |                |                |
|    | $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>         |                |                | $\kappa=0,3 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>  |                |                | $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup> |                |                |
|    | $\omega_{1,1}$                                   | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                            | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                           | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ |
| 2  | 30,33  | 49,82          | 90,05          | 33,17                                     | 52,69          | 91,88          | 37,02                                    | 56,72          | 94,54          |
| 4  | 30,33  | 49,46          | 89,47          | 33,17                                     | 52,35          | 91,30          | 37,02                                    | 56,41          | 93,99          |
| 8  | 30,33  | 48,75          | 88,29          | 33,17                                     | 51,68          | 90,15          | 37,02                                    | 55,79          | 92,86          |
| 15 | 30,33  | 47,48          | 86,19          | 33,17                                     | 50,49          | 88,09          | 37,02                                    | 54,68          | 90,87          |
| 25 | 30,33  | 45,61          | 83,09          | 33,17                                     | 48,73          | 85,07          | 37,02                                    | 53,06          | 87,93          |
| 35 | 30,33  | 43,66          | 79,87          | 33,17                                     | 46,91          | 81,92          | 37,02                                    | 51,39          | 84,90          |
| 45 | 30,33  | 41,61          | 76,52          | 33,17                                     | 45,01          | 78,66          | 37,02                                    | 49,67          | 81,76          |
| H  | $p_0=0,0$ (МПа): $P=0,3; L/R = 1/15; h/R= 1/50$  |                |                |   |                |                |  |                |                |
|    | $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>         |                |                | $\kappa=0,25 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup> |                |                | $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup> |                |                |
|    | $\omega_{1,1}$                                   | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                            | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                           | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ |
| 2  | 26,69  | 9,53           | 39,50          | 29,88                                     | 19,62          | 43,49          | 34,10                                    | 28,75          | 48,88          |
| 4  | 26,69  | 7,48           | 38,15          | 29,88                                     | 18,71          | 42,27          | 34,10                                    | 28,13          | 47,79          |
| 8  | 26,69  | -              | 35,29          | 29,88                                     | 16,74          | 39,72          | 34,10                                    | 26,86          | 45,55          |
| 15 | 26,69  | -              | 29,64          | 29,88                                     | 12,58          | 34,79          | 34,10                                    | 24,48          | 41,32          |
| 25 | 26,69  | -              | 18,83          | 29,88                                     | -              | 26,19          | 34,10                                    | 20,62          | 34,40          |
| 35 | 26,69  | -              | -              | 29,88                                     | -              | 12,72          | 34,10                                    | 15,83          | 25,67          |
| 45 | 26,69  | -              | -              | 29,88                                     | -              | -              | 34,10                                    | 8,72           | 11,61          |
| H  | $p_0=4,0$ (МПа): $P=0,25; L/R = 1/15; h/R= 1/50$ |                |                |   |                |                |  |                |                |
|    | $\kappa=0,1 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>         |                |                | $\kappa=0,3 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup>  |                |                | $\kappa=0,6 \cdot 10^7$ Н/м <sup>3</sup> |                |                |
|    | $\omega_{1,1}$                                   | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                            | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ | $\omega_{1,1}$                           | $\omega_{2,1}$ | $\omega_{3,1}$ |

|    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2  | 26,69 | 46,30 | 87,91 | 29,88 | 49,37 | 89,78 | 34,10 | 53,65 | 92,50 |
| 4  | 26,69 | 45,92 | 87,31 | 29,88 | 49,02 | 89,19 | 34,10 | 53,33 | 91,94 |
| 8  | 26,69 | 45,15 | 86,10 | 29,88 | 48,30 | 88,01 | 34,10 | 52,67 | 90,79 |
| 15 | 26,69 | 43,77 | 83,94 | 29,88 | 47,02 | 85,90 | 34,10 | 51,50 | 88,74 |
| 25 | 26,69 | 41,74 | 80,76 | 29,88 | 45,12 | 82,79 | 34,10 | 49,77 | 85,74 |
| 35 | 26,69 | 39,59 | 77,45 | 29,88 | 43,15 | 79,56 | 34,10 | 47,99 | 82,63 |
| 45 | 26,69 | 37,32 | 73,99 | 29,88 | 41,08 | 76,19 | 34,10 | 46,14 | 79,39 |

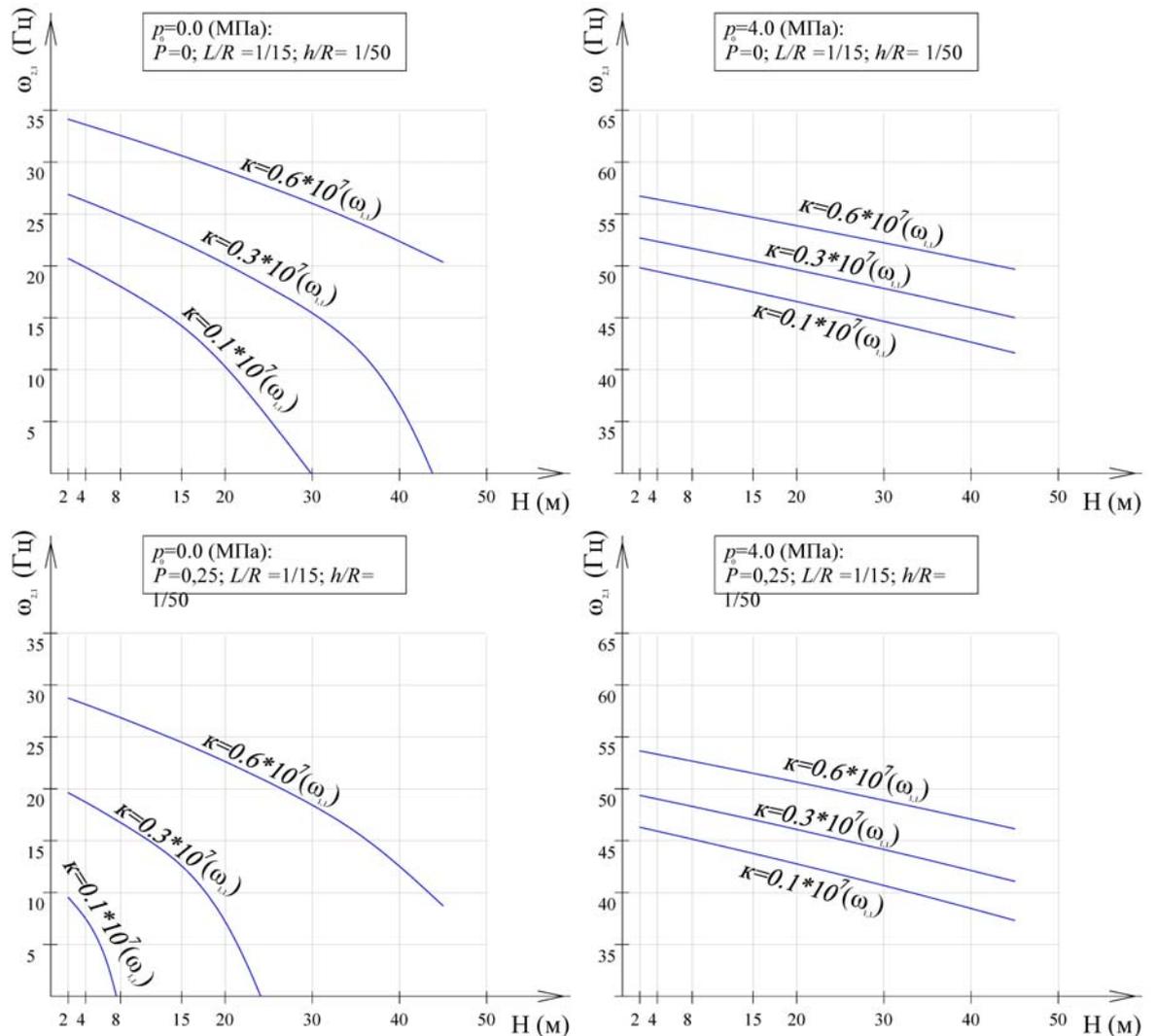


Рис.1 — Зависимость частот свободных колебаний от глубины заложения трубопровода ( $H$ ) при фиксированных значениях толщины стенки трубопровода ( $h/R$ ) коэффициента упругого отпора грунта ( $\kappa$ ) и параметра длины участка  $L/R$ , для различных значений внутреннего рабочего давления ( $p_0$ ), коэффициента продольной сжимающей силы ( $P$ ).

Анализ результатов показал, что с увеличением глубины заложения трубопровода  $H$ , частоты свободных колебаний уменьшаются. Так например при  $p_0=0$ ,  $P=0,3$ ,  $\kappa=0,1 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>, для

глубины заложения 2 м  $\omega_{2,1}=9,53$  Гц, а для глубины 4 м  $\omega_{2,1}=7,48$  Гц и при глубине  $H=7,52$  м частота свободных колебаний становится равной нулю, это свидетельствует о сплющивании поперечного сечения трубопровода.

Используя динамический критерий устойчивости, для которого частота свободных колебаний обращается в ноль, из (4) получим:

$$H_{кр} = \frac{Eh[n^4 \pi^4 R^4 (1+16P) + 144h_v^2] + 48p_0R + 16\kappa R^2}{96\gamma R} \quad (6)$$

Выражение (6) позволяют определить глубину заложения газопровода, при которой происходит сплющивание поперечного сечения с учётом внутреннего давления  $p_0$ , объёмного веса грунта  $\gamma$ , параметра продольной силы  $P$ , коэффициента упругого отпора грунта  $\kappa$ , толщины стенки трубопровода и радиуса поперечного сечения.

Анализируя выражение (6) можно сделать следующие выводы:

- во-первых — чем больше радиус поперечного сечения трубопровода, тем меньше глубина, при которой происходит потеря устойчивости стенок трубопровода по оболочечной форме;
- во-вторых — с уменьшением объёмного веса грунта засыпки глубина  $H_{кр}$  увеличивается;
- в-третьих — с уменьшением толщины трубопровода  $h$ , параметра продольной силы  $P$ , внутреннего рабочего давления  $p_0$  и коэффициента упругого отпора грунта  $\kappa$  — глубина  $H_{кр}$  увеличивается;

Справедливость данного вывода подтверждаются значениями, приведёнными в таблице №1 и на рисунке №1.

Следует отметить, что потеря устойчивости стенок трубопровода даже в слабых грунтах происходит при глубине заложения более 7,0 м, а с увеличением коэффициента упругого отпора  $\kappa$  частоты собственных

колебаний увеличиваются. Это объясняется тем, что «грунт, в котором находится трубопровод, оказывает сопротивление или отпор перемещениям стенок трубы и повышает жёсткость и несущую способность. Влияние отпора сказывается тем значительнее, чем плотнее грунт и чем более гибки стенки трубопровода» [10, С.2], так например при  $p_0=0,0$  МПа,  $P=0,0$  и  $h/R=1/50$  при  $\kappa=0,1 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup> на глубине 25 м  $\omega_{2,1}=5,28$  Гц, а для  $\kappa=0,6 \cdot 10^7$  Н/м<sup>3</sup>  $\omega_{2,1}=27,63$  Гц;

Заложение трубопроводов на глубину более 7-ми метров, как правило, не осуществляется (СП33.13330.2012), поэтому в дальнейшем исследование этого параметра автором рассматриваться не будет.

### Литература

1. Гостинин И.А., Вирясов А.Н., Семенова М.А. Анализ аварийных ситуаций на линейной части магистральных газопроводов // Инженерный Вестник Дона, 2013, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1618](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1618)
2. Денисов Г.В., Лалин В.В. Предложения по расчету участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивным включением на сейсмическое воздействие // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородов сырья. 2013. №3. С. 20-23.
3. Ruoccoa Eugenio An exponential matrix method for the buckling analysis of underground pipelines subjected to landslide loads // Earth and Planetary Science (2016) 25 - 34. URL: [researchgate.net/publication/309594765\\_An\\_Exponential\\_Matrix\\_Method\\_for\\_the\\_Buckling\\_Analysis\\_of\\_Underground\\_Pipelines\\_Subjected\\_to\\_Landslide\\_Loads](https://researchgate.net/publication/309594765_An_Exponential_Matrix_Method_for_the_Buckling_Analysis_of_Underground_Pipelines_Subjected_to_Landslide_Loads)
4. Kourctzis George P., Karamitros Dimitrios K., and Sloan Scott W. Analysis of buried pipelines subjected to ground surface settlement and heave. Published at [nrcrcsearchprcss.com/cgj](http://nrcrcsearchprcss.com/cgj) on 5 December 2014. URL: [researchgate.net/publication/280560651\\_Analysis\\_of\\_buried\\_pipelines\\_subjected\\_to\\_ground\\_surface\\_settlement\\_and\\_heave](https://researchgate.net/publication/280560651_Analysis_of_buried_pipelines_subjected_to_ground_surface_settlement_and_heave)



5. Соколов В.Г., Дмитриев А.В. Свободные колебания подземных прямолинейных тонкостенных участков газопроводов // Вестник гражданских инженеров. - 2019. - №2(73). - С. 29-34.
6. Ильин В. П. Применение полубезмоментной теории к задачам расчета тонкостенных труб. Проблемы расчета пространственных конструкций. Труды МИСИ. М., 1980. № 1. С. 45–55.
7. Тимофеев С.И. Численное решение нелинейной задачи устойчивости цилиндрических изотропных оболочек на основе динамического критерия // Инженерный вестник Дона, 2012, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/720](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/720)
8. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Акад. наук СССР. Казан. филиал. - Казань: Таткнигоиздат, Ред. науч.-техн. лит, 1957. - 431 с.
9. Соколов В. Г., Разов И. О. Свободные колебания тонкостенных газопроводов большого диаметра при полуподземной прокладке // Вестник гражданских инженеров. 2016. №6 (59). С. 114–120.
10. Клейн Г. К. Расчет подземных трубопроводов. М., Стройиздат, 1969. — 240 с.

### References

1. Gostinin I.A., Viriasov A.N., Semenova M.A. Inzenernyj vestnik Dona, 2013, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1618](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1618)
  2. Denisov G.V., Lalin V.V. Transport i khraneniye nefteproduktov i uglevodorodov Syria (Rus), 2013, №3.
  3. Ruocco Eugenio Earth and Planetary Science (2016) 25 - 34. URL: [researchgate.net/publication/309594765\\_An\\_Exponential\\_Matrix\\_Method\\_for\\_the\\_Buckling\\_Analysis\\_of\\_Underground\\_Pipelines\\_Subjected\\_to\\_Landslide\\_Loads](https://researchgate.net/publication/309594765_An_Exponential_Matrix_Method_for_the_Buckling_Analysis_of_Underground_Pipelines_Subjected_to_Landslide_Loads)
  4. Kourctzis George P., Karamitros Dimitrios K., and Sloan Scott W. Analysis of buried pipelines subjected to ground surface settlement and heave. Published at [nrcrcsearchpress.com/cgj](http://nrcrcsearchpress.com/cgj) on 5 December 2014. URL:
-



researchgate.net/publication/280560651\_Analysis\_of\_buried\_pipelines\_subje  
cted\_to\_ground\_surface\_settlement\_and\_heave

5. Sokolov V.G., Dmitriev A.V. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov (Rus), 2019, 2(73), pp. 29-34.
6. Il'in V. P. (1980) Primenenie polubezmomentnoy teorii k zadacham rascheta tonkostennykh trub. [Application semi-membrane theory to problems of calculating thin-walled tubes.] Proc. of the MISI "Problems of calculating spatial structures. 1, pp. 45–55.
7. Timofeev S.I. Inzenernyj vestnik Dona, 2012, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/720](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/720)
8. Mushtari Kh. M., Galimov K. Z. (1957) Nelineynaya teoriya uprugikh obolochek [Nonlinear theory of elastic shells]. Kazan: Tatknigoizdat Publ., p. 431.
9. Sokolov V. G., Razov I. O. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov (Rus), 2016, 6(59), pp. 114-120.
10. Kleyn G.K. Raschet podzemnih truboprovodov. [The calculation of underground pipelines]. Moscow: Stroiizdat, 1969, p. 240.