

Расчет металлических гофрированных оболочек при осесимметричном нагружении

А.С. Чепурненко, Б.М. Языев, М.С. Турко

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В статье рассматривается методика расчета металлических гофрированных конструкций при помощи метода конечных элементов на осесимметричную нагрузку. Используются одномерные конечные элементы в виде усеченных конусов. Вычисления выполняются при помощи разработанной авторами программы в пакете Matlab. Приведен пример расчета грунтового колодца.

Ключевые слова: металлические гофрированные конструкции, цилиндрическая оболочка, метод конечных элементов, осесимметричная задача, грунтовой колодец, теория оболочек, краевой эффект.

Задачи расчета осесимметричных оболочек представляют существенное практическое значение, поэтому существуют особые подходы к их моделированию. Хотя анализ напряженно-деформированного состояния рассматриваемых конструкций может быть выполнен в трехмерной постановке при помощи треугольных или четырехугольных оболочечных конечных элементов, решение можно значительно упростить, приняв во внимание осевую симметрию сооружения [1-6]. Если оболочка и нагрузка осесимметричны, то элементы становятся одномерными [7-8].

В настоящей статье рассматривается цилиндрический колодец под действием давления грунта, расчетная схема которого приведена на рис. 1.

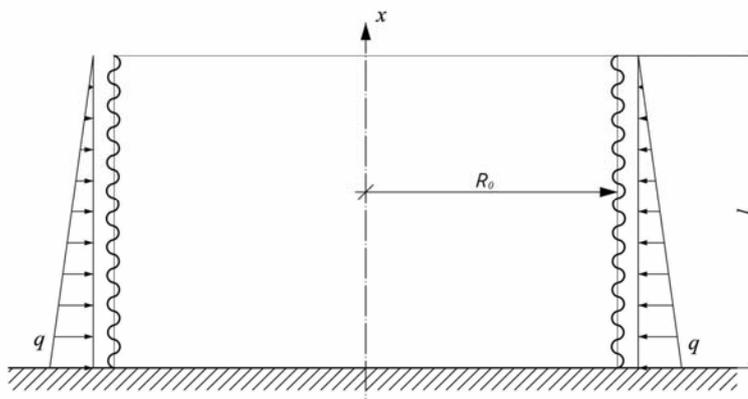


Рис. 1. – Расчетная схема колодца, выполненного в грунте

В осесимметричной оболочке (рис. 2) смещение точки срединной поверхности однозначно определяется перемещениями u и w по направлению меридиана и нормали к поверхности оболочки [9-10].

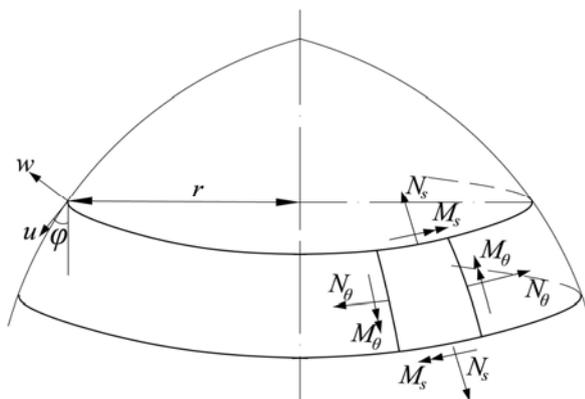


Рис. 2. – Осесимметричная оболочка – перемещения в результате нагружения и результирующие внутренние усилия

Внутренние усилия: изгибающие моменты M_s и M_θ , а также нормальные усилия N_s и N_θ единственным образом определяются как функции от обобщенных деформаций, которые включают в себя изменения кривизн χ_s и χ_θ , а также деформации срединной поверхности ε_s и ε_θ . Вектор обобщенных деформаций связан с перемещениями следующим образом:

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_s \quad \varepsilon_\theta \quad \chi_s \quad \chi_\theta\} = \left\{ \frac{du}{ds} \quad \frac{w \cos \varphi + u \sin \varphi}{r} \quad -\frac{d^2 w}{ds^2} \quad -\frac{\sin \varphi}{r} \frac{dw}{ds} \right\}. \quad (1)$$

Связь между внутренними усилиями и обобщенными деформациями для упругой оболочки запишется в виде:

$$\{\sigma\} = \{N_s \quad N_\theta \quad M_s \quad M_\theta\}^T = [D]\{\varepsilon\}. \quad (2)$$

Матрица $[D]$ в случае изотропного материала имеет вид:

$$[D] = \frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h^2/12 & \nu h^2/12 \\ 0 & 0 & \nu h^2/12 & h^2/12 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Оболочка разбивается с помощью узловых поверхностей на ряд усеченных конусов, как показано на рис. 3.

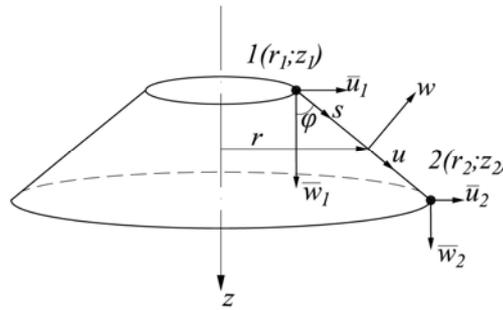


Рис. 3. – Элемент осесимметричной оболочки

Функции формы для перемещений u и w принимаются в виде:

$$u(s) = \alpha_0 + \alpha_1 s; \quad w(s) = \alpha_2 + \alpha_3 s + \alpha_4 s^2 + \alpha_5 s^3. \quad (4)$$

Коэффициенты $\alpha_0, \dots, \alpha_5$ определяются из условий:

$$\begin{aligned} u(0) = u_1; w(0) = w_1; \varphi(0) = \left. \frac{dw}{ds} \right|_{s=0} &= \varphi_1; \\ u(l) = u_2; w(l) = w_2; \varphi(l) = \left. \frac{dw}{ds} \right|_{s=l} &= \varphi_2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $l = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

Представим соотношения (5) в матричном виде:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_0 + \alpha_1 l \\ \alpha_2 + \alpha_3 l + \alpha_4 l^2 + \alpha_5 l^3 \\ \alpha_3 + 2\alpha_4 l + 3\alpha_5 l^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & l^2 & l^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2l & 3l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{Bmatrix} = [C]\{\alpha\}, \quad (6)$$

откуда $\{\alpha\} = [C]^{-1}\{U\} = [\Phi]\{U\}$.

Подставляя (4) в (1), получим:

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sin \varphi}{r} & \frac{s \sin \varphi}{r} & \frac{\cos \varphi}{r} & \frac{s \cos \varphi}{r} & \frac{s^2 \cos \varphi}{r} & \frac{s^3 \cos \varphi}{r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -6s \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\sin \varphi}{r} & -\frac{2s \sin \varphi}{r} & -\frac{3s^2 \sin \varphi}{r} \end{bmatrix} \cdot \{\alpha\} = [\lambda] \cdot \{\alpha\} = [B]\{U\}, \quad (7)$$

где $[B] = [\lambda][\Phi]$.

Матрица жесткости $[K]$ определяется следующим образом:

$$[K] = \int_V [B]^T [D][B] dV = 2\pi [\Phi]^T \int_{r_1}^{r_2} [\lambda]^T [D][\lambda] r ds [\Phi]. \quad (8)$$

Для определения элементов матрицы $[K]$ используется численное интегрирование. Выражение (9) записано в локальной системе координат элемента. Преобразование координат выполняется по формулам:

$$\{U\} = [L]\{\bar{U}\}; \{F\} = [L]\{\bar{F}\}; [\bar{K}] = [L]^T [K][L], \quad (9)$$

где $[L] = \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

В формулах (9) $[\bar{K}]$, $\{\bar{F}\}$, $\{\bar{U}\}$ – соответственно матрица жесткости, вектор нагрузки и вектор перемещений в глобальной системе координат.

Расчет оболочки выполнялся при $l = 4$ м, $R_0 = 2$ м. Удельный вес грунта засыпки принимался равным $\gamma = 26.5$ кН/м³. Поперечное сечение листов показано на рис. 4. Параметры, определяющие геометрию листа, приведены в табл. 1.

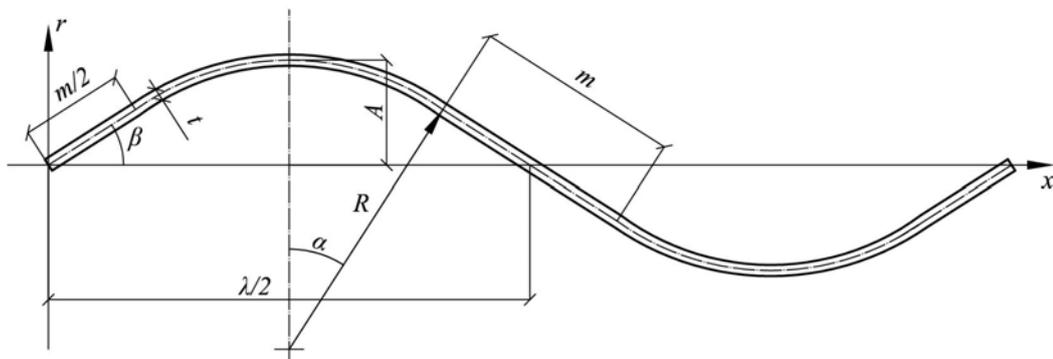


Рис. 4. – Поперечное сечение гофрированных листов

Таблица № 1

Параметры, определяющие геометрию листа

Толщина листа, t мм	Длина прямой вставки, m , мм	Угол α , °	Длина волны, λ , мм	Радиус кривизны криволинейной вставки R , мм	Амплитуда волны, A , мм
5	28.5	46.33	200	53	27.5

Результаты расчета гофрированной оболочки при помощи разработанной авторами программы в пакете Matlab приведены на рис. 5 – 6. При расчете количество конечных элементов принималось равным 600. Для гладкой оболочки той же толщины изгибающий момент в защемлении оказался на 30.3% выше по сравнению с гофрированной, а максимальная величина кольцевой силы – на 15.7% выше.

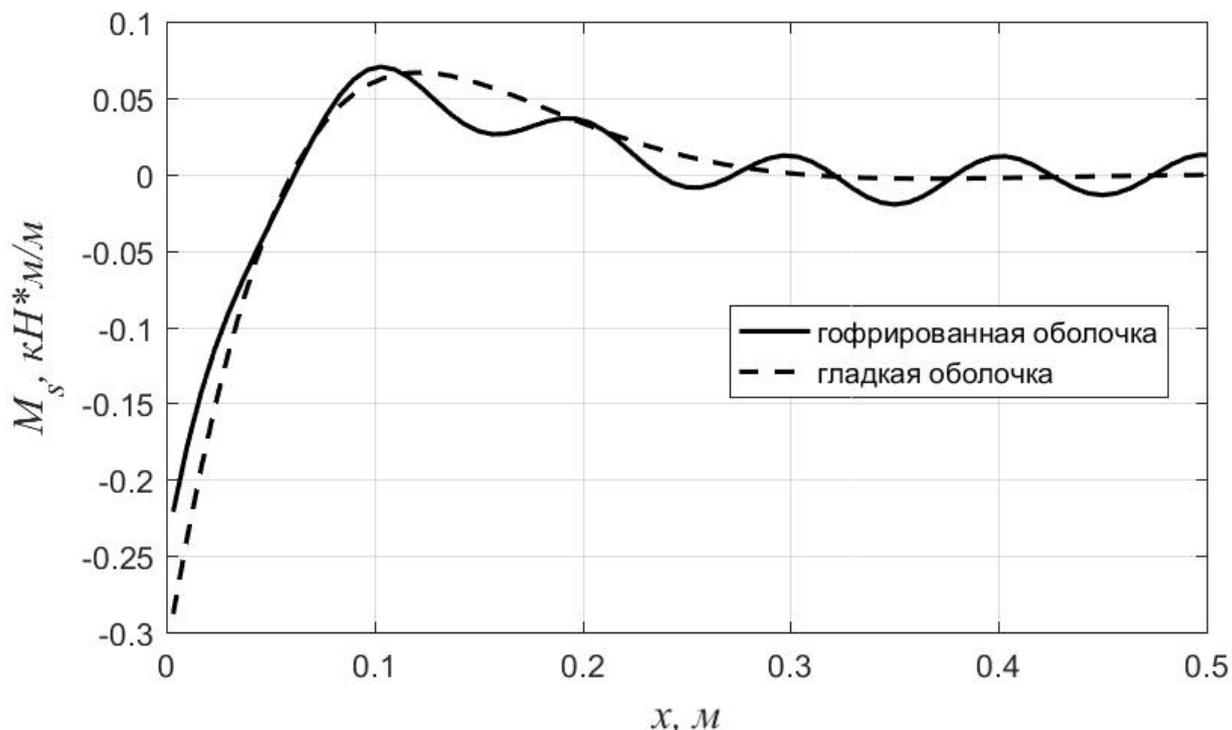


Рис. 5. – Распределение меридионального изгибающего момента по высоте оболочки в приопорной зоне

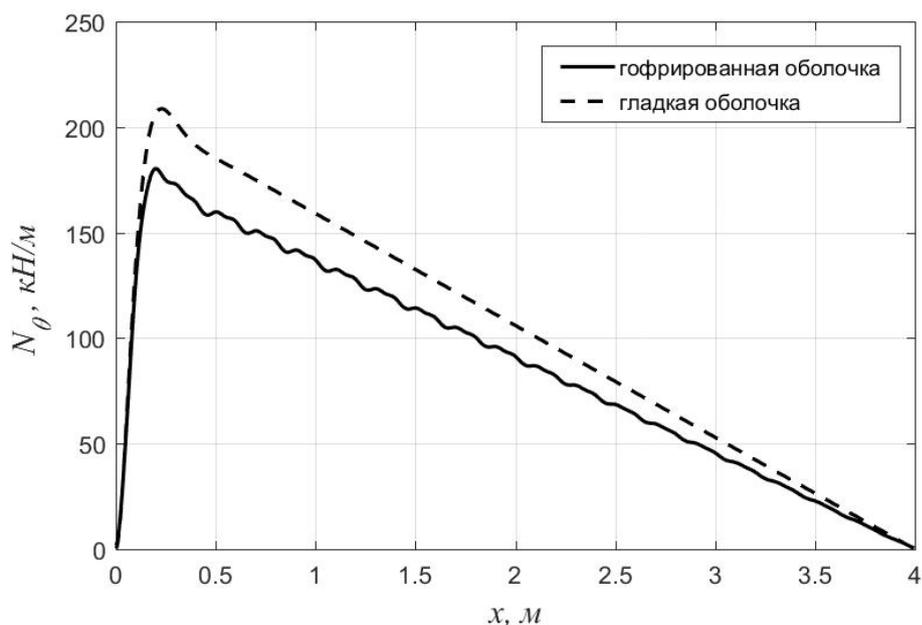


Рис. 6. – Распределение кольцевой силы по высоте оболочки

Литература

1. Литвинов С.В., Труш Л.И., Дудник А.Е. Моделирование термоползучести неоднородного толстостенного цилиндра в осесимметричной постановке // Инженерный вестник Дона, 2016, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560
2. Языев Б.М., Литвинов С.В., Козельский Ю.Ф. Плоская деформация элементов цилиндрических конструкций под действием физических полей // Инженерный вестник Дона, 2013, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1616
3. Литвинов С.В., Труш Л.И., Аваков А.А. Напряженно-деформированное состояние тел вращения в вязкоупругой постановке // Строительство и архитектура-2017. Факультет промышленного и гражданского строительства. Материалы научно-практической конференции. 2017. С. 186-194.
4. Litvinov S.V., Trush L.I., Yazyev S.B. Flat axisymmetrical problem of thermal creepage for thick-walled cylinder made of recyclable PVC // Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. pp. 1686-1693.

5. Труш Л.И., Литвинов С.В., Пищеренко Е.Н., Дудник А.Е. Оптимизация решения плоской задачи полимерного цилиндрического тела в термовязкоупругой постановке // Новые полимерные композиционные материалы Материалы XIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки РФ и КБР, проф. Микитаева А.К. 2017. С. 246-253.

6. Литвинов С.В., Труш Л.И., Пищеренко Е.Н., Аваков А.А. Прогнозирование прочности адгезионного соединения в течение длительного периода времени // Новые полимерные композиционные материалы Материалы XIII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки РФ и КБР, проф. Микитаева А.К. 2017. С. 162-167.

7. Chepurnenko A.S, Neumerzhitskaya N.V, Turko M.S. Finite Element Modeling of the Creep of Shells of Revolution Under Axisymmetric Loading // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. pp. 808-817.

8. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Никора Н.И. Плоская осесимметричная задача термовязкоупругости для полимерного цилиндра // Инженерный вестник Дона, 2015, № 1-2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816

9. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 с.

10. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. М.: Недра, 1974. 240 с.

References

1. Litvinov S.V., Trush L.I., Dudnik A.E. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3560

2. Yazyev BM, Litvinov SV, Kozelsky Yu.F. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2013, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1616



3. Litvinov S.V., Trush L.I., Avakov A.A. Stroitel'stvo i arkhitektura-2017. Fakul'tet promyshlennogo i grazhdanskogo stroitel'stva. Materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii. 2017. pp. 186-194.
4. Litvinov S.V., Trush L.I., Yazyev S.B. Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. pp. 1686-1693.
5. Trush L.I., Litvinov S.V., Pisherenco E.N., Dudnik A.E. Materialy XIII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy pamyati zaslužennogo deyatelya nauki RF i KBR, prof. Mikitayeva A.K. 2017. pp. 246-253.
6. Litvinov S.V., Trush L.I., Pisherenco E.N., Avakov A.A. Novyye polimernyye kompozitsionnyye materialy Materialy XIII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy pamyati zaslužennogo deyatelya nauki RF i KBR, prof. Mikitayeva A.K. 2017. pp. 162-167.
7. Chepurnenko A.S., Neumerzhitskaya N.V., Turko M.S. Advances in Intelligent Systems and Computing. 2018. Vol. 692. pp. 808-817.
8. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Nikora N.I. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2015, № 1-2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816
9. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike. [Finite Element Method in Engineering]. Moscow: Mir, 1975. 543 p.
10. Zenkevich, O. Metod konechnykh elementov v teorii sooruzheniy i v mekhanike sploshnykh sred. [Finite Element Method in Structural Theory and in Continuum Mechanics]. Moscow: Nedra, 1974. 240 p.