

Создание приложения на языке C# для моделирования максимального потока в транспортной сети

В.В. Кузина, А.А. Клейменов

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза

Аннотация: Рассматриваются вопросы моделирования транспортной сети на основе алгоритма Форда – Фалкерсона. Описывается процесс поиска минимального разреза с использованием созданных на языке программирования C# графического редактора и библиотеки. Приводятся основные понятия теории графов и сетей, поясняющие постановку задачи. Показан пример решения транспортной задачи с использованием разработанных программных средств, приводится сравнение результатов выполнения программы с контрольным примером.

Ключевые слова: транспортная сеть, задача о максимальном потоке, алгоритм Форда – Фалкерсона, минимальный разрез в сети, программная библиотека, графический редактор, язык программирования C#.

Введение

Задача о максимальном потоке, впервые сформулированная в общем виде в 1951 году Дж. Данцигом, является одной из важнейших задач теории потоков в сетях. Итерационный алгоритм, разработанный для ее решения в 1956 году Л. Фордом и Д. Фалкерсоном, находит широкое применение.

Задача о потоках возникает при оптимизации схем доставки грузов и распределении потоков в транспортных сетях [1 – 3], проектировании узлов вычислительных машин и передаче информации по разветвленной сети каналов связи между узлами, оптимизации распределения трафика в телекоммуникационных сетях [4], строительстве энергетических, тепловых и водопроводных сетей, анализе сетевого графика и поиске эффективных планов выполнения работ.

Графовые модели являются средством визуализации и, благодаря наглядности, находят применение во многих сферах деятельности с использованием различных инструментов реализации. Так, в статье [5] вариант использования алгоритма Форда – Фалкерсона, представленный в псевдокоде, выраженном в общих терминах операций над множествами и

графами, моделирует многопоточную вычислительную систему для работы в условиях параллельных вычислений. Применение классических алгоритмов поиска кратчайшего пути в анализе геоинформационных систем приведён в статье [6]. Формальное представление транспортных сетей в виде графов, математическое моделирование процессов с использованием средств компьютерной техники и систем искусственного интеллекта [7, 8] позволяет решать задачи оптимизации транспортных потоков [9, 10], что показывает актуальность темы исследования.

Для компьютерной реализации алгоритма Форда – Фалкерсона применялись разные языки программирования (Delphi в работе [11], Ркод в [12], С++ в статье [13] и др.) с использованием библиотек.

Несмотря на наличие библиотек для анализа сетей на языке Python (NetworkX, igraph), имеется потребность в разработке подобных библиотек на других языках программирования, в частности, на С#, для обеспечения совместимости с платформой .NET.

Целью исследования является разработка библиотеки на языке программирования С# для поиска минимального разреза в сети и создание графического редактора для визуализации решения двойственных задач – о максимальном потоке и минимальном разрезе в транспортной сети.

Постановка задачи

Задается сеть – в простом ориентированном графе выделяются исток I и сток S , задаются веса дуг. На сети определяются потоки $f(i,j)$, которые ограничены пропускными способностями дуг $r_{ij} \geq 0$, то есть максимальным значением потока, которое может пропустить дуга за единицу времени.

Предполагается, что если дуга (i, j) входит в сеть, то в сеть входит и дуга (j, i) . В общем случае $r_{ij} \neq r_{ji}$ [14].

Потоки на сети должны обладать следующими свойствами:

1) $x_{ij} \leq r_{ij}$ – величина потока x_{ij} не превышает пропускной способности дуги; при этом дуга считается ненасыщенной, если $x_{ij} < r_{ij}$, насыщенной – если $x_{ij} = r_{ij}$;

2) $\sum_{j=1}^n x_{ij} = 0$, ($i \neq I, S$). – количество входящего в вершину j потока равно количеству выходящего;

3) $F = \sum_j X_{Ij} = \sum_i X_{iS} = \max$, где j – конечные вершины дуг, исходящих из истока I , i – начальные вершины дуг, входящих в сток S (общий исток равен общему стоку);

4) принимается, что $X_{ij} = -X_{ji}$ – потоки по дугам (i, j) и (j, i) равны по величине, но противоположны по направлению. Такие ограничения часто применяются в ситуациях, когда потоки имеют определенное направление и требуется моделировать двустороннее взаимодействие между вершинами, такое как обмен данными или ресурсами в сетях.

Задача поиска максимального потока состоит в максимизации величины $M(f) = \sum_{v: (I,j) \in E} f(I,j) \rightarrow \max_f$ по всем допустимым потокам при ограничениях 1 – 4, представленных выше в виде свойств.

Требуется определить величину максимального потока в сети, который можно пропустить от истока к стоку, и его распределение по дугам.

По теореме Форда – Фалкерсона, максимальный поток в сети равен ее минимальному разрезу. Напомним, что разрез на сети представляет собой совокупность дуг, удаление которой разделяет сеть на множества A и B таким образом, что $I \in A$, $S \in B$, $A \cup B = V$, $A \cap B = \emptyset$. То есть удаление из сети множества рёбер, составляющих разрез, приведет к разделению истока и стока. Минимальным считается произвольный разрез A/B с наименьшей пропускной способностью.

Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмом Форда – Фалкерсона, состоящего из следующих шагов:

1. Инициализация потока в сети.
2. Поиск пути увеличения потока в остаточной сети.
3. Если путь найден, определение его пропускной способности (минимальной пропускной способности на всех ребрах пути).
4. Увеличение потока вдоль выбранного пути.
5. Повторение шагов 2 – 4 до тех пор, пока существует путь увеличения потока.

Остаточная сеть определяется на основе текущего потока и исходной сети, она содержит только те дуги, по которым можно увеличить поток. Дуга может быть добавлена в остаточную сеть, если ее пропускная способность больше нуля.

Алгоритм Форда – Фалкерсона завершается, когда уже не существует пути увеличения потока. После завершения алгоритма минимальный разрез может быть найден с помощью определения непосещенных вершин в исходной сети, которые не могут быть достигнуты из истока.

Рассмотрим реализацию алгоритма на языке программирования C#.

Решение задачи поиска минимального разреза в транспортной сети

В качестве примера создадим модель участка дороги по улице Кирова в городе Пензе. Представим дорожную сеть в виде ориентированного графа, в котором вершинами являются перекрестки, а дугами – дороги, соединяющие перекрестки. Для определения пропускной способности P используем максимальную разрешенную скорость и максимальную плотность транспортного потока. Приняв, что одна полоса может пропускать до 2300 авт./ч, зададим для двухполосной дороги $P = 4600$ авт./ч (аналогично для большего количества полос) и построим взвешенный граф. Моделируя работу перекрестка, целесообразно объединить все въезды в общий исток, а все выезды – в сток. Таким образом граф преобразуется в классическую сеть с одним входом и одним выходом. Сток разместим в центре города,

поскольку в этом узле сходятся основные потоки трафика. Исток выберем в северо-западном направлении на максимальном расстоянии от стока.

Представим алгоритм Форда – Фалкерсона поиска минимального разреза в транспортной сети в виде схемы, приведенной на рис. 1. Для реализации алгоритма нами создана библиотека GraphMinCutLibrary.dll на языке C#, включающая три статических класса (RminusX.cs, XplusDelta.cs и Multitude.cs) и ключевой элемент – класс Graph.cs.

Запуск алгоритма инициируется классом *Graph.cs*, который формирует матрицы пропускных способностей R и потока X_n , включает функцию нахождения минимального разреза f и управляет работой всех остальных классов. Матричные вычисления для циклического поиска путей увеличения потока выполняются классами *RminusX.cs* и *XplusDelta.cs*. По завершению цикла активируется класс *Multitude.cs*, который разделяет список вершин на два множества. Возвращает множество дуг B , составляющих минимальный разрез, который функция нахождения минимального разреза класса *Graph.cs* возвращает как результат.

Для подключения библиотеки GraphMinCutLibrary.dll достаточно указать ссылку на её расположение. В Visual Studio в обозревателе решений следует выбрать проект «MaximumTrafficFlow», затем перейти в раздел «Ссылки» и, нажав правой кнопкой мыши, выбрать «Добавить ссылку».

Для импорта пространства имен из добавленной библиотеки выбрать using GraphMinCutLibrary, после чего можно использовать классы и методы из подключенной библиотеки в коде своей программы:

```
private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Matrix matrix1 = new Matrix(MatrixConverter.BuildMatrix(Node.Edges));
    Graph graph = new Graph(matrix1);
}
```

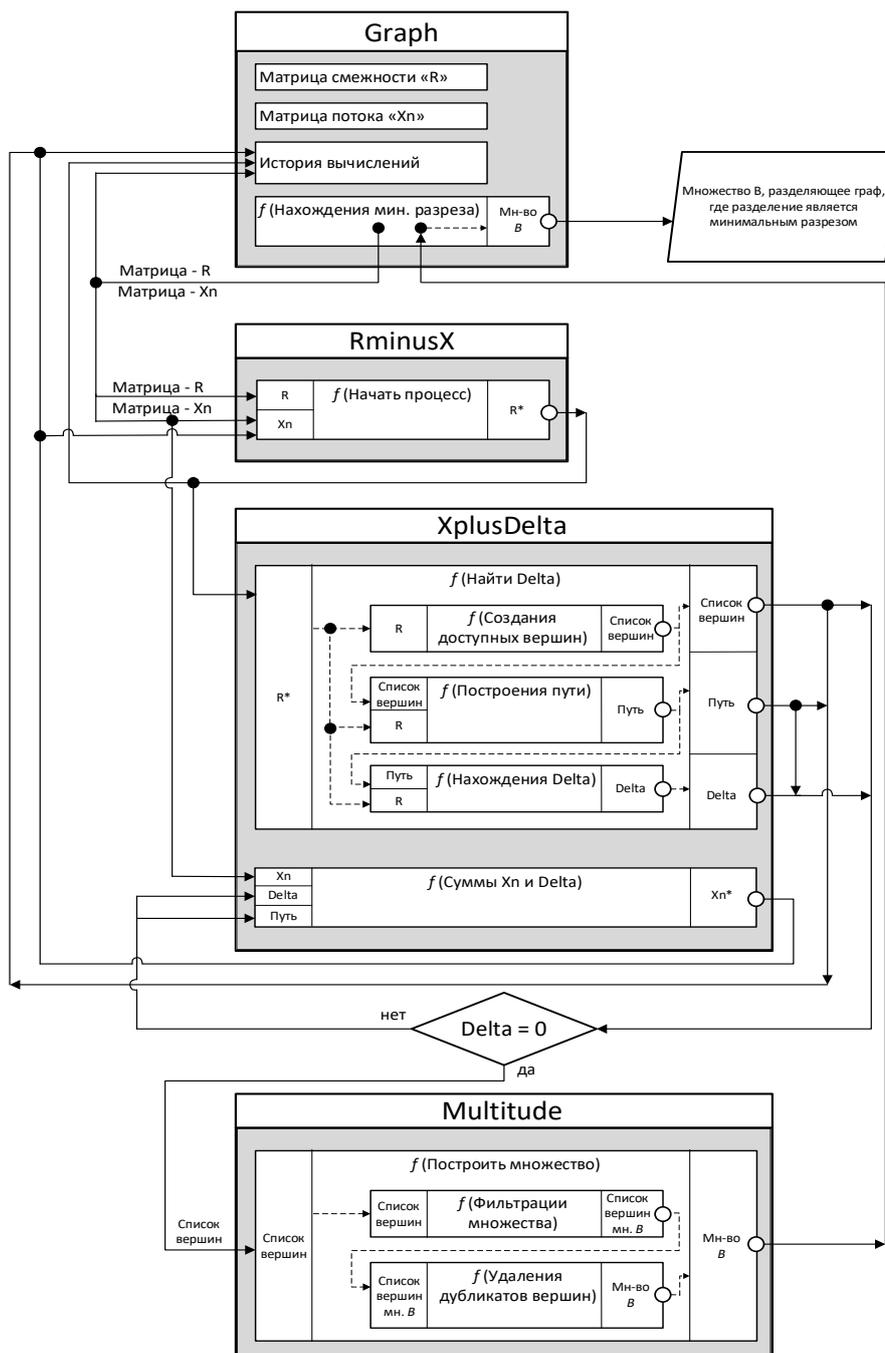


Рис. 1 – Схема алгоритма по поиску минимального разреза

Для тестирования библиотеки нами разработан графический редактор в Windows Forms на С#. После запуска программы необходимо расположить вершины, задать связи между ними и веса дуг. Программа рисует сеть – соединяет вершины и проставляет веса. По нажатию кнопки «Найти минимальный разрез» данные передаются в библиотеку GraphMinCutLibrary, составляющие минимальный разрез дуги выделяются красным цветом

(рис. 2). Затем появляется окно со списком выполненных операций, поэтапно отображающий процесс вычислений, что удобно при отладке программы. Результатом работы программы является список дуг, составляющих минимальный разрез сети. В нашем примере минимальный разрез составляют дуги (1, 12), (8, 14), (9, 13), (11, 12).

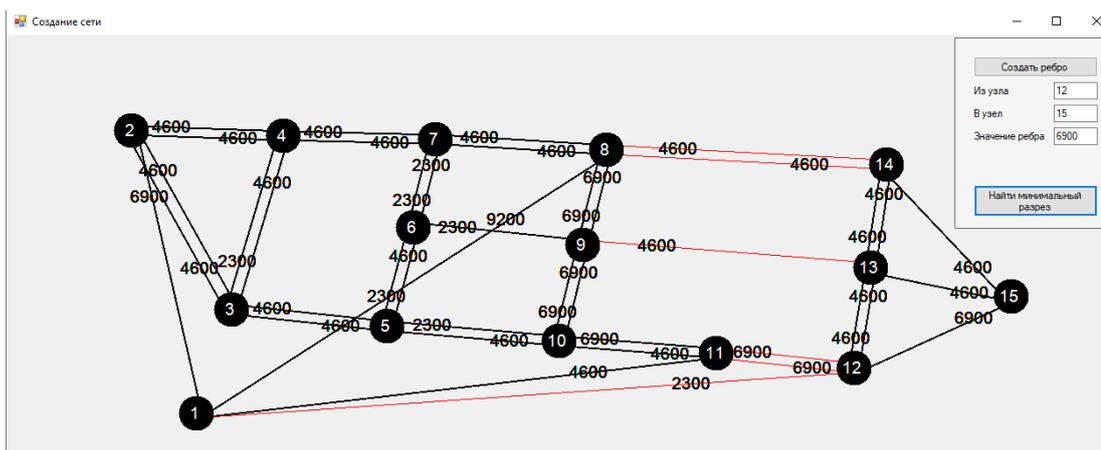


Рис. 2 – Окно программы: сеть с выделенным минимальным разрезом

Выводы

Таким образом, создание библиотеки и графического редактора на языке программирования C# для поиска максимального потока и минимального разреза в сети по алгоритму Форда – Фалкерсона является актуальным. Создание такой библиотеки имеет практическую значимость для алгоритмического анализа сетевых структур на платформе .NET с использованием преимуществ современного и мощного языка программирования. Применение библиотеки позволит эффективно решать задачи оптимизации, в частности, связанные с эффективностью работы транспортных сетей.

Литература

1. Крылатов А.Ю. Оптимизационные модели и методы равновесного распределения потоков в транспортных сетях: дисс. доктора ф.-м. наук : специальность – 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка



информации (по прикладной математике и процессам управления)» / Крылатов Александр Юрьевич ; научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Захаров Виктор Васильевич; Санкт-Петербургский государственный университет. – Санкт-Петербург: Лема, 2018. – 294 с.

2. Ярков С.А. Аспекты рационального использования дорожной инфраструктуры внутриквартальных улиц в городе // Инженерный вестник Дона, 2024. № 6 (114). URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9261.

3. Карнаухов В.Н., Карнаухов Н.Н., Мадьяров Т.М. Исследование влияния состава потока движения транспортных средств и изменения скоростного режима на безопасность дорожного движения на примере Тюменской области // Инженерный вестник Дона, 2025. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2025/9819.

4. Пономарев Д.Ю. Моделирование и оптимизация распределения трафика в телекоммуникационных сетях: дисс. доктора техн. наук : специальность – 05.12.13 «Системы, сети и устройства телекоммуникаций» / Пономарев Дмитрий Юрьевич, Новосибирск: ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева», 2019. – 327 с.

5. Попов А.Ю. О реализации алгоритма Форда – Фалкерсона в вычислительной системе с многими потоками команд и одним потоком данных // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журнал. 2014. № 9. С. 162-180.

6. Чирков А.Н., Рыбаков А.В., Белоусов Р.Л., Демин А.В. Задача определения максимального потока на дорожно-транспортной сети города при эвакуации населения / Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. 2020. № 3 (46). С. 40-51.

7. Смирнов С.В. Исследование возможностей применения алгоритмов определения кратчайшего пути в ГИС / Труды 4-й Международной научно-практической конференции "Актуальные вопросы современной науки: теория, методология, практика, инноватика" (Уфа, 2020). Уфа: НИЦ Вестник науки, 2020. С. 56-61.

8. Дергунова М.А. Пиневиц Е.В., Алтынов Д.С. Применение цифровых ресурсов в целях обеспечения транспортной безопасности // Инженерный вестник Дона, 2025. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9752.

9. Abdullah S.M., Periyasamy M., Kamaludeen N.A., Towfek S.K., et al. Optimizing Traffic Flow in Smart Cities: Soft GRU-Based Recurrent Neural Networks for Enhanced Congestion Prediction Using Deep Learning. Sustainability 2023, 15, 5949. URL: doi.org/10.3390/su15075949.

10. Qadri S.S.S.M., Gökçe M.A., Öner E. State-of-art review of traffic signal control methods: challenges and opportunities. European Transport Research Review, 2020.12. 55. URL: doi.org/10.1186/s12544-020-00439-1.

11. Прохорова Н.Ю., Лучанинов Д.Е. Реализация метода построения максимального потока в сети на языке программирования DELPHI // Постулат. 2019. № 1. URL: e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/viewFile/2308/2348.

12. Новикова А.С., Архипова О.А., Дробышева И. В. Алгоритм Форда – Фалкерсона и его применение при решении прикладных задач // Достижение национальных целей устойчивого развития страны как условие повышения качества жизни: сборник научных статей по материалам Всероссийской научной студенческой конференции (Калуга, 24 мая 2023 г.) / под редакцией В.А. Матчинова, И.Г. Моисеевой. – Калуга, 2023. – С. 56-60.

13. Сизова В.В., Сухан И.В. Разработка приложения для решения задачи о максимальном потоке // Молодой ученый. 2020. № 23 (313). С. 18-23.

14. Кузина В.В., Кошев А.Н. Сети и графы в теории информационных систем. Пенза: ПГУАС, 2023. – 119 с.

References

1. Kry`latov A. Yu. Optimizacionny`e modeli i metody` ravnovesnogo raspredeleniya potokov v transportny`x setyax [Optimization Models and Methods of Equilibrium Distribution of Flows in Transport Networks]: diss. doktora f.-m. nauk: special`nost` 05.13.01 «Sistemnyj analiz, upravlenie i obrabotka informacii (po prikladnoj matematike i processam upravleniya)». Kry`latov Aleksandr Yur`evich; nauchny`j komsul`tant: doktor fiziko-matematicheskix nauk, professor Zaxarov Viktor Vasil`evich; Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet. Sankt-Peterburg: Lema, 2018. 294 p.

2. Yarkov S.A. Inzenernyj vestnik Dona, 2024. № 6. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2024/9261.

3. Karnauxov V.N., Karnauxov N.N., Mad`yarov T.M. Inzhenernyj vestnik Dona, 2025. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2025/9819.

4. Ponomarev D. Yu. Modelirovanie i optimizaciya raspredeleniya trafika v telekommunikacionnyx setyax [Modeling and optimization of traffic distribution in telecommunication networks]. Diss. doktora texn. nauk: special`nost` 05.12.13 Sistemy, seti i ustrojstva telekommunikacij. Ponomarev Dmitrij Yur`evich, Novosibirsk: FGBOU VO «Sibirskij gosudarstvennyj universitet nauki i texnologij im. akad. M.F. Reshetneva», 2019. 327 p.

5. Popov A.Yu. Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E`. Baumana. E`lektron. Zhurnal, 2014. № 9. Pp. 162-180.

6. Chirkov A.N., Ry`bakov A.V., Belousov R.L., Demin A.V. Nauchny`e i obrazovatel`ny`e problemy` grazhdanskoj zashhity`. 2020. № 3 (46). Pp. 40-51.

7. Smirnov S.V. Trudy` 4-j Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii “Aktual`ny`e voprosy` sovremennoj nauki: teoriya, metodologiya, praktika, innovatika” (Ufa, 2020). Ufa: NICz Vestnik nauki, 2020. Pp. 56-61.



8. Dergunova M.A., Pinevich E.V., Alty`nov D.S. Inzenernyj vestnik Dona, 2025. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2025/9752.

9. Abdullah S.M., Periyasamy M., Kamaludeen N.A., Towfek S.K., et al. Optimizing Traffic Flow in Smart Cities: Soft GRU-Based Recurrent Neural Networks for Enhanced Congestion Prediction Using Deep Learning. Sustainability 2023, 15, 5949. doi.org/10.3390/su15075949.

10. Qadri S.S.S.M., Gökçe M.A., Öner E. State-of-art review of traffic signal control methods: challenges and opportunities. European Transport Research Review, 12, 55 (2020). doi.org/10.1186/s12544-020-00439-1.

11. Proxorova N.Yu., Luchaninov D.E. Postulat. 2019. № 1. URL: e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/viewFile/2308/2348.

12. Novikova A.S., Arxipova O.A., Droby`sheva I. V. Dostizhenie nacional`ny`x celej ustojchivogo razvitiya strany` kak uslovie povы`sheniya kachestva zhizni: sbornik nauchny`x statej po materialam Vserossijskoj nauchnoj studencheskoj konferencii (Kaluga, 24 maya 2023 g.). pod redakciej V.A. Matchinova, I.G. Moiseevoj. Kaluga, 2023. Pp. 56-60.

13. Sizova V.V., Suxan I.V. Molodoj ucheny`j. 2020. № 23 (313). Pp. 18-23.

14. Kuzina, V.V., Koshev A.N. Seti i grafy` v teorii informacionnyx sistem [Networks and graphs in the theory of information systems]. Penza: PGUAS, 2023. 119 p.

Авторы согласны на обработку персональных данных

Дата поступления: 23.11.2025

Дата публикации: 8.01.2026