



Метод синтеза антенных решёток с отказами антенных элементов с помощью искусственной нейронной сети

В.Ю. Нестеров, А.А. Тучков

Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи

Аннотация: Разработан метод синтеза антенных решеток с отказами с помощью сверточной искусственной нейронной сети с двумя энкодерами. Предложена архитектура нейросетевого блока расчёта диаграммы направленности по амплитудному распределению токов в раскрыве антенной решётки, позволяющая реализовать обучение искусственной нейронной сети без учителя. Получены результаты, подтверждающие работоспособность разработанного метода.

Ключевые слова: синтез антенных решёток, отказы антенных элементов, диаграмма направленности, искусственная нейронная сеть, обучение без учителя.

Антенные решётки (АР) являются наиболее востребованным типом антенных систем, поскольку они позволяют управлять формой диаграммы направленности (ДН) путём изменения амплитудно-фазового распределения (АФР) [1]. Выбор АФР, соответствующих требуемым ДН АР, обычно осуществляют на этапе проектирования с помощью методов синтеза антенн [2]. Однако, в процессе эксплуатации АРб конфигурация АР может меняться, например, вследствие отказов. В связи с этим возникает необходимость в повторном решении задач синтеза с учетом актуальной конфигурации АР. Кроме того, в ряде случаев требования к ДН могут меняться с учетом требований электромагнитной совместимости радиосистем.

Поскольку АФР в раскрыве плоской АР и формируемая ДН связаны преобразованием Фурье, то в основе многих методов синтеза лежит идея использования обратного преобразования Фурье для получения АФР по заданной форме ДН [2]. Недостаток данного подхода состоит в том, что при выполнении обратного преобразования Фурье приходится выполнять интегрирование диаграммной функции, заданной в бесконечных пределах.



При этом одной и той же заданной в «области видимости» антенны ДН соответствует бесконечное множество АФР, каждое из которых определяется тем, как представлена заданная ДН за пределами области видимости [3]. Чтобы избежать необходимости определения заданной ДН в бесконечных пределах, вводят дополнительные ограничения на ее энергетические характеристики [4].

Как правило, подобные методы синтеза антенн являются итерационными. Недостаток применения классических методов синтеза антенн [2–4] состоит в том, что при изменении конфигурации АР (например, отказов) возникает необходимость в повторном применении методов синтеза, которые при большом числе каналов и формировании объемных ДН являются достаточно громоздкими, требуют больших вычислительных затрат.

Альтернативой классическим методам синтеза антенн являются методы, в основе которых лежит использование искусственных нейронных сетей (ИНС) [5,6].

В соответствии с данными методами на вход ИНС подают вектор, соответствующий заданной ДН, а на выходе получают ее параметры: АФР или геометрию. Процесс обучения ИНС представляет собой построение решающего правила, которое является оптимальным в смысле критерия обучения и позволяет связать входную ДН с выходными параметрами антennы. В работах [5,6] при синтезе АР использовались полносвязные ИНС, что является недостаточным при расширении класса входных ДН. В связи с этим представляется актуальной задача разработки методов синтеза АР с использованием сверточных ИНС, устойчивых к изменениям конфигурации раскрыва и требований к ДН.

Цель работы

Снижение уровня боковых лепестков (УБЛ) цифровой АР при наличии отказов антенных элементов в полном секторе угловых направлений.



Решаемые задачи.

1. Разработка метода синтеза АР по заданной ДН с учётом отказов АЭ и выбор архитектуры ИНС для его реализации.
2. Проверка работоспособности разработанного метода синтеза АР с учетом отказов АЭ и оценка снижения среднего УБЛ при использовании обученной ИНС.

Метод синтеза ДН с учётом отказов АЭ и обоснование архитектуры ИНС для его реализации

Задачу синтеза антенной решётки сформулируем в виде минимизации целевой функции L (функции потерь), которая представляет собой среднеквадратическое отклонение между заданной ДН T и расчётной Y в векторном виде:

$$L = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^{2K} (T_k - Y_k)^2, \quad (1)$$

где K – количество угловых направлений при расчёте ДН.

Введём декартову систему координат, в которой N -элементная АР лежит в плоскости XOY , x_p и y_p – координаты АЭ, ϕ_k и θ_k – азимут и угол места соответствующего углового направления, λ – длина волны.

Элементы АР могут быть расположены произвольным образом в том смысле, что их координаты не обязательно являются узлами прямоугольной или гексагональной сетки. Геометрия АР изображена на рисунке 1. Залитыми и пустыми кружками показаны активные и отказавшие антенные элементы, соответственно.

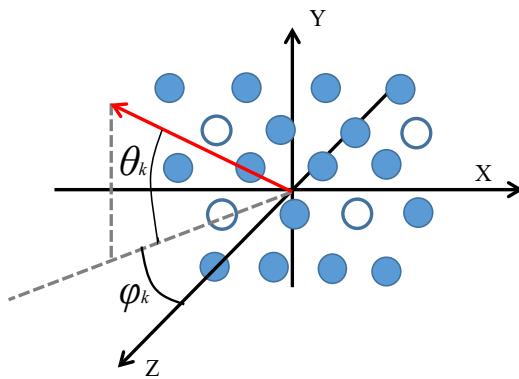


Рис. 1. Геометрия АР

Для расчёта ДН с помощью множителя решётки [1] требуется задать комплекснозначную матрицу наведения Z :

$$Z_{n,k} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_n \cos \varphi_k \sin \theta_k + y_n \cos \theta_k)}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Амплитуда Z_n , k равна единице, а фаза соответствует значению фазы n -го АЭ для отклонения главного лепестка на k -ое угловое направлению обзора.

Матрица Z имеет размер $N \times 2K$. Обозначим через M_n маску отказов АЭ (1 – активный

АЭ,

0 – отказавший АЭ) и через A_n амплитуду тока возбуждения n -го АЭ.

Для простоты вычислений будем считать ДН одиночного АЭ из состава АР изотропной. В этом случае ДН будет представлять собой [1] действительный вектор F длиной K , вычисленный по следующему правилу:

$$F_k = \frac{D_k^2}{\sum_{n=1}^N |A_n|^2}, \quad D_k = \sum_{n=1}^N M_n A_n Z_{n,k}. \quad (3)$$

В формуле (3) вектор D_k – ненормированная комплексная ДН АР по полю. При этом, в подавляющем большинстве методов, характерных для ИНС,

функции комплексного переменного не используются. Для преодоления этого ограничения предлагается использовать в формуле (1) действительные вектора T_k и Y_k , полученные путём конкатенации действительных и мнимых частей ненормированных ДН по полю.

Для расчёта пробных векторов Y_k на этапе обучения ИНС разработан нейросетевой блок расчёта ДН по амплитудному распределению (БРАР) и координатам АЭ, позволяющий избежать избыточного числа обучаемых параметров и связанный с их наличием вероятности ошибки предсказания декодера.

Обучение ИНС с применением БРАР может быть проиллюстрировано блок-схемой на рисунке 2.

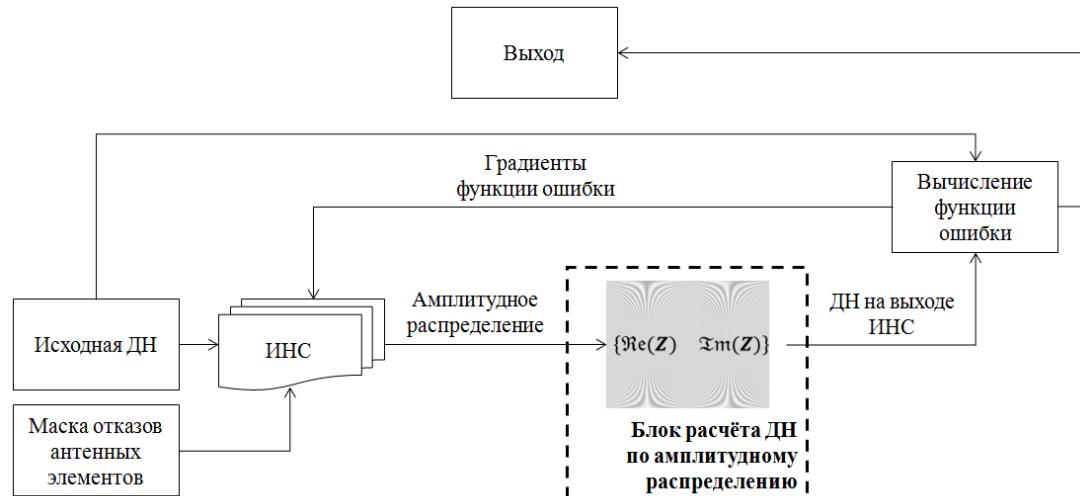


Рис. 2. Схема обучения ИНС с БРАР

Для расчёта ДН в блоке БРАР можно обойтись одним полно связанным слоем с матрицей весов w в виде блочной матрицы [7] размера $N \times 2K$, составленной из действительной и мнимой частей комплекснозначной матрицы наведения Z , элементы которой получены по формуле (4).



Описываемая блочная матрица учитывает координаты АЭ и имеет вид:

$$w = \{\Re(\mathbf{Z}) \quad \Im(\mathbf{Z})\} \quad (4)$$

При обучении ИНС матрица весов w не должна изменяться. В связи с этим, вычисляемая функция ошибки не влияет на значения коэффициентов БРАР (рис. 1).

Пусть A_n – значения амплитуд токов на входе БРАР. Тогда на выходе этого слоя имеем вектор \mathbf{Y} длиной $2K$, первая половина которого представляет собой действительные части вектора D , а вторая – мнимые части вектора D в направлениях ϕ_k, θ_k , в соответствии с выражением:

$$Y_k = \begin{cases} \Re(D_k) = \sum_{n=1}^N A_n \Re(Z_{n,k}) = \sum_{n=1}^N A_n w_{n,k}, k = 1, \dots, K, \\ \Im(D_{k-K}) = \sum_{n=1}^N A_n \Im(Z_{n,(k-K)}) = \sum_{n=1}^N A_n w_{n,k}, k = K + 1, \dots, 2K. \end{cases} \quad (5)$$

Подчеркнём, что при подстановке значений w в формулу (5) вектор \mathbf{Y}_k представляет собой результат конкатенации действительной и мнимой частей комплексного вектора D_k в формуле (3). Здесь следует также отметить, что A_n принимает значения от 0 до 1, поэтому перед полно связанным слоем в БРАР реализован слой для нормировки входных данных блока.

Для синтеза АР с возможностью учёта маски отказов АЭ (МОАЭ) в разработанном методе предлагается обучить ИНС на основе архитектуры вариационного автокодировщика, от англ. – variational autoencoder (VAE) [8], отличающуюся наличием двух входов.

Стандартная архитектура VAE [8] состоит из 2-х ИНС – энкодер (ИНС, кодирующая информацию о входном изображении некоторым вектором) и

декодер (ИНС, декодирующая вектор в идентичное или изменённое изображение). Схема архитектуры VAE изображена на рисунке 3.



Рис. 3. Схема архитектуры VAE

Вектор, кодирующий информацию, принадлежит так называемому латентному пространству (ЛП). Латентное пространство представляет собой многообразие, в котором похожие объекты имеют близкие координаты [8].

При обучении VAE используют две различных функции ошибки. Во-первых, как и в большинстве случаев обучения ИНС, для проверки соответствия выходного и целевого изображений используют среднеквадратическое отклонение (1). Во-вторых, используют дополнительную функцию ошибки в виде дивергенции (также встречается «расстояние» или «мера») Кульбака-Лейблера (KL-дивергенция), представляющую собой меру удалённости друг от друга двух вероятностных распределений P и Q .

Вычисление KL-дивергенции используется при обучении ИНС для того, чтобы распределение каждой координаты вектора в латентном пространстве стремилось к априорному, в качестве которого обычно выбирается нормальное.

Вычисляют KL-дивергенцию по следующей формуле:

$$D_{KL}(P||Q) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i}. \quad (6)$$

Другими словами, по формуле (6) вычисляют удаленность получаемых распределений каждой координаты вектора ЛП по Кульбаку-Лейблеру от нормального распределения с целью регуляризации ЛП, повышения его интерпретируемости и пригодности к генерации новых данных.

Результат расчёта целевой функции используется для расчёта градиентов и обновления весов ИНС с помощью методов обратного распространения ошибки, таких как «adam» [8].

В предлагаемой архитектуре ИНС используется два энкодера, один из них кодирует целевую ДН в вектор $X(1)$ латентного пространства размерности L , другой кодирует МОАЭ в вектор $X(2)$ того же пространства. По этой причине требуется вычислять KL-дивергенцию дважды. Векторы $X(1)$ и $X(2)$ суммируются, и сумма подаётся на вход декодера, благодаря чему он генерирует амплитудное распределение на основе полной информации о требованиях к ДН и об отказах АЭ.

После этого во время обучения ИНС данные с выхода декодера подаются на БРАР для вычисления функции ошибки, а во время работы ИНС данные непосредственно используются в качестве амплитудного распределения.

Указанное можно проиллюстрировать с помощью рисунка 4.

Предложенная архитектура содержит следующие слои:

- свёрточный слой (convolution layer – англ.);
- Т-свёрточный слой (transposed convolution layer – англ.);
- полносвязный слой (fully connected layer – англ.);
- функция активации (leaky ReLU layer – англ.);
- дискретизатор (sampling layer – англ.).

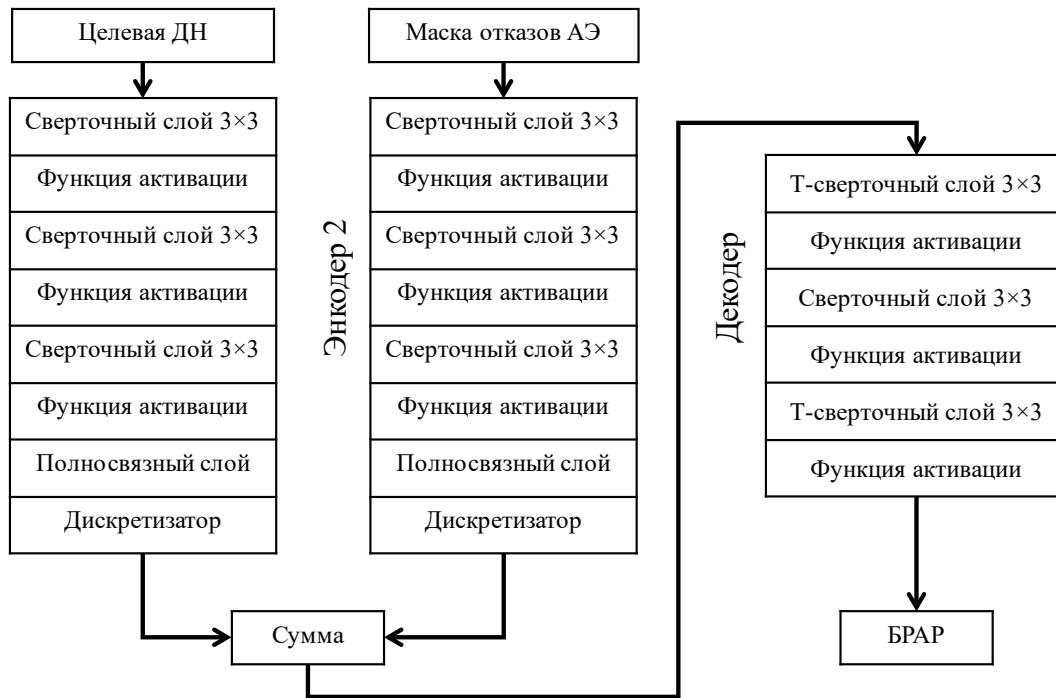


Рис. 4. Схема предлагаемой архитектуры ИНС

К обучаемым параметрам слоя относят матрицу весовых коэффициентов W и вектор смещения b . Рассмотрим математическое описание каждого слоя как функцию S тензорного аргумента X и обучаемых параметров при их наличии.

В свёрточном слое выполняется свёртка входного тензора при помощи фильтров (ядер) размера $3 \times 3 \times C$ с шагом s . Обозначим размерность S как $K \times L \times D$ и количество элементов, дополняемых к краям, как p . Тогда выражение для выходного тензора свёрточного слоя принимает вид:

$$S_{k,l,d} = \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 W_{i,j,c,d} \cdot X_{sk+i-p, sl+j-p, c} + b_d. \quad (7)$$

В Т-свёрточном слое выполняется обратная операция, входной тензор дополняется нулями до нужного размера, и затем выполняется операция



свёртки. Таким образом, повышается размерность изображения. В результате при помощи задания шага в свёрточных и Т-свёрточных слоях можно изменять размерности тензоров без потери информации. Благодаря этим особенностям становится возможным кодирование и декодирование данных в латентном пространстве.

В полносвязном слое реализуется функция вектора X длиной C , заданная следующей формулой:

$$S = W X + b. \quad (8)$$

Как видно из формулы (8), размерность вектора на выходе полносвязного слоя определяется размерностью матрицы весовых коэффициентов W .

В качестве нелинейной функции активации использовалась кусочно-линейная функция ReLU:

$$S_i = \begin{cases} X_i, & X_i \geq 0 \\ 0.01X_i, & X_i < 0 \end{cases}, i = 1, \dots, C. \quad (9)$$

Наконец, в дискретизаторе выполняется генерация точки в M -мерном латентном пространстве на основе случайного вектора ξ с нормальным распределением:

$$S_i = e^{\frac{X_i}{2}} \cdot \xi_i + X_{i+M/2}, \quad i = 1, \dots, M/2. \quad (10)$$

Все эти слои являются стандартными для ИНС и реализованы во многих библиотеках на различных языках программирования. Ключевой особенностью предлагаемой архитектуры является то, что на этапе обучения



ИНС нет необходимости знать истинные амплитудные распределения, соответствующие заданным требованиям к форме ДН при фактической МОАЭ. Это достигается благодаря использованию модифицированной архитектуры VAE с двумя входами, за счёт возможности дискретизации вектора в ЛП и разработанного БРАР. В терминологии ИНС это означает переход к «обучению без учителя» (от англ. – unsupervised learning).

Таким образом, предлагаемый метод синтеза АР состоит в применении сверточной ИНС, содержащей два энкодера, которые кодируют подаваемые на вход ИНС заданную ДН и конфигурацию отказов АР в общее латентное пространство.

На выходе ИНС формируется сигнал, соответствующий вектору АФР, который в модуле БРЭР используется для формирования расчетной ДН. Обучение ИНС предложено осуществлять по критерию минимума СКО формируемой и заданной ДН – стандартному критерию теории синтеза антенн. Новизна метода состоит в выбранной архитектуре ИНС.

Проверка работоспособности разработанного метода синтеза АР с учетом отказов АЭ и оценка снижения среднего УБЛ при использовании обученной ИНС

Первым шагом проверки работоспособности метода, основанного на применении ИНС, является подготовка данных обучающей выборки. С этой целью была задана модель АР размера 40×40 с АЭ, расположенными в узлах прямоугольной сетки с шагом $0,5\lambda$. Размер АР обусловлен компромиссом между объёмом доступной видеопамяти и исследовательским интересом к увеличению числа АЭ



в составе решётки. Шаг выбирался исходя из требований к сектору углов отклонения главного лепестка ДН, при котором отсутствуют дифракционные максимумы [1].

После построения модели АР выбирался набор амплитудных распределений в виде векторов, соответствующих распределению в вертикальной (W_y) и горизонтальной (W_x) плоскостях. В проведённых численных экспериментах этот набор содержал непараметрические оконные функции (окна Бартлетта, Блэкмэна, Хэмминга, Ханна и другие) и параметрические (окна Тьюки, Тейлора, Кайзера, Гаусса, Чебышева) с различными параметрами [7].

Разнообразие оконных функций требовалось для обеспечения разнообразия форм ДН по уровню боковых лепестков, коэффициента усиления и ширине главного лепестка. Амплитудное распределение во всей АР А вычислялось затем как внешнее произведение каждого W_x с каждым W_y .

На втором шаге для каждого А вычислялась величина D по формуле (3) на сетке углов $[-90^\circ, 90^\circ]$ с шагом 1° . Шаг угловой сетки выбирался таким образом, чтобы он не превышал половины ширины главного лепестка ДН. В результате размер вектора D составил $912 = 8281$.

Затем полученные векторы D сохранялись на ПЗУ. Всего было получено по 603 вектора распределения длиной 40 для каждой плоскости, и, как нетрудно заметить, объем обучающей выборки составил $6032 = 363609$ ДН в комплексном виде.

Для подачи на вход ИНС модули векторов D длиной 8281 преобразовывались к размеру 91×91 , переводились в дБ и единообразно масштабировались таким образом, чтобы обеспечить наибольшую контрастность входных изображений.

Для вычисления функции ошибки на выходе ИНС комплексные векторы D не претерпевали преобразование размера, но отдельно записывались



действительные и мнимые части для соответствия величине $T1 \times 16562$ в формуле () .

Формирование МОАЭ выполнялось не на этапе создания обучающей выборки, а непосредственно - при загрузке входных данных при обучении ИНС. При каждом вызове функции считывания входных данных во время обучения случайным образом генерировалась матрица с размером, идентичным размеру матрицы амплитудного распределения, и заполненная значениями 0 – неактивный и 1 – активный. Вероятность появления неактивного АЭ в матрице задавалась случайной величиной с равномерным распределением в диапазоне от 0% до 15% от общего числа каналов.

После обучения ИНС выполнялся анализ полученных результатов, для этого из тестовой выборки последовательно выбирались образцы данных, представляющие собой пару: амплитудное распределение и соответствующая ему ДН. Здесь и далее будем называть эту ДН целевой, а распределение исходным.

Далее, аналогично тому, как это делалось на этапе обучения ИНС, формировалась случайная маска отказов. На вход ИНС подавалась целевая ДН и МОАЭ. Таким образом, были получены амплитудные распределения, подобранные с помощью ИНС (АРИНС). Параллельно с этим по формулам вычислялась ДН, соответствующая исходному распределению с учётом МОАЭ без какой-либо коррекции. Назовём её диаграммой направленности с учётом отказов антенных элементов (ДНОАЭ).

Для трёх полученных ДН для каждого образца данных вычислялось также среднее арифметическое значение уровня боковых лепестков в различных сечениях. Угол ориентации сечения задавался таким образом, что значения 0° и 90° соответствовали главным плоскостям ДН.

На рисунке 5 представлены распределения амплитуд по раскрыву АР. Цветовая шкала подобрана таким образом, чтобы черному цвету

соответствовала нулевая амплитуда, а белому – единичная. На рис. 5а изображено исходное распределение, на основе которого вычислялась целевая ДН. На рис. 5б. представлена МОАЭ.

На основе исходного распределения с учётом представленной МОАЭ вычислялась ДНОАЭ. Наконец, на рис. 5в, изображено распределение, полученное в результате синтеза с помощью ИНС.

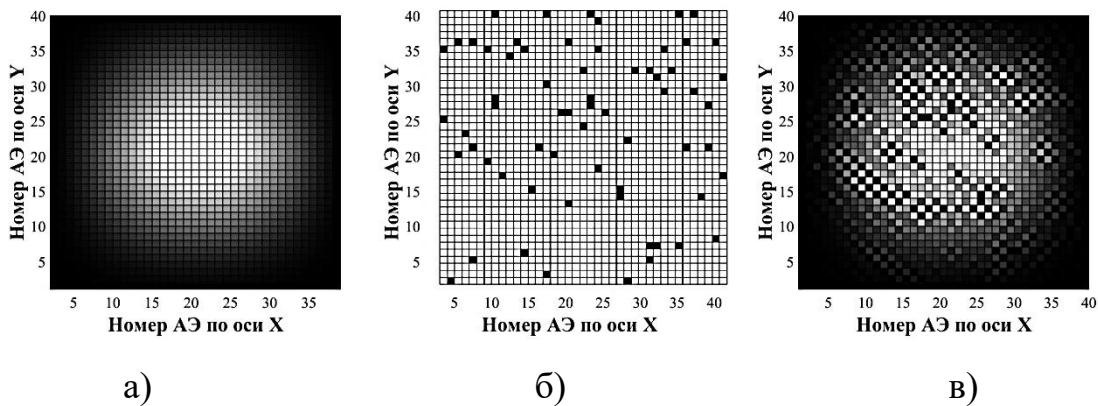


Рис. 5. Распределение амплитуд по раскрыву АР: а) исходное АР; б) МОАЭ; в) результаты синтеза (ARIINC)

Рассмотрим ДН, соответствующие представленным распределениям. Целевая ДН изображена на рисунке 6а. Цветовая шкала ограничена сверху 0 дБ для повышения контрастности изображений.

На рисунке 6б изображена ДНОАЭ, уровень боковых лепестков которой существенно увеличен из-за наличия множественных отказов элементов.

На рисунке 6в представлен результат синтеза, а именно ДН, соответствующая АРИИНС. Можно заметить, что УБЛ существенно снижен, по сравнению с ДНОАЭ.

На рисунке 6г и рисунке 6д сплошной линией обозначена целевая ДН, штриховой – ДНОАЭ, чёрной точечной – ДН соответствующая АРИНС в азимутальном и угломестном сечении, соответственно. Как видно из рис. 6а–6в, применение ИНС позволяет не только снизить УБЛ в главных плоскостях, но и снизить фоновое излучение. В отдельных угловых направлениях обеспечивается снижение УБЛ более чем на 15 дБ.

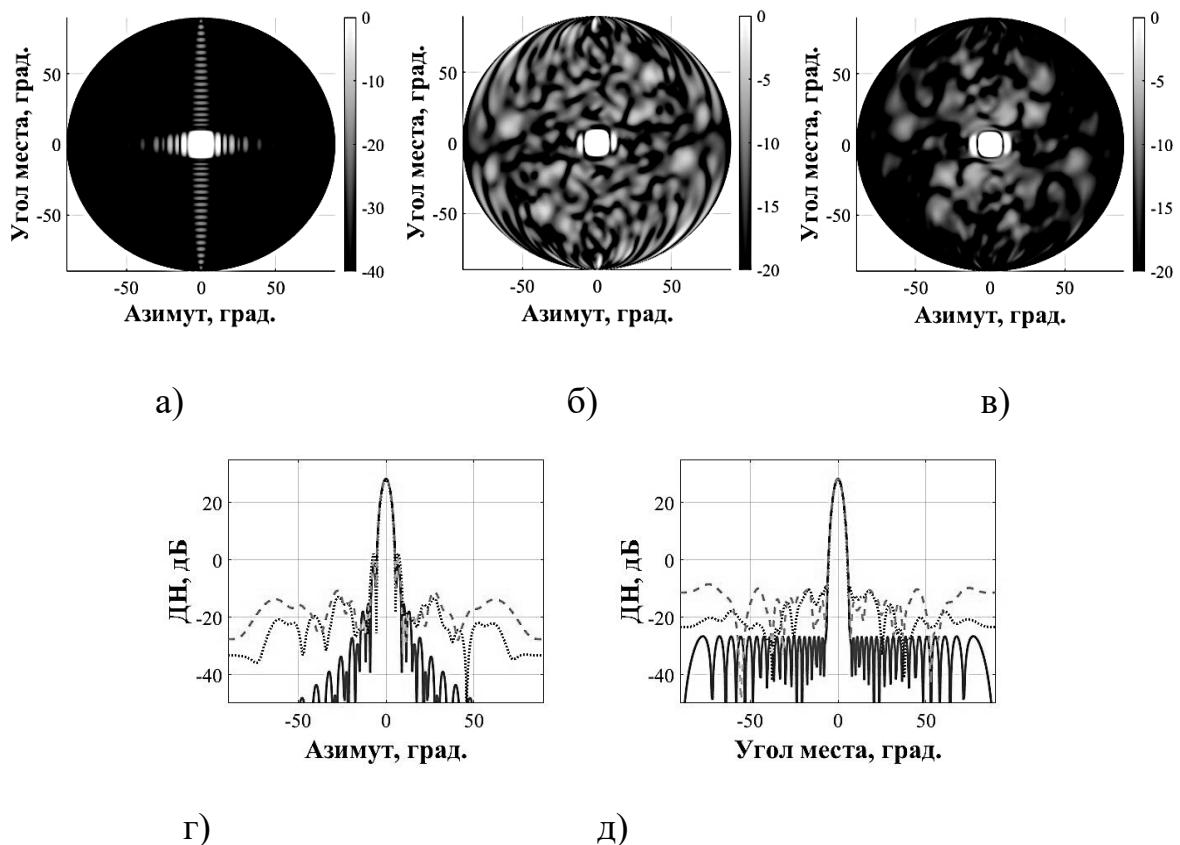


Рис. 6. Пример результатов синтеза АР: а) целевая ДН; б) ДНОАЭ; в) ДН, соответствующая АРИНС; г) и д) сечения ДН в азимутальной и угломестной плоскостях соответственно

Рассмотрим теперь результаты синтеза, усреднённые по всей тестовой выборке. Результаты сравнения представлены на рисунке 7.

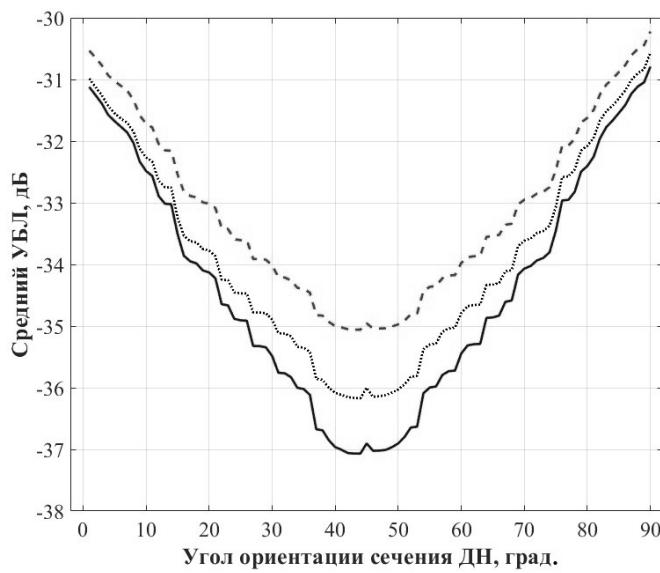


Рис. 7. Средние уровни боковых лепестков в сечениях ДН

Сплошной, штриховой и точечной линиями обозначены значения УБЛ в зависимости от угла ориентации сечения ДН γ , усреднённые по 5000 образцам из тестовой выборки для целевой ДН, ДНОАЭ и ДН на основе АР ИНС, соответственно.

Из рис.7 можно сделать вывод, что благодаря применению ИНС осуществляется снижение среднего УБЛ во всех сечениях ДН, а значит, и в полном секторе углов.

В главных плоскостях, которым соответствуют углы ориентации сечения $\gamma = 0^\circ$ и $\gamma = 90^\circ$, наблюдается снижение среднего уровня боковых лепестков на 0,5 дБ. Наибольшее снижение УБЛ наблюдается для углов ориентации сечения $\gamma \in [40^\circ, 50^\circ]$ и составляет приблизительно 1 дБ.

Выводы



1. Разработанный метод синтеза антенной решётки с отказами элементов с помощью искусственной нейронной сети отличается от известных архитектурой ИНС, основанной на нейросетевом вариационном автокодировщике с двумя входами, способом обучения с неразмеченной обучающей выборкой, наличием разработанного блока расчёта диаграммы направленности по АФР в раскрыве.
2. Проверка работоспособности метода показывает, что разработанный метод позволяет снизить уровень боковых лепестков диаграммы направленности антенной решётки при наличии отказов антенных элементов в полном секторе углов на 0,5–1 дБ и более 15 дБ в отдельных угловых направлениях.

Литература

1. Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решёток: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Д.И. Воскресенского. Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2012. 744 с.
2. Зелкин Е.Г., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн: Фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрывом. – М.: Сов. Радио, 1980. 296 с.
3. Минкович Б.М., Яковлев В.П. Теория синтеза антенн. – М.: Сов. Радио, 1969. 296 с.
4. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчета). – М.: Сов. Радио, 1974. 232 с.



5. Безуглов А.А., Литвинов А.В., Землянский С.В., Мищенко Е.Н., Мищенко С.Е., Шацкий В.В. Нейросетевой метод синтеза антенн по принципу управления веером парциальных диаграмм направленности // Сборник трудов МНК ИРЭМВ-2015 (28 июня – 3 июля; 2015; Дивноморское), ТТИ ЮФУ: Дивноморское. С. 173–177.
6. Мищенко С.Е., Шацкий В.В., Литвинов А.В., Елисеев Д.Ю. Метод конструктивного синтеза плоских антенных решеток с учетом взаимной связи между элементами // Радиотехника и электроника. 2021. Вып. 66. №. 4. С. 356–364.
7. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
8. Kingma D.P., Welling M. An introduction to variational autoencoders // 2019 foundations and trends in machine learning. 2019. №12 (4). pp. 307–392.

References

1. Ustrojstva SVCh i antenny'. Proektirovanie fazirovanny'x antenny'x reshyotok: Ucheb. posobie dlya vuzov. [Microwave Devices and Antennas. Designing Phased Antenna Arrays: A Textbook for Higher Education Institutions]. Pod red. D.I. Voskresenskogo. Izd. 4-e, pererab. i dop. M.: Radiotexnika, 2012. 744 p.
2. Zelkin E.G., Sokolov V.G. Metody' sinteza antenn: Fazirovanny'e antenny'e reshetki i antenny' s neprery'vny'm raskry'vom. [Methods of Antenna Synthesis: Phased Antenna Arrays and Continuous Aperture Antennas]. M.: Sov. Radio, 1980. 296 p.
3. Minkovich B.M., Yakovlev V.P. Teoriya sinteza antenn. [Theory of Antenna Synthesis]. M.: Sov. Radio, 1969. 296 p.



4. Baxrax L.D., Kremeneczkij S.D. Sintez izluchayushhix sistem (teoriya i metody` rascheta). [Synthesis of Radiating Systems (Theory and Calculation Methods)]. M.: Sov. Radio, 1974. 232 p.
5. Bezuglov A.A., Litvinov A.V., Zemlyanskij S.V., Mishhenko E.N., Mishhenko S.E., Shaczkij V.V. Sbornik trudov MNK IRE`MV-2015 (28 iyunya – 3 iyulya; 2015; Divnomorskoe), TTI YuFU: Divnomorskoe. pp. 173–177.
6. Mishhenko S.E., Shaczkij V.V., Litvinov A.V., Eliseev D.Yu. Radiotexnika i elektronika. 2021. Vy`p. 66. No. 4. pp. 356–364.
7. Marpl.-ml. S.L. Cifrovoj spektral`nyj analiz i ego prilozheniya [Digital spectral analysis and its application]: Per. s angl. M.: Mir, 1990. 584 p.
8. Kingma D.P., Welling M. 2019 foundations and trends in machine learning. 2019. №12 (4). pp. 307–392.

Дата поступления: 20.12.2025

Дата публикации: 20.02.2026