

Расчет прочности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов без поперечной арматуры

Ле Куанг Хюи

Санкт–Петербургский государственный архитектурно–строительный университет, Санкт–Петербург, Россия

Аннотация: Объектом исследования являются изгибаемые железобетонные элементы без поперечной арматуры, находящиеся под действием поперечных сил. Расчет железобетонных балок на сдвиг представляет собой сложную задачу, а её формулы получены экспериментальным или полуэмпирическим способами на основе различных теоретических расчетных моделей. В российских нормах расчеты железобетонных конструкций, находящихся под действием поперечных сил, выполняются, исходя из длины наиболее опасной проекции наклонного сечения на продольную ось элемента, при этом в формулах отсутствуют параметры, которые учитывали бы влияние продольной арматуры на прочность наклонных сечений. Новизной настоящих исследований является то, что автор на основе теории профессора А.С. Залесова предложил новый подход определения прочности наклонных сечений на сдвиг элементов, армированных без хомутов. В новом подходе получено аналитическое выражение, учитывающее работу продольной регулярной арматуры посредством введения коэффициента продольного армирования. Приводятся примеры расчета, выполненные по предложенной методике и СП 63.13330.2018, где для сравнительного расчета приняты серии экспериментально испытанных образцов. Результаты сравнительных расчетов показали адекватность нового подхода определения прочности наклонных сечений железобетонных элементов, армированных без хомутов.

Ключевые слова: железобетонная балка, балки без хомутов, наклонная трещина, касательное напряжение, нормальное напряжение, прочность, поперечная сила.

Введение

Расчет железобетонных балок, армированных с хомутами и подвергающихся сдвигу, является сложной задачей. По данным многих исследований [1-3] известно, что прочность железобетонных балок на сдвиг включает в себя следующие компоненты (см. рис. 1):

$$[Q] = Q_{bl} + F_{crc(y)} + Q_s + Q_{sw}, \quad (1)$$

где Q_{bl} – сдвигающая сила на участке сжатого бетона, сосредоточенная над вершиной трещины; $F_{crc(y)}$ – сила сцепления на поверхности трещины за счет уплотнения заполнителя, определенная экспериментальным путем в направлении оси y ; Q_s – поперечная сила через растянутую арматуру (зависит от толщины защитного слоя бетона и содержания продольной арматуры); Q_{sw}

– суммарная поперечная сила в хомутах, прорезающие наклонную трещину.

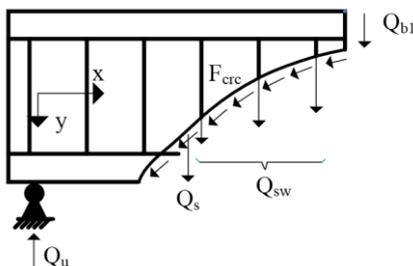


Рис. 1. – Сдвиг мощности в железобетонной балке

Значение Q_{sw} можно определить по пределу текучести и количеству хомутов. Остальные три компонента в формуле (1) можно определить только с помощью приближенных формул из эксперимента из-за сложного поведения, влияющего друг на друга при развитии трещины и формула (1) может выражаться в следующем виде:

$$Q_u = Q_b + Q_{sw}, \quad (2)$$

где Q_b – представляет сопротивление бетона сдвигу и равен:

$$Q_b = Q_{b1} + F_{crc(y)} + Q_s. \quad (3)$$

Согласно формуле (3) влияние продольной арматуры в таких стандартах, как ACI 318–19, EC 2 (2004), NZS (1995), СЕВ–FIP 90, ... [4] выражается через коэффициент процент продольной арматуры ρ (или символ согласно российским документам – μ).

Между тем, в Российских нормах прочность наклонных сечений на сдвиг проверяют следующим условием:

$$0,5R_{br}bh_0 \leq Q_b = \frac{1,5R_{br}bh_0^2}{c} \leq 2,5R_{br}bh_0, \quad (4)$$

где R_{br} – расчетная прочность бетона на осевое растяжение; h_0 – рабочая высота сечения балки; b – ширина балки; c – длина проекции наклонного сечения на продольную ось элемента.

Можно заметить, что в формуле (4) прочности наклонных сечений отсутствует какого-либо расчетного параметра или коэффициента, который учитывал бы влияние продольной арматуры.

Поэтому в данной статье представлена методика расчета прочности на сдвиг железобетонных балок, армированных без хомутов, с учетом влияния продольной арматуры в растянутой зоне на основе теории профессора А.С. Залесова и модели расчета для случая разрушения по наклонному сечению. Также представлены примеры расчетов по предлагаемой формуле, по стандарту СП 63.13330.2018 и сравнение результатов с экспериментальными данными [5].

Метод

Известно [1], что распространены следующие виды разрушения железобетонных балок при действии поперечных сил (см.рис. 2–4):

Первый случай – с разрушением бетона в сжатой зоне (см. рис. 2).

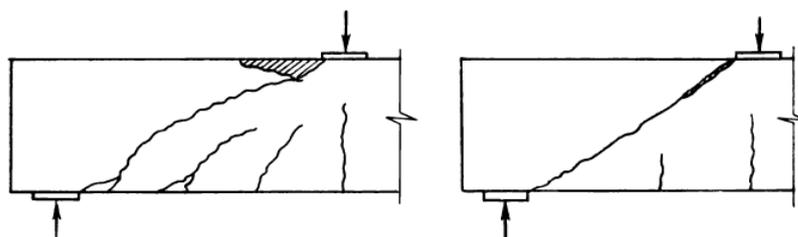


Рис. 2. – Виды повреждений вследствие разрушения бетона сжатой зоны [1]

Вторая – разрушение в зоне анкеровки с наступлением текучести продольной арматуры по растянутой зоне (см. рис. 3).

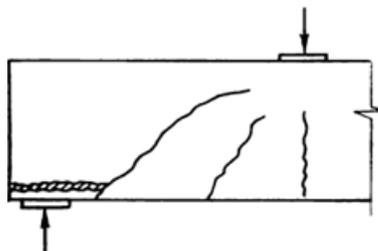


Рис. 3. – Разрушение в зоне анкеровки по растянутой зоне [1]

Может быть ещё разрушение с раздроблением бетона в наклонной сжатой полосе между наклонными трещинами (см. рис. 4).

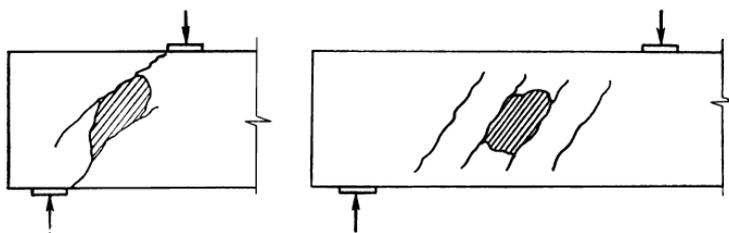


Рис. 4. – Разрушение по сжатой полосе между наклонными трещинами [1]

В большинстве исследований в России, как и во всем мире за основой принята первая форма разрушения, для которой используется выдвинутый в метод расчета прочности наклонных сечений из условия равновесия части железобетонного элемента, ограниченного наклонной трещиной, под действием внешних и внутренних продольных усилий [6]. Базируясь на результатах экспериментально–теоретических исследований [7, 8] и другие этот метод расчета в дальнейшем уточнялся и принят в ныне действующих нормах СНиП 2.03.01–84 и в настоящее время является стандартом «СП 63.13330 Бетонные и железобетонные конструкции».

Однако, как уже говорилось выше, ограничением при расчете прочности на сдвиг железобетонных балок по стандартам СП является то, что он не может показать влияние продольной арматуры.

Согласно [1], разрушение по наклонному сечению в железобетонных элементах, без поперечной или с небольшим количеством поперечной арматуры, происходит при пролетах среза $1,0 < a/h_0 < 2...2,5$. Данная форма разрушения, при уменьшении длины пролета среза представлена на рисунке 5 [1].

Сопротивление сдвигу бетона по наклонным трещинам определяется по формуле:

$$Q_b = 2,2R_{bt} \left(1 + 2,5 \frac{\sigma_\theta}{R_b} \right) x_\theta b, \quad (5)$$

где R_b – расчетная прочность бетона на осевое сжатие; σ_θ – нормальное напряжение в зоне бетона под действием поперечной силы над наклонной трещиной; x_θ – длина бетона сжато–срезаемой зоны бетона над наклонной трещиной (см. рис. 5 (в)) и может быть определена по формуле:

$$x_\theta = x_0 \sin \theta, \quad (6)$$

где θ - угол между наклонной трещиной и продольной осью элемента; x_0 – высота зоны сжатия бетона в поперечном сечении в конце сдвигового пролета, определяемая по формуле:

$$x_0 = h_0 \alpha \mu \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \mu}} - 1 \right), \quad (7)$$

где $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$; $\mu = \frac{A_s}{bh_0}$ – содержание продольной растянутой арматуры.

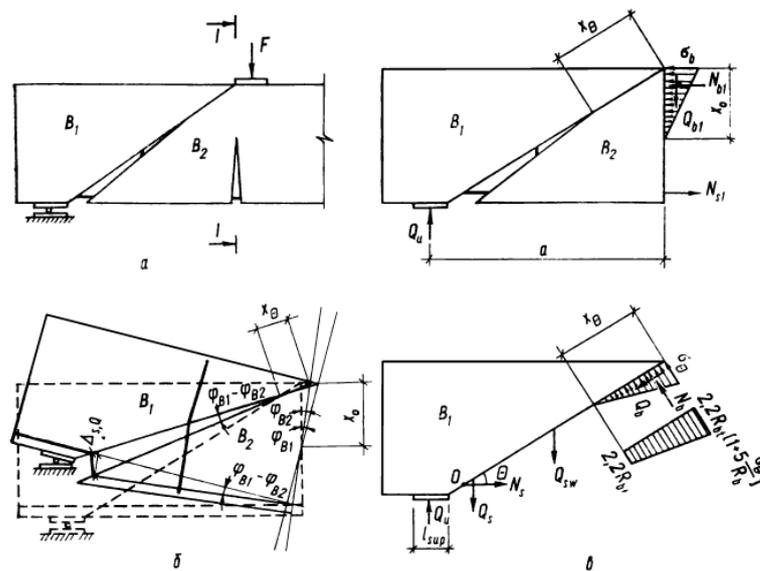


Рис. 5. – Физическая модель (а), кинематическая схема деформирования (б) и расчетная модель предельного равновесия (в) при разрушении в результате среза бетона сжатой зоны над наклонной трещиной [1]

С другой стороны, из условия равновесия системы (см. рис. 5) расчет прочности элемента при разрушении бетона над наклонной трещиной проводится по условиям:

$$Q \leq Q_s + Q_{sw} + Q_b \sin \theta - N_b \cos \theta, \quad (8)$$

где Q – сила реакции на опоре, вызванная внешней нагрузкой; Q_s – нагельная сила в продольной арматуре; Q_{sw} – осевая сила в поперечной арматуре; N_b – нормальная сила в бетоне над наклонной трещиной.

Согласно [1] условие прочности на сдвиг элемента без поперечной арматуры состоит из сопротивления продольной растянутой арматуры Q_s и сопротивления бетона Q_b сжатой зоны и имеет следующий вид:

$$Q \leq Q_s + Q_b \sin \theta, \quad (9)$$

в котором:

$$Q_b = 2,2R_{bt}bx_0. \quad (10)$$

Совместно решая уравнения (6), (7) и (10) получим формулу для прочности бетона сжатой зоны в виде:

$$Q_b = 2,2R_{bt}bx_0 \sin \theta = 2,2R_{bt}bh_0\alpha\mu \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\mu}} - 1 \right) \sin \theta. \quad (11)$$

Величина усилия от нагельного эффекта продольной арматуры определяется по формуле:

$$Q_s = \frac{R_{sh}tg\theta a\beta_s E_s A_s}{l_{s,Q} G_b}, \quad (12)$$

где $R_{sh} = 2,2R_{bt} \leq 0,5R_b$ – расчетная прочность бетона на сдвиг; a – длина пролета на сдвиг; $\beta_s = 0,05$; $l_{s,Q} \approx 10d$, в котором d – средний диаметр арматуры; G_b – модуль сдвига бетона, принято $G_b = 0,4E_b$.

$$Q_s = \frac{2,2 \cdot 0,05 \cdot R_{bt} \frac{h_0}{a} a E_s A_s}{10d \cdot 0,4E_b} = 0,0275 \frac{R_{bt}bh_0^2}{d} \frac{E_s}{E_b} \frac{A_s}{bh_0} = 0,0275 \frac{R_{bt}bh_0^2}{d} \alpha\mu. \quad (13)$$

В зависимости от геометрии физической и расчетной моделей, представленных на рисунке 5, может быть получены следующие расчётные параметры:

$$\sin \theta = \frac{h_0}{\sqrt{a^2 + h_0^2}}, \quad (14)$$

$$\sin^2 \theta = \frac{h_0^2}{a^2 + h_0^2}, \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{h_0}{a}. \quad (16)$$

Подставив (11), (13 – 16) в (9), то формулу А.С. Залесова можно записать следующим образом:

$$Q \leq R_{br} b h_0^2 \alpha \mu \left(\frac{0,0275}{d} + \frac{2,2 h_0}{a^2 + h_0^2} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \mu}} - 1 \right) \right). \quad (17)$$

Таким образом, по условию прочности наклонных сечений при сдвиге по формуле (17), появляется возможность количественно оценить влияние продольной растянутой арматуры и длины среза пролета в работе наклонного сечения, в том числе величину нагельной силы в продольной арматуре.

Однако, реальные эксперименты и расчёты показывают, что формула (17) не всегда эффективна и в зависимости от содержания продольной арматуры (μ) и длины среза пролета (a) может дать либо завышенную, либо заниженную прочность наклонных сечений элемента.

В этой связи, автор предлагает новый подход расчета изгибаемых железобетонных элементов, армированных без хомутов:

1. Согласно исследованиям [4, 9], сила сдвига в зоне бетона без трещин является основным фактором, создающим сопротивление сдвигу. Учитывая, что усилие на штифте продольной арматуры Q_s , определяемое по формуле (13), составляет от 3 % (что соответствует отношению $a/h_0 = 1$) до 15 % (что соответствует отношению $a/h_0 = 3$) по сравнению с сдвиговой способностью бетона. С точки зрения безопасности при проектировании и для простоты расчетов при этом нагельный эффект продольного армирования не учитывается.

2. По модели профессора А.С. Залесова [1], длина проекции наклонного сечения на продольную ось элемента - c равна длине сдвигового пролета a .

В АСІ 318 угол наклона θ наклонной трещины принимается равным 45° , тогда как в стандарте ЕС 2 это значение угла наклона варьируется от 22° до 45° .

В России для оценки прочности на сдвиг балок без хомутов можно использовать формулу (8.61) стандарта СП 63.13330:

$$[Q] \leq Q_b = 0,5R_{br}bh_0. \quad (18)$$

Сравнивая с формулой (1), видим, что значение c принимается равным $3h_0$, соответствующему углу наклона $\theta \approx 18,43^{\circ}$. Отметим, что формула (18) никак не учитывает работу продольной арматуры.

Согласно [10], значение угла наклона θ можно принимать равным 30° или равный 45° если в процессе вычислений выясняется, что в продольной арматуре напряжения достигают величины расчетного сопротивления.

Связь между c и θ выражается формулой:

$$c = \frac{h_0}{\operatorname{tg}\theta}. \quad (19)$$

С учетом вышеизложенных условий формула (17) переписывается в следующем виде:

$$Q \leq 2,2R_{br}bh_0 \frac{\alpha\mu}{\frac{1}{\operatorname{tg}^2\theta} + 1} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\mu}} - 1 \right) \quad (20)$$

Следует отметить, что согласно АСІ 318, ЕС 2 или другими исследованиями [1, 6], значение содержания продольной арматуры ограничивается значением $\mu \leq 2\%$, поскольку при увеличении значения содержания продольной арматуры более 2% прочность на сдвиг железобетонных балок практически не увеличивается или увеличивается незначительно.

Для того чтобы разработать более эффективную формулу, которая могла бы учитывать влияние работы продольной арматуры на несущую способность наклонных сечений необходимо не только введение коэффициента μ , но и также задаться несколькими углами наклона наклонных трещин θ .

Примеры расчетов, результаты и обсуждение

а. Схема нагружения эксперимента и параметры материала

Для сравнительного анализа выполнены расчеты экспериментальных железобетонных балок по СП 63.13330 (формула (18)), по методу А.С. Залесова (формула (17)) и по предлагаемой методике (формула (20)) при различном угле наклона θ трещины, равные 22° , 30° и 45° , примененной к реальному эксперименту Mohammed A.A. [5].

Использовался экспериментальный образец железобетонной балки с геометрическими размерами $b \times h \times l = 760 \times 150 \times 150$ мм без хомутов и имеет экспериментальную схему, представленную на рисунке 7.

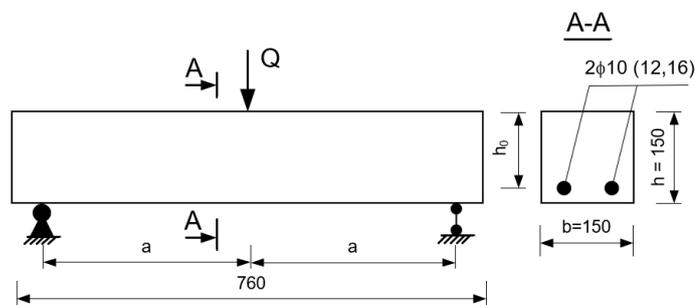


Рис. 6. – Экспериментальная схема нагружения

Прочность бетона на сжатие (по АСІ 318-19) $f'_c = 42,6$ МПа (соответствующий классу бетона В40 российских норм).

Параметры материала и модели эксперимента показаны в таблице №1 [5].

Таблица №1

Параметры экспериментальных образцов [5]

Балка	Геометрические размеры							Арматура
	b , мм	h , мм	h_0 , мм	l , мм	d_ϕ , мм	μ , %	a/h_0	R_s , МПа
B1-10	150	150	120	760	10	0,87	1	445
B1-12			119		12	1,26		482
B1-16			117		16	2,30		490
B2-10	150	150	120	760	10	0,87	2	445
B2-12			119		12	1,26		482
B2-16			117		16	2,30		490
B3-10	150	150	120	760	10	0,87	3	445
B3-12			119		12	1,26		482
B3-16			117		16	2,30		490

б. Результаты исследования

Результаты расчетов прочности наклонных сечений и эксперимента ($Q_{u,exp}$) приведены в таблице №2.

Таблица №2

Результаты экспериментов и расчеты

Балка	$Q_{u,exp}$, кН [5]	SP 63.13330, кН	A.C. Zalesov, кН	По формуле (20) (кН)		
				$\theta = 22^0$	$\theta = 30^0$	$\theta = 45^0$
B1-10	29,0	18,875	16,911	4,578	8,156	16,313
B1-12	33,0	18,718	19,752	5,344	9,521	19,042
B1-16	39,4	18,403	23,618	6,399	11,401	22,801
B2-10	23,0	18,875	7,123	4,578	8,156	16,313
B2-12	26,0	18,718	8,327	5,344	9,521	19,042
B2-16	31,5	18,403	9,937	6,399	11,401	22,801
B3-10	20,5	18,875	3,861	4,578	8,156	16,313
B3-12	23,0	18,718	4,518	5,344	9,521	19,042
B3-16	27,5	18,403	5,377	6,399	11,401	22,801

На рисунке 7 представлена зависимости между прочностью наклонных сечений (Q_u) на сдвиг и содержанием продольного армирования μ при расчете по разным методам.

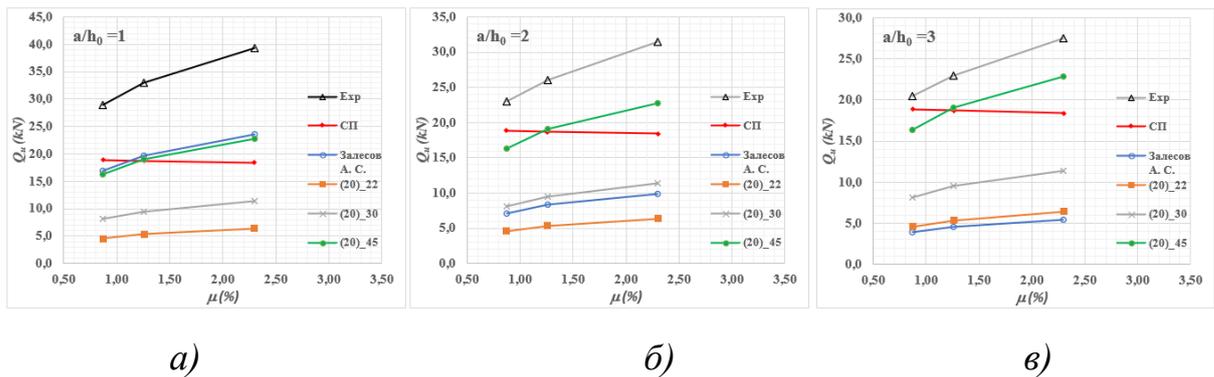


Рис. 7. – Влияние коэффициента продольного армирования μ на прочность (Q_u) при сдвиге: а) $a/h_0 = 1$; б) $a/h_0 = 2$; в) $a/h_0 = 3$

На рисунке 8 показана зависимость между прочностью балки на сдвиг (Q_u) и длиной пролета среза (a/h_0).

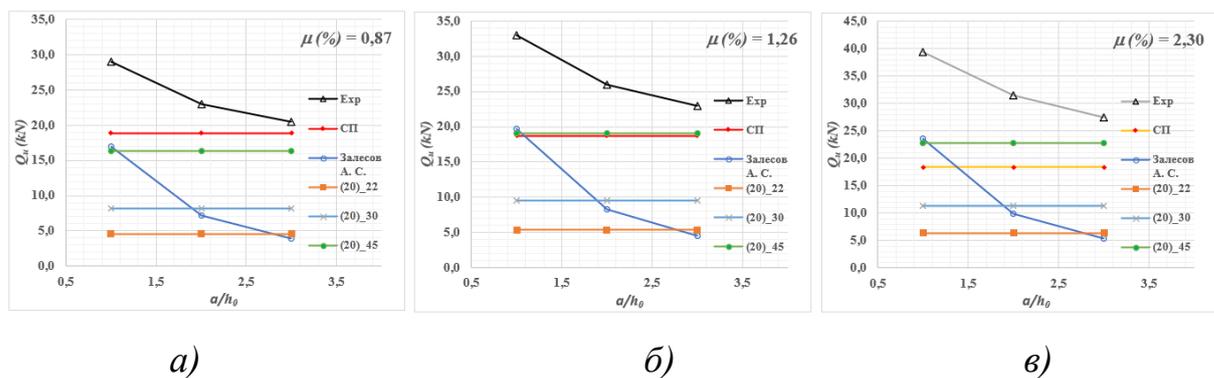


Рис. 8. – Зависимость прочность наклонных сечений Q_u на сдвиг и длиной пролета среза a/h_0 : а) $\mu = 0,87\%$; б) $\mu = 1,26\%$; в) $\mu = 2,30\%$

в. Обсуждение

Результаты расчетов и экспериментов согласно таблице 2 и рисунков 7, 8 показывают:

1) Заметим, что фактическая несущая способность балки по результатам эксперимента ($Q_{u,exp}$) выше, чем рассчитанная указанными методами. И с увеличением содержания продольной арматуры μ (с 0,87% до 2,3%) значительно увеличивается прочность балки на сдвиг и составляет от 29 кН до 39,4 кН для значений $a/h_0 = 1$, от 23 кН до 31,5 кН для значений $a/h_0 = 2$, от 20,5 кН до 27,5 кН для значений $a/h_0 = 3$.

2) Согласно рисунку 7 с увеличением μ (с 1,26% до 2,3%) и при $\theta = 45^0$ исключительно хорошие результаты показывают расчеты по предлагаемой методике, то есть по формуле (20), причём для всех значений $a/h_0 = 1 \div 3$. При этом расчеты, выполненные по формуле (17) и СП 63.13330 обнаруживают достаточно заниженные значения несущей способности наклонных сечений во всех случаях μ и при $\theta = 22^0, 45^0$.

3) Согласно рисунку 8 при $\mu = 1,26\%, 2,3\%$, значений $a/h_0 = 1 \div 3$ и при $\theta = 45^0$ почти одинаково хорошие результаты показывают расчеты, выполненные по формуле (20) и СП 63.13330.

Таким образом, автор предлагает в расчетах прочности наклонных трещин использовать формулу (20) с углом наклона наклонных трещин, равного $\theta = 45^0$ и при $a/h_0 = 1 \div 3$.

Тогда, с учетом принятого $\theta = 45^0$ формулу (20) можно преобразовать в следующий вид:

$$Q < Q_b = 1,1R_{bt}bh_0\alpha\mu\left(\sqrt{1+\frac{2}{\alpha\mu}}-1\right), \quad (21)$$

Заключение

Прочность наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов, армированные без хомутов с продольным армированием равного $\mu = 1,26\%$ и выше, а также при значениях длины пролета среза, составляющих в пределах $a/h_0 = 1 \div 3$ рекомендуются производить по формуле (21) при постоянной величине угла наклона наклонных трещин, равного $\theta = 45^0$.

Процентное содержание продольной арматуры непосредственно влияет на несущую способность наклонных сечений, а предлагаемый метод по формуле (21) соответствующим образом учитывает данный фактор.

Литература

1. Залесов А.С., Климов Ю.А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. Издательство «Будивэльнык», 1989. 104 с.
2. Jayasinghe T., Gunawardena T., Mendis P. A comparative study on minimum shear reinforcement provisions in codes of practice for reinforced concrete beams // *Case Studies in Construction Materials*, 2021, vol.15, pp. 01–22 (e00617).
3. Joshi S.P., Poluraju P., Singh U.K. Analysis of dowel action in reinforced concrete beams with shear reinforcement // *Civil and Environmental Engineering*, 2021, vol. 17, № 2, pp. 644–653.
4. Arslan G. Diagonal tension failure of rc beams without stirrups // *Journal Of Civil Engineering And Management*, 2012, vol. 18(2), pp. 217–226.
5. Mohammed A.A. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Without Stirrups // *Conference: 3rd Annual scientific conference of the college of engineering, Babylon University, Iraq*, 2011, pp. 700-714.
6. Залесов А.С., Ильин О.Ф., Петросян А.В. Разработка и внедрение алгоритмов и программ для расчета на ЭВМ элементов железобетонных конструкций (разделы 7). (Отчет). Москва, 1989. 174 с.
7. Боришанский М.С. Новые данные о сопротивлении изгибаемых элементов действию поперечных сил // *Вопросы современного железобетонного строительства*. М.: Госстройиздат, 1952. С. 136–152.
8. Боришанский М.С. Расчет отогнутых стержней и хомутов в изгибаемых железобетонных элементах по стадии разрушения. М., Л.: Стройиздат, 1946. 79 с.
9. Taylor H. P. J. Investigation of the forces carried across cracks in Reinforced concrete beams in shear by interlock of aggregate. Technical report, CCA, London, 1970. 22 p.

10. Крылов С.Б., Травуш В.И., Крылов А.С. Модель прочности наклонных сечений балок произвольной формы // Вестник НИЦ Строительства, 2020, Т. 27, № 4. С. 46–64.

References

1. Zalesov A.S., Klimov Yu.A. Prochnost zhelezobetonnykh construction pri deistvia poperechnykh seal [Strength of reinforced concrete structures under shear forces]. Izdatelstvo “budivelnik”, 1989. 104 p.

2. Jayasinghe T., Gunawardena T., Mendis P. Case Studies in Construction Materials, 2021, vol.15, pp. 01–22 (e00617).

3. Joshi S.P., Poluraju P., Singh U.K. Civil and Environmental Engineering, 2021, vol. 17, № 2, pp. 644–653.

4. Arslan G. Journal Of Civil Engineering And Management, 2012, vol. 18(2), pp. 217–226.

5. Mohammed A.A. Conference: 3rd Annual scientific conference of the college of engineering, Babylon University, Iraq, 2011, pp. 700-714.

6. Zalesov A.S., Ilyin O.F., Petrosyan A.V. Razrabotka i vnedreniye algoritmov i programm dlya rascheta na EVM elementov zhelezobetonnykh konstruktsiy (razdely 7) [Development and implementation of algorithms and programs for computer calculations of elements of reinforced concrete structures (sections 7)]. (Otchet) Moskva, 1989. 174 p.

7. Borishansky M.S. Voprosy sovremennogo zhelezobetonного stroitel'stva. M.: Gosstroyizdat, 1952, pp. 136–152.

8. Borishansky M.S. Raschet otognutykh sterzhney i khomutov v izgibayemykh zhelezobetonnykh elementakh po stadii razrusheniya [Calculation of bent rods and clamps in bending reinforced concrete elements according to the stage of destruction]. M., L.: Stroyizdat, 1946. 79 p.



9. Taylor H. P. J. Investigation of the forces carried across cracks in Reinforced concrete beams in shear by interlock of aggregate. Technical report, CCA, London, 1970. 22 p.

10. Krylov S.B., Travush V.I., Krylov A.S. Vestnik NITS Stroitel'stv, 2020, vol. 27, № 4, pp. 46–64.

Дата поступления: 3.06.2024

Дата публикации: 11.07.2024