

## Конечно-элементное моделирование в ACELAN пьезоэлектрического элемента устройства накопления "зеленой" энергии

*А.Н. Соловьев<sup>1</sup>, Д.А.Ермаков<sup>1</sup>, О.Н. Лесняк<sup>1</sup>, Ле В. З.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, г.Ростов-на-Дону,  
Российская Федерация*

*<sup>2</sup>Государственный технический университет имени Ле Куи Дона, г. Ханой, Вьетнам*

**Аннотация:** Статья посвящена моделированию работы пьезоэлектрического генератора (ПЭГ) в виде круглой биморфной пластины с двумя пьезоактивными слоями и инерционной массой. Рассматриваемый ПЭГ может служить элементом устройства накопления энергии, в качестве источника электрической энергии, получаемой из вибраций элементов конструкций и машин.

Рассматриваются изгибные осесимметричные колебания составного упругого и электроупругого тела в линейной постановке, с учетом диссипации механической и электрической энергии. Задача решается с помощью метода конечных элементов (МКЭ), в ACELAN. Постановка задачи моделирует закрепление ПЭГ в подвижной конструкции. Проведен модальный анализ устройства, найдены первые частоты резонанса, антирезонанса и коэффициента электромеханической связи. Далее решается задача вынужденных гармонических колебаний на первой частоте антирезонанса и определяется выходной электрический потенциал. Построены зависимости выходных характеристик ПЭГ от его геометрических параметров.

**Ключевые слова:** пьезоэлектрический генератор, накопление энергии, электрических потенциал, метод конечных элементов.

Требования подвижности энергетической независимости являются главными требованиями при проектировании сенсорных и независимых систем. Помимо этого существует область малой энергетики, где мощности потребляемой энергии малы: бытовая техника, мобильные телефоны, беспроводные средства диагностики технического состояния различных объектов. В современном мире имеются разнообразные решения этой проблемы. Преимущество источников питания телефонов и ноутбуков уделяется литий-ионным батареям. Однако, как показывает практика, их ресурс ограничен.

Последнее время появились попытки уменьшить энергопотребление датчиков и преобразователей и спроектировать батареи со сверхдлительным

сроком эксплуатации и передачу различных энергий (например, сверхчастотной, световой и магнитной) по воздушным каналам.

Упомянутые факторы побудили ученых и инженеров искать эффективные самовозобновляемые автономные источники энергии. Одним из видов таких устройств являются «пьезоэлектрические устройства накопления энергии» - устройства, собирающие энергию с пьезоэлементов, преобразующих рассеянную механическую энергию в электрическую с последующим накоплением и передачей приемному устройству. Анализируя требования, которые предъявляются к накопителям и преобразователям энергии окружающей среды, можно сказать, что они существенно зависят от того, для каких типов устройств они предназначены.

Пьезоэлектрические материалы дают возможность прямого преобразования механической энергии деформации в электрический заряд и наоборот. Пьезоэлектрические генераторы (ПЭГ) являются основным элементом устройств накопления энергии и выполняют функцию получения энергии из среды, и преобразования ее в электрическую. Концепция устройств накопления энергии стремится к тому, чтобы создать элементы, которые не нуждались в замене.

Пьезоэлектрические генераторы позволяют собирать энергию от маломощных источников (вибрация от качающихся мостов, движущихся механизмов и т.д). В настоящее время пьезоэлектрические устройства накопления энергии активно изучаются.

Возможность выработки энергии изучается из использования повседневных движений человека, таких как кровяное давление, тела, сжатие и расширение грудной клетки при дыхании, и движение ног при ходьбе [1-3].

В работах [4,5] рассматривается построение конечно-элементных (КЭ) моделей и решение задач оптимизации конструкции устройств накопления

---

энергии на основе пьезоэлектрических элементов для различных типов пьезоэлектрических генераторов, в работах [6,7] описывается построение моделей ПЭГ в пакетах ANSYS, ACELAN и FlexPDE и результаты расчетов, с помощью которых проведен анализ применимости прикладных теорий расчета ПЭГ.

Авторы работы [8] предложили устройство, которое может преобразовать механическую энергию в электрическую, если его встроить в вибрирующую среду и использовать для питания других устройств.

Проанализировав эффективность пьезоэлектрического вещества в устройстве стековой конфигурации на основе аналитической модели в работе был сделан вывод о том, что, что максимум выработки можно достигнуть за счет минимизации количества энергии [9].

Одним из наиболее результативных направлений проектирования пьезоэлектрических генераторов считается применение механических вибраций для появления энергии деформации в пьезокерамике. Источниками энергии могут быть колебания окружающей среде после их преобразования в электрическую энергию [10].

В данной работе рассматривается пьезоэлектрический генератор, представляющий собой круглую пластину, которая имеет конструкцию биморфа. На дисковидный центральный слой приклеены два симметрично расположенных пьезоактивных слоя меньшего диаметра из пьезокерамики. Также исследуются различные характеристики при гармонически изменяющейся во времени вибрации и рассмотрены пути оптимизации конструкции. Достижение наибольшего выходного потенциала производится путем изменения соотношения различных геометрических параметров

**Материалы и методы.** Пьезоэлектрический генератор (рис. 1) устройства накопления энергии это составная конструкция, состоящая из упругих и электроупругих элементов, совершающих малые колебания в

---

подвижной системе координат, которая совершает прямолинейное поступательное движение вдоль оси симметрии (кинематическое возбуждение)

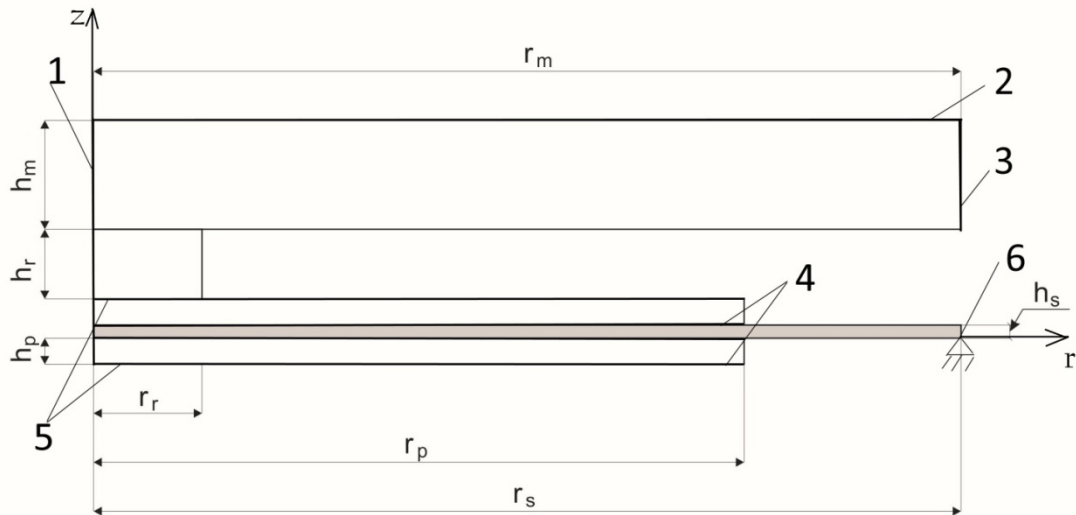


Рис. 1. - Параметры модели

В этих условиях математической моделью функционирования устройства является начально-краевая задача линейной теории электроупругости [7].

Для пьезоэлектрической среды:

$$\rho \ddot{u}_i + \alpha \rho \dot{u}_i - \sigma_{ij,j} = f_i; \quad D_{i,i} = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}(\varepsilon_{kl} + \beta \dot{\varepsilon}_{kl}) - e_{ijk} E_k; \quad D_i + \zeta_d \dot{D}_i = e_{ikl}(\varepsilon_{kl} + \zeta_d \dot{\varepsilon}_{kl}) + \varepsilon_{ik} E_k \quad (2)$$

$$\varepsilon_{kl} = (u_{k,l} + u_{l,k}) / 2; \quad E_k = -\varphi_{,k}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность материала;  $u_i$  – компоненты вектора - функция перемещений;  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора механических напряжений;  $f_i$  – компоненты вектора плотности массовых сил;  $D_i$  – компоненты вектора электрической индукции;  $c_{ijkl}$  – компоненты тензора упругих модулей;  $E_i$  – компоненты вектора напряженности электрического поля;  $e_{ijk}$  – компоненты тензора пьезомодулей;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора деформаций;  $\varphi$  –

электрический потенциал;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора диэлектрических проницаемостей;  $\alpha, \beta, \zeta_d$  – неотрицательные коэффициенты демпфирования.

Для упругой среды:

$$\rho \ddot{u}_i + \alpha \rho \dot{u}_i - \sigma_{ij,j} = f_i; \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} (\varepsilon_{kl} + \beta \dot{\varepsilon}_{kl}); \quad (5)$$

$$\varepsilon_{kl} = (u_{k,l} + u_{l,k}) / 2; \quad (6)$$

Механические условия задаются на объединении непересекающихся областей  $S = S_u \cup S_t \cup S_{ut}$ :

$$u_i |_{S_u} = u_i^0 \quad (7)$$

$$t_i = \sigma_{ij} n_j |_{S_t} = p_i \quad (8)$$

$$u_n = u_i n_i |_{S_{ut}} = 0, t_\tau^{(k)} = \sigma_{ij} n_j \tau_i^{(k)} |_{S_{ut}} = 0 \quad (9)$$

Электрические краевые условия задаются на совокупности областей

$$S = \bigcup_{m=1}^M S_{E_m} \cup S_D :$$

– на электродах задается значение электрического потенциала

$$\varphi |_{S_{E_m}} = \varphi_m^0 = \text{const} \quad (10)$$

- на неэлектропроводной поверхности

$$D_n |_{S_D} = D_i n_i |_{S_D} = D_n^e \quad (= 0) \quad (11)$$

– если электрод подключен к внешней электрической цепи, то значение электрического потенциала на нем в (10) неизвестно и для его нахождения используется дополнительное условие

$$\int_{E_m} \dot{D}_n dS = I_m \quad (= 0) \quad (12)$$

где  $I_m$  - ток в цепи.

В программном комплексе ACELAN для описания потерь механической и электрической энергии используются коэффициенты

затухания  $\alpha, \beta, \zeta_d$ , которые выражаются через добротность  $Q$  следующим образом:

$$\alpha = \frac{2\pi f_{r1} f_{r2}}{Q(f_{r1} + f_{r2})}, \beta = \zeta = \frac{1}{2\pi Q(f_{r1} + f_{r2})} \quad (13)$$

где  $f_{r1}, f_{r2}$  – частоты резонанса, которые находятся при использовании граничного условия (10) или частоты антирезонанса  $f_{a1}, f_{a2}$  для определения которых используются (10), (12).

В качестве инструмента решения краевой задачи (1)-(12) используется конечно-элементный комплекс ACELAN [7-11]. Рассматриваются установившиеся колебания, находятся частоты резонанса и антирезонанса, определяется выходной электрический потенциал на частоте антирезонанса.

На границах областей (рис. 1) задаются следующие граничные условия: линия 1 – ось симметрии (9); на линию 2 действует нормальное давление (8); линия 3 – гладкий контакт, условие (9); линии 4 и 5 – электроды, 4 – условие (10) потенциал равен 0; 5 - условия (10), (12); точка 6 - шарнирное закрепление.

**Результаты исследования.** Конструкция ПЭГ имеет ряд геометрических параметров, на рис 1 представлена половина осевого сечения конструкции с обозначением геометрических параметров. В работе изучается влияние этих параметров на выходные характеристики. В частности будет рассмотрено влияние на выходной потенциал  $\varphi$  следующих параметров: радиуса пьезоэлемента  $r_p$ , высоты инерционной массы  $h_m$ , толщины пьезоэлемента  $h_p$  и радиуса стойки  $r_r$ .

Расчеты приводятся при неизменных в процессе исследования следующих значениях параметров: радиуса инерционной массы  $r_m = 20$  мм, высоты стойки  $r_h = 2.5$  мм, высоты пластины  $h_s = 0.3$  мм и радиуса пластины  $r_s = 20$  мм. При этом приняты ограничения на геометрические

размеры конструкции согласно рисунку 3:  $h_p = 0,2 \div 1$  мм;  $r_p = 13 \div 19$  мм;  $r_r = 2 \div 6$  мм;  $h_m = 5 \div 10$  мм.

Первым шагом численного эксперимента является определение частот резонанса, антирезонанса и коэффициента механической связи  $K$  (КЭМС).

$$K = \sqrt{1 - \frac{f_r^2}{f_a^2}} \quad (14)$$

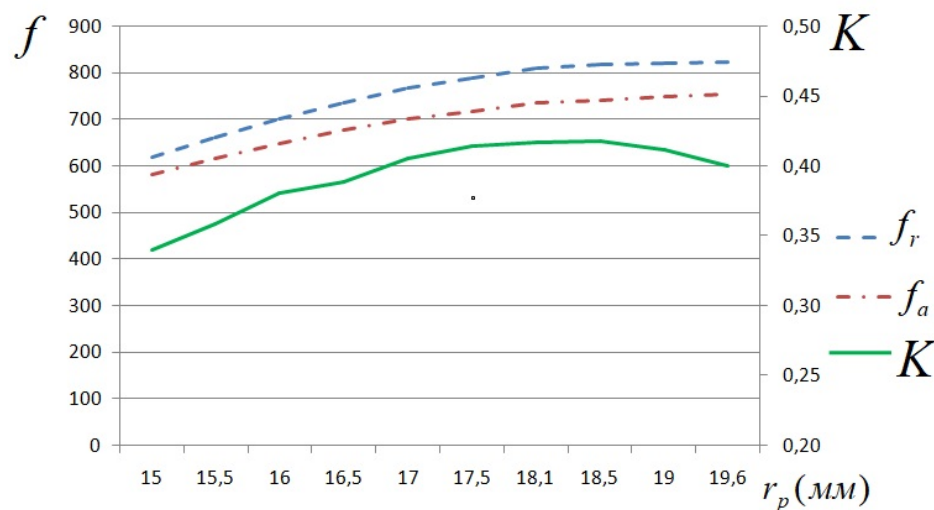


Рис.2. - График зависимости частот резонанса, антирезонанса и КЭМС от радиуса пьезоэлемента

На рис. 2 представлены зависимости частот резонанса, антирезонанса и КЭМС от радиуса пьезоэлемента, из которого видно, что частоты увеличиваются с увеличением радиуса, а КЭМС достигает максимума при радиусе пьезоэлемента 18,3 мм. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $h_p = 0,6$  мм,  $r_r = 2,5$  мм,  $h_m = 7,5$  мм.

Таблица 1

Зависимость частот резонанса, антирезонанса и КЭМС от толщины пьезоэлемента

$h_p$ (мм)	$f_a$	$f_r$	$K$
0,2	271	295	0,395

0,3	356	390	0,4
0,4	441	480	0,41
0,5	518	558	0,42
0,6	582	619	0,43
0,7	638	671	0,44
0,8	681	710	0,45
0,9	712	740	0,46
1	730	761	0,47

В табл.1 представлены зависимости частот резонанса и антирезонанса, а также КЭМС от толщины пьезокерамического слоя, из которого видно, что частоты увеличиваются с увеличением толщины, а максимум достигается при высоте пьезокерамического слоя 1 мм. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $r_p = 15$  мм.,  $r_r = 2,5$  мм.,  $h_m = 7,5$  мм.

Таблица 2

Зависимость частот резонанса, антирезонанса и КЭМС от  
высоты инерционной массы

$h_m$ (мм)	$f_a$	$f_r$	$K$
5,5	672	715	0,33
6	646	684	0,36
6,5	623	663	0,37
7	602	640	0,39
7,5	582	619,5	0,4
8	565	601	0,41
8,5	549	584	0,42
9	535	570	0,43
9,5	522	555	0,44
10	509	545	0,44

В табл. 2 представлены зависимости частот резонанса и антирезонанса, а также КЭМС от высоты инерционной массы, из которых видно, что



частоты уменьшаются с увеличением высоты инерционной массы, а максимум КЭМС достигается при высоте инерционной массы 10 мм. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $r_p = 15$  мм.,  $r_r = 2,5$  мм.,  $h_p = 0.6$  мм.

Предполагается, что подвижная система координат, в которой закреплен ПЭГ движется по закону:

$$z(t) = z_0 e^{-i\omega t} \quad (16)$$

где  $z_0 = 0.01$  мм - амплитуда колебаний,  $\omega$  - круговая частота колебаний.

При этом инерционные силы, действующие на элементы ПЭГ, учитываются с помощью давления приложенного (рис. 1 линия 2) которое зависит от параметров движения системы координат (15) и массы элементов ПЭГ.

На инерционную массу прикладывается равномерно распределенное давление  $\sigma_n$

$$\sigma_n = (m_{ин} + m_r + m_{см} + m_{пл}) z_0 \cdot \omega^2 \quad (17)$$

где  $m_{ин}$  - инерционная масса,  $m_p$  - масса пьезоэлементов,  $m_{см}$  - масса стойки,  $m_{пл}$  - масса пластины,  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f_a$ . При этом на рис. 3-5 и табл. 3 представлены зависимости выходного потенциала при изменении геометрических параметров модели. При этом колебания возбуждаются на частоте антирезонанса.

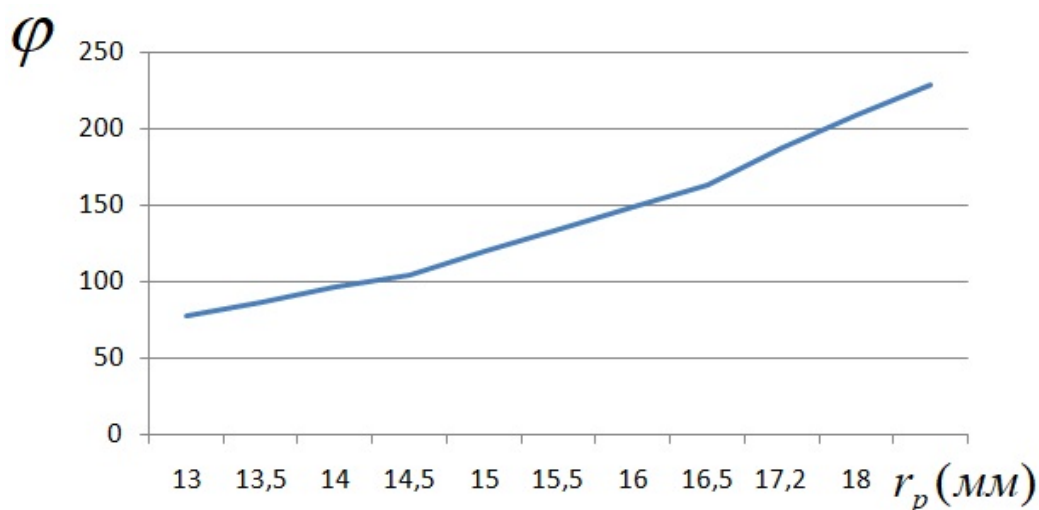


Рис. 3. - Зависимость выходного потенциала от радиуса пьезоэлемента

На рис. 3 представлена зависимость выходного потенциала от радиуса пьезоэлемента, из которой видно, что потенциал увеличивается с увеличением радиуса. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $h_p = 0,6$  мм.,  $r_r = 2,5$  мм.,  $h_m = 7,5$  мм.

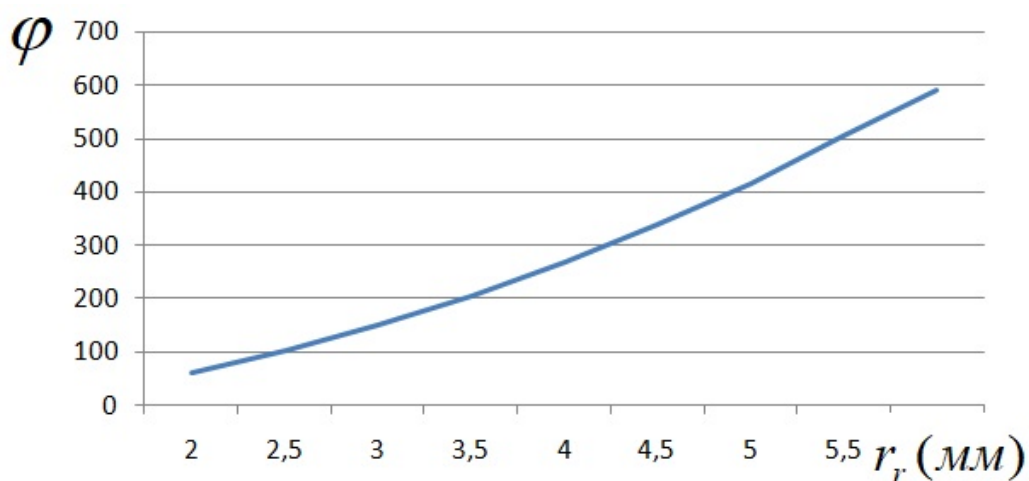


Рис. 4. - Зависимость выходного потенциала от радиуса стойки

На рис. 4 представлена зависимость выходного потенциала от радиуса стойки, из которой видно, что потенциал увеличивается с увеличением радиуса. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров  $h_p = 0,6$  мм,  $r_p = 15$  мм,  $h_m = 7,5$  мм.

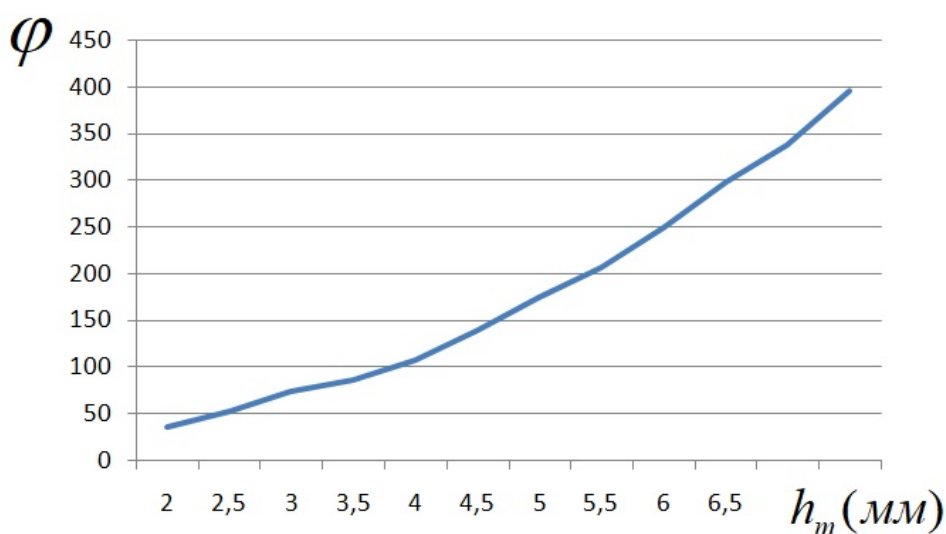


Рис. 5. - Зависимость выходного потенциала от высоты инерционной массы

На рис. 5 представлена зависимость выходного потенциала от высоты инерционной массы, из которой видно, что потенциал увеличивается с увеличением высоты. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $r_p = 15$  мм,  $r_r = 2,5$  мм,  $h_p = 0.6$  мм.

Таблица 3

Зависимость выходного потенциала от толщины пьезоэлемента

$h_p$ (мм)	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\varphi$	40	87	120	171.5	208	238	257.6	268	270

В табл.3 представлена зависимость выходного потенциала от высоты пьезоэлемента, из которой видно, что потенциал увеличивается с увеличением высоты. Расчеты проводятся при следующих значениях параметров:  $r_p = 15$  мм,  $r_r = 2,5$  мм,  $h_m = 7,5$  мм.

**Обсуждение и заключение.** В данной работе исследована задача эффективности ПЭГ в зависимости от геометрических параметров и

характера возбуждения. Построена конечно-элементная модель в программном комплексе ACELAN, позволяющая менять геометрические параметры устройства, вычислять выходной электрический потенциал.

При кинематическом возбуждении выходной потенциал и частоты антирезонанса увеличиваются во всех рассмотренных случаях, таких как увеличение высоты и радиуса пьезоэлемента, высоты инерционной массы и стойки. Коэффициент электромеханической связи достигает максимума при значении радиуса пьезоэлемента  $r_p = 18,3$  мм, высоте инерционной массы  $h_m = 7,5$  мм и высоте пьезокерамического слоя  $h_p = 1$  мм.

### Литература

1. Häslер E., Stein L., Harbauer G. Implantable physiological power supply with PVDF film // *Ferroelectrics*. - 1984. - V. 60. - № 1. - pp. 277-282.
2. Kymissis J., Kendall C., Paradiso J., Gershenfeld N. Parasitic power harvesting in shoes. // *IEEE*, 1998. pp. 132-139.
3. Starner T. Human-powered wearable computing // *IBM systems Journal*. - 1996. - V. 35. - № 3.4. - pp. 618-629.
4. Соловьев А.Н., Зыонг Ле В. Конечно-элементное моделирование пьезоэлектрического устройства накопления энергии на основе кантилевера // *Вестник Донского государственного технического университета*. - 2014. - № 1. - С. 169-179.
5. Зыонг Л.В., Соловьев А.Н. Конечно-элементное моделирование и анализ пьезоэлектрического устройства накопления энергии в форме круглой пластины с пьезоэлементами // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. - 2013. - Т. 1. - № 4. - С. 112-119.
6. Акопьян В.А., Паринов И.А., Рожков Е. В., Чебаненко В.А., Зыонг Л.В. Экспериментальное и конечно-элементное моделирование устройств накопления энергии // *“Математическое моделирование и*

биомеханика в современном университете». Сборник трудов IX всероссийской школы-семинара (г. Ростов-на-Дону, 26 мая - 30 мая 2014 года). Изд-во ЮФУ. - 2014. - С. 57.

7. Зыонг Л.В., Рожков Е. В. Оптимизация конструкции устройств накопления энергии на основе пьезоэлектрических элементов с помощью конечно-элементного моделирования // «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете». Сборник трудов VIII всероссийской школы-семинара (г. Ростов-на-Дону, 27 мая - 31 мая 2013 года). Изд-во ЮФУ. - 2013. - С. 61.

8. Williams C.B., Yates R.B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems // Sensors and Actuators A: Physical. - 1996. - V. 52. - № 1. - pp. 8-11.

9. Соловьев А.Н., Оганесян П.А. Конечноэлементное моделирование конструкций из неоднородных материалов с усложненными свойствами // Вестник ДГТУ. 2013. № 7-8, с. 21-27.

10. Skaliukh, A.S., Soloviev, A.N., Oganesyanyan, P.A. Modeling of piezoelectric elements with inhomogeneous polarization in ACELAN // Ferroelectrics 2015 483 (1), pp. 95-101

11. Мартыненко А.В. Исследование параметров осесимметричного изгибного пьезоэлектрического преобразователя при различных граничных условиях // Инженерный вестник Дона, 2010, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206)

12. Зыонг Ле В. Конечноэлементный анализ применимости прикладных теорий расчета пьезоэлектрического устройства накопления энергии стековой конфигурации // Инженерный вестник Дона, 2014, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2310/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2310/).

## References

---

1. Häslер E. Ferroelectrics. International journal. 1984. V. 60. № 1. pp. 277-282.
  2. Kymissis J., Kendall C., Paradiso J., Gershenfeld N. IEEE Spectrum. International journal. 1998. pp. 132-139.
  3. Starner T. IBM systems Journal. International journal. 1996. V. 35. № 3.4. pp. 618-629.
  4. Solovev A.N., Zyong L. V. Vestnik Donskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta. Nauchny`j zhurnal 2014. № 1. pp. 169-179.
  5. Soloviev A.N., Zyong L.V. E`kologicheskij vestnik nauchny`x centrov Chernomorskogo e`konomicheskogo sotrudnichestva. Nauchno-obrazovatel`ny`j i prikladnoj zhurnal. 2013. № 4. pp. 112-119.
  6. Akopyan V.A., Parinov I.A., Rozhkov E. V., Chebanenko V.A., Zyong L.V. Vserossiyskaya shkola-seminar “Matematicheskoe modelirovanie i biomexanika v sovremennom universitete“: trudy (Proc. All-Russian Workshop School. “Mathematical modeling and biomechanics in modern university”). Rostov-on-Don, 2014, pp. 57.
  7. Zyong L.V. Rozhkov E. V. Vserossiyskaya shkola-seminar “Matematicheskoe modelirovanie i biomexanika v sovremennom universitete“: trudy (Proc. All-Russian Workshop School. “Mathematical modeling and biomechanics in modern university”). Rostov-on-Don, 2013, pp. 61.
  8. Williams C.B., Yates R.B. Sensors and Actuators A: Physical. International journal. 1996. № 1. pp. 8-11.
  9. Soloviev A.N., Oganessian P.A. Vestnik Donskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta. Nauchny`j zhurnal. 2013. № 7-8, pp. 21-27.
  10. Skaliukh, A.S., Soloviev, A.N., Oganessian, P.A. Ferroelectrics. International journal. 2015 483 (1), pp. 95-101.
  11. Martynenko A.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2010, №3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2010/206/).
-



12. Zyong Le V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2014, №2. URL:  
[ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2310/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2014/2310/).