

Расчет конструкции, состоящей из блоков с шестиугольной пластиной и круговой цилиндрической оболочки с окантовкой

И.А.Краснобаев, И.А.Маяцкая, Икуру Годфрей Аарон

Рассмотрим совокупность отдельных блоков составной конструкции, каждый из которых представляет собой шестиугольную пластину и круговую цилиндрическую оболочку с окантовкой [1]-[10].

Для всех блоков матричное уравнение, которое связывает перемещение в вершинах пластин ${}^l\bar{v}_{ki}$ ($l=1,2,\dots,6$ – номер нагружения пары соответствующих вершин; $k=1,2,\dots$ – номер блока; $j=1,2,3$ – номер координатной оси) в собственной системе координат каждого блока с перемещениями в этих же вершинах ${}^L\bar{V}_{ki}$ ($L=1,2,\dots,N$ – номера всех вершин конструкции) только в общей системе координат, имеет вид:

$${}^l\bar{v}_k = Z_k \cdot {}^L\bar{V}_k, \quad (1)$$

где Z_k – матрица, которая связывает перемещения собственной и общей систем координат.

Произвольное перемещение точки любого блока в общей системе координат определяется из матричного уравнения:

$$u_k = T_k \cdot L_k \cdot Z_k \cdot {}^L V_k. \quad (2)$$

Аналогично можно получить матрицу коэффициентов через перемещения вершин в общей системе координат:

$$a_k = W_k \cdot L_k \cdot v_k$$

или

$$a_k = W_k \cdot L_k \cdot Z_k \cdot {}^L V_k. \quad (3)$$

Потенциальная энергия деформации Π всей системы равна сумме потенциальных энергий каждого блока:

$$\Pi = \sum_{\kappa=1}^N \Pi_{\kappa}. \quad (4)$$

Для того, чтобы определить минимум потенциальной энергии, соответствующей действительным перемещениям, необходимо найти производные по всем перемещениям узлов:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial^L V_j} = \frac{\partial \left(\sum_{\kappa=1}^N \Pi_{\kappa} \right)}{\partial^L V_j}, \quad (4)$$

где $j=1,2,3$ – номер координатной оси, $L=1,2,\dots,N$ – номера всех вершин конструкции.

В узловых точках могут сходиться не более трех вершин (рис. 1), по одной от каждого из трех блоков.

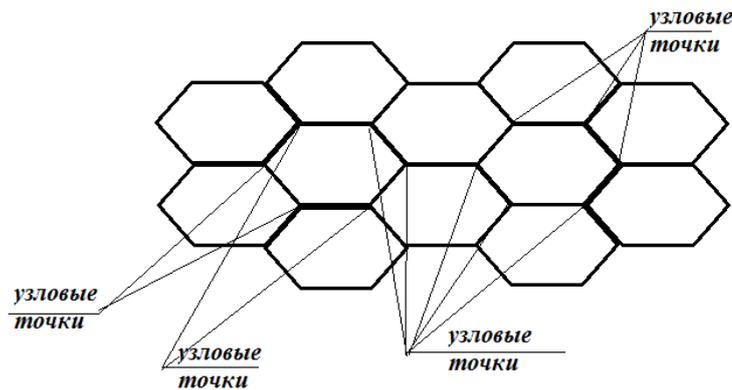


Рис. 1. – Схема составной конструкции из блоков с узловыми точками.

Для конкретного узла n потенциальную энергию можно представить в виде:

$$\frac{\partial \Pi_{\kappa}}{\partial V_j^n} = \frac{\partial \Pi_{\kappa}}{\partial \mathbf{a}_{\kappa}} \cdot \frac{\partial \mathbf{a}_{\kappa}}{\partial V_j^n}, \quad (5)$$

После некоторых преобразований получим:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{\kappa}}{\partial V_j^n} = \mathbf{W}_{\kappa} \cdot \mathbf{L}_{\kappa} \cdot \mathbf{Z}_{\kappa} \cdot \frac{\partial^L \mathbf{V}}{\partial V_j^n}$$

и

$$\frac{\partial \Pi_{\kappa}}{\partial \mathbf{a}_{\kappa}} = \mathbf{N}_{\kappa} \cdot (\mathbf{S}_{\kappa})^{-1} \cdot \mathbf{L}_{\kappa} \cdot \mathbf{Z}_{\kappa} \cdot {}^L \mathbf{V}. \quad (6)$$

Окончательно получаем

$$\frac{\partial \Pi_{\kappa}}{\partial V_j^n} = \mathbf{N}_{\kappa} \cdot (\mathbf{S}_{\kappa})^{-1} \cdot \mathbf{L}_{\kappa} \cdot \mathbf{Z}_{\kappa} \cdot {}^L \mathbf{V} \cdot \mathbf{W}_{\kappa} \cdot \mathbf{L}_{\kappa} \cdot \mathbf{Z}_{\kappa} \cdot \frac{\partial {}^L \mathbf{V}}{\partial V_j^n}. \quad (7)$$

Записывая выражения (7) для всех блоков и одновременно учитывая, что соприкасающиеся друг с другом блоки по общим вершинам имеют одинаковые перемещения, получим левую часть системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных перемещений узлов.

В общей конструкции имеют место три вида узлов: первый – внутренний узел (узловые точки на рис. 1), в котором сходятся три блока; второй – узел, в котором сходятся два блока; третий – узел, который примыкает только к одному блоку.

Рассмотрим нагружение всей конструкции силами, приложенными в центре каждого блока под углом ϑ (рис. 2).

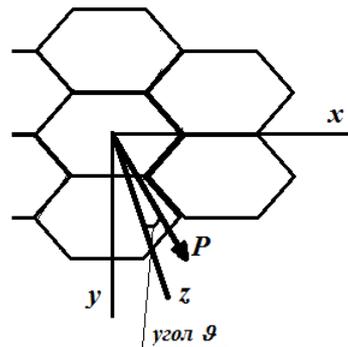


Рис. 2. – Схема нагружения блока в составной конструкции.

Работа всех внешних сил определяется по формуле:

$$A = \sum_{\kappa=1}^N ({}^L P_1 \cdot {}^L V_1 + {}^L P_2 \cdot {}^L V_2 + {}^L P_3 \cdot {}^L V_3). \quad (8)$$

Здесь использованы перемещения узловых точек в общей нумерации узлов. Для конкретного случая нагружения, показанного на рис.2, проекции сил равны: для узлов первого вида – ${}^L P_1 = 0; {}^L P_2 = 0,5P \sin \vartheta; {}^L P_3 = 0,5P \cos \vartheta$; для

узлов второго вида – ${}^L P_1 = 0; {}^L P_2 = \frac{1}{3} P \sin \vartheta; {}^L P_3 = \frac{1}{3} P \cos \vartheta$.

Величина внешней работы (8) – линейная функция перемещений узловых точек. Поэтому при дифференцировании по этим перемещениям сама величина перемещения уйдет и в правых частях системы, являющейся условием минимума полной энергии деформирования конструкции остается только проекции нагрузки:

$$\frac{\partial A}{\partial V_j^n} = \sum_{k=1}^N \left({}^L P_1 \cdot \frac{\partial {}^L V_1}{\partial V_j^n} + {}^L P_2 \cdot \frac{\partial {}^L V_2}{\partial V_j^n} + {}^L P_3 \cdot \frac{\partial {}^L V_3}{\partial V_j^n} \right). \quad (9)$$

В этом выражении при дифференцировании каждый раз будет оставаться только одно слагаемое, в котором совпадает L с n , и совпадают направления координатных осей, $j=1,2,3$ – номер координатного направления.

Таким образом, правые части системы алгебраических уравнений относительно неизвестных величин перемещений узлов определены полностью. Выражения для левых частей определяются формулами:

для узла n –

$$\frac{\partial \left(\sum_{k=1}^N \Pi_k \right)}{\partial V_j^n} = \sum_{k=1,2,3} \frac{\partial \Pi_k}{\partial V_j^n},$$

где $\frac{\partial \Pi_k}{\partial V_j^n}$ определяются по (7).

Литература:

1. Амосов А.А. Техническая теория тонких упругих оболочек. [Текст]: Монография/ Амосов А.А. – М.:АСВ, 2009, – 332 с.
2. Филин А.П. Элементы теории оболочек.[Текст]: Монография/ Филин А.П.– Л.:Стройиздат, 1975, – 256 с.
3. Огибалов П.М., Колтунов М.Л. Оболочки и пластины.[Текст]: Монография/ Огибалов П.М., Колтунов М.Л.–М.:МГУ, 1969, – 696 с.
4. Calladine C.R. Theory of shell structures.[Text]: Monograph/ Calladine C.R. – N.Y.: Cambridge University Press, 1989, –788 p.

5. Zingoni A. Shell structures in civil and mechanical engineering.[Text]: Monograph/ Zingoni A. – N.Y.: Thomas Telford Publishing, 1997, –351 p.
6. Маяцкая И.А., Краснобаев И.А., Икуру Годфрей Аарон Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1667> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
7. Маяцкая И.А., Краснобаев И.А., Икуру Годфрей Аарон Определение потенциальной энергии шестиугольной отбортовки блока составной конструкции, состоящей из основания в форме шестиугольной пластины, жестко связанной с круговой цилиндрической оболочкой. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1668> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
8. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Вывод соотношений сопряжения при расчете блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки[Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1669> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
9. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1670> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. [Текст]: Монография/ Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. –М.:Наука, 1966, – 636 с.