

Расчет деформированного состояния блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки под действием произвольной нагрузки, приложенной в его вершине

И.А.Краснобаев, И.А.Маяцкая, Икуру Годфрей Аарон, В.В. Семисенко

Рассмотрим поведение блока составной конструкции под действием произвольной нагрузки (рис. 1), приложенной в его вершине [1]-[12].

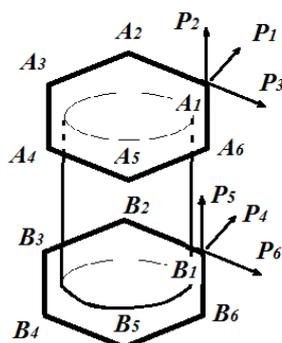


Рис. 1. – Схема нагружения тела I и тела III в k -ом блоке составной конструкции

(P_1 и P_2 – симметричное нагружение и P_3 – кососимметричное нагружение узла A_i ; P_4 и P_5 – симметричное нагружение и P_6 – кососимметричное нагружение узла B_i ; $\bar{P} = (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6)$ – вектор нагрузки).

В предыдущей статье рассмотрено поведение блока конструкции под действием нагружения одной вершины шестиугольной пластины A_1 и соответственно точки окантовки B_1 определенным образом ориентированных соответственно координатных осей.

Перемещение любой точки k блока определяется по формуле:

$${}^1u_k = {}^1\Phi_k \cdot (M_k)^{-1} \cdot N_k \cdot {}^1P_k. \quad (1)$$

где ${}^1\Phi_k$ – матрица аппроксимирующих функций в k -ом блоке.

Подставив в матрицу аппроксимирующих функций ${}^I\Phi_{\mathbf{k}}$ вместо произвольных координат координаты точек A_1 и B_1 , получим перемещения этих вершин в k -ом блоке:

для точки A_1 –

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}}^I = \Phi_{\mathbf{k}}^I \cdot \left[\left(\mathbf{M}_{\mathbf{k}}^I \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_{\mathbf{k}}^I \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{k}} \right]; \quad (2)$$

для точки B_1 –

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}}^{\text{III}} = \Phi_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \cdot \left[\left(\mathbf{M}_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{k}} \right]. \quad (3)$$

Введем обозначения:

$$\bar{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} A_1^I \\ \mathbf{u}_{\mathbf{k}} \\ B_1^{\text{III}} \\ \mathbf{u}_{\mathbf{k}} \end{pmatrix} \text{ – матрица-столбец перемещений точек } A_1 \text{ и } B_1;$$

$$\bar{\Phi}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} A_1 & & & \\ \Phi_{\mathbf{k}}^I & & 0 & \\ & & B_1 & \\ & & & \Phi_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \end{pmatrix} \text{ – матрица аппроксимирующих функций;}$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{M}_{\mathbf{k}}^I \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_{\mathbf{k}}^I \\ \left(\mathbf{M}_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_{\mathbf{k}}^{\text{III}} \end{pmatrix}; \quad \bar{\mathbf{S}}_{\mathbf{k}} = \bar{\Phi}_{\mathbf{k}} \bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{k}}.$$

Используя данные соотношения, перемещения пары вершин A_1 и B_1 можно представить в виде:

$${}^I\bar{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{S}}_{\mathbf{k}} \bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{k}}. \quad (4)$$

Из (4) можно определить вектор нагрузок через перемещения соответствующей пары вершин:

$$\bar{\mathbf{P}}_{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{S}}_{\mathbf{k}}^{-1} \cdot {}^I\bar{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1), получим перемещения любой точки блока через перемещения соответствующей пары вершин:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{u}_k} = \mathbf{l}_{\Phi_k} \cdot \left(\left(\mathbf{M}_k \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_k \right) \cdot \bar{\mathbf{S}}_k^{-1} \cdot \mathbf{l}_{\bar{\mathbf{u}}_k}$$

или
$$\mathbf{l}_{\mathbf{u}_k} = \mathbf{l}_{\mathbf{T}_k} \cdot \mathbf{l}_{\bar{\mathbf{u}}_k}, \quad (6)$$

где
$$\mathbf{l}_{\mathbf{T}_k} = \mathbf{l}_{\Phi_k} \cdot \left(\left(\mathbf{M}_k \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_k \right) \cdot \bar{\mathbf{S}}_k^{-1}.$$

Матрица коэффициентов при нагружении пары вершин тела I и тела III в k -ом блоке имеет вид:

$$\mathbf{l}_{\mathbf{a}_k} = \mathbf{W}_k \cdot \mathbf{l}_{\bar{\mathbf{u}}_k}, \quad (7)$$

где
$$\mathbf{W}_k = \left(\mathbf{M}_k \right)^{-1} \cdot \mathbf{N}_k \cdot \bar{\mathbf{S}}_k^{-1}.$$

Таким образом, полностью известны перемещения любой точки блока, если заданы перемещения вершин A_1 и B_1 .

Рассмотрим положение вершин тела I и тела III (рис. 1). Для точек A_1 и B_1 координатный угол равен нулю, у всех остальных вершин он отличен от нуля. Значит, для нахождения перемещений от силы, действующей в вершине A_k , достаточно повернуть систему координат на угол α_0 , являющийся координатным углом этой вершины (рис. 2).

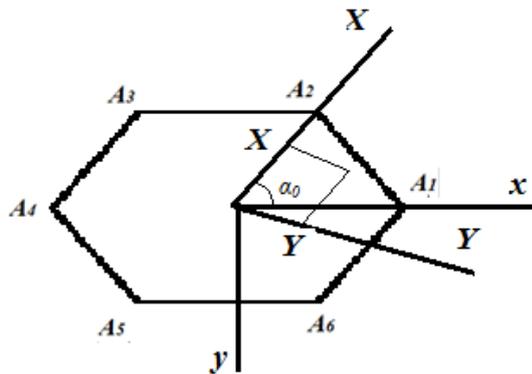


Рис. 2. – Схема для перехода от старых координатных осей к новым осям при нагружении шестиугольной пластины составной конструкции.

Переход от старых координатных осей к новым осуществляется в матрицах аппроксимирующих функций $\overline{\Phi}_k$ в соответствии с формулами:

$$X = x \cos \alpha_k - y \sin \alpha_k;$$

$$Y = x \sin \alpha_k + y \cos \alpha_k; \quad (8)$$

$$\alpha_k = 0; \pi/3; 2\pi/3; \pi; 4\pi/3; 5\pi/3.$$

В результате в одной и той же точке блока конструкции имеется набор перемещений, полученный приложением и снятием нагрузки, вызывающей заданные перемещения пар соответствующих друг другу вершин с первой по шестую.

Можно определить перемещения в произвольной точке блока от воздействия нагрузок во всех вершинах блока. Этому вопросу будет посвящено следующее исследование.

Литература:

1. Амосов А.А. Техническая теория тонких упругих оболочек. [Текст]: Монография/ Амосов А.А. – М.:АСВ, 2009, – 332 с.
2. Филин А.П. Элементы теории оболочек[Текст]: Монография/ Филин А.П.– Л.:Стройиздат, 1975, – 256 с.
3. Огибалов П.М., Колтунов М.Л. Оболочки и пластины[Текст]: Монография/ Огибалов П.М., Колтунов М.Л.–М.:МГУ, 1969, – 696 с.
4. Calladine C.R. Theory of shell structures.[Text]: Monograph/ Calladine C.R. – N.Y.: Cambridge University Press, 1989, –788 p.
5. Zingoni A. Shell structures in civil and mechanical engineering.[Text]: Monograph/ Zingoni A. – N.Y.: Thomas Telford Publishing, 1997, –351 p.
6. Маяцкая И.А., Краснобаев И.А., Икуру Годфрей Аарон Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа:

<http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1667> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

7. Маяцкая И.А., Краснобаев И.А., Икуру Годфрей Аарон Определение потенциальной энергии шестиугольной отбортовки блока составной конструкции, состоящей из основания в форме шестиугольной пластины, жестко связанной с круговой цилиндрической оболочкой. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1668> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

8. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Энергия деформации составной конструкции, состоящей из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Наукovedение», 2013 №3(16). – Режим доступа: <http://www.naukovedenie.ru/10TRGСУ313> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

9. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Наукovedение», 2013 №3(16). – Режим доступа: <http://www.naukovedenie.ru/11TRGСУ313> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. [Текст]: Монография/ Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. –М.:Наука, 1966, – 636 с.

11. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Вывод соотношений сопряжения при расчете блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки[Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1669> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

12. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой ци-

линдрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1670> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.