

Расчет деформированного состояния блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки под действием произвольной нагрузки, приложенной во всех его вершинах

И.А.Краснобаев, Икуру Годфрей Аарон, В.В. Семисенко

Рассмотрим поведение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки под действием произвольной нагрузки, приложенной во всех его вершинах [1]-[12].

Рассмотрим шестиугольную пластину (тело I), к которой нагрузка приложена в точках A_k (рис. 1). Введем систему координат x, y, z .

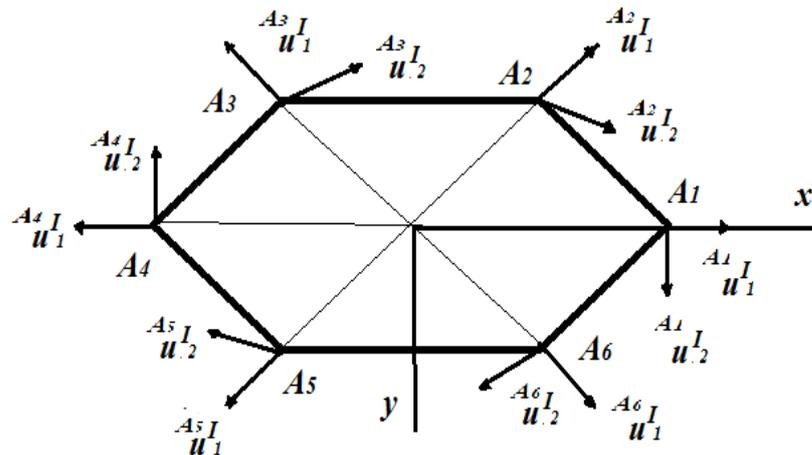


Рис. 1. – Схема нагружения во всех вершинах блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки.

Пусть точка A_i приложена на том же самом радиуса, что и точка B_i . Пусть перемещения вершин A_i и B_i ($i=1,2,\dots,6$) в k -ом блоке направлены в соответствии с рис. 1). Перемещение \bar{u}_3^I направлено перпендикулярно плоскости.

Проекции перемещения i -ой вершины ($\alpha_i = 0; \pi/3; 2\pi/3; \pi; 4\pi/3; 5\pi/3$.)

$${}^i v_{kx}^I = {}^i u_{k1}^I \cos \alpha_i + {}^i u_{k2}^I \sin \alpha_i;$$

$${}^i v_{ky}^I = -{}^i u_{k1}^I \sin \alpha_i + {}^i u_{k2}^I \cos \alpha_i;$$

$${}^{A_i}v_{KZ}^I = {}^{A_i}u_{K3}^I. \quad (1)$$

Эти выражения можно записать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} {}^{A_i}v_{KX}^I \\ {}^{A_i}v_{KY}^I \\ {}^{A_i}v_{KZ}^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & 0 \\ -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A_i}u_{K1}^I \\ {}^{A_i}u_{K2}^I \\ {}^{A_i}u_{K3}^I \end{pmatrix}$$

или
$$\bar{v}_K^I = \Omega_K^I \cdot \bar{u}_K^I, \quad (2)$$

где
$$\bar{v}_K^I = \begin{pmatrix} {}^{A_i}v_{KX}^I \\ {}^{A_i}v_{KY}^I \\ {}^{A_i}v_{KZ}^I \end{pmatrix}; \quad \Omega_K^I = \begin{pmatrix} \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & 0 \\ -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \bar{u}_K^I = \begin{pmatrix} {}^{A_i}u_{K1}^I \\ {}^{A_i}u_{K2}^I \\ {}^{A_i}u_{K3}^I \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Аналогично и для окантовки (тела III):

$$\bar{v}_K^{III} = \Omega_K^{III} \cdot \bar{u}_K^{III}. \quad (4)$$

Необходимо учесть, что в вершинах окантовки заданы точки B_i , $\alpha_i = 0; \pi/3; 2\pi/3; \pi; 4\pi/3; 5\pi/3$ и выбрана полярная система координат. Поэтому матрица Ω_K^{III} имеет вид единичной матрицы:

$$\Omega_K^{III} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для обоих тел получаем

$$\begin{pmatrix} \bar{v}_K^I \\ \bar{v}_K^{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_K^I & 0 \\ 0 & \Omega_K^{III} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{u}_K^I \\ \bar{u}_K^{III} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Введем обозначения:

$$\mathbf{l}_{v_K} = \begin{pmatrix} \bar{v}_K^I \\ \bar{v}_K^{III} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{l}_{\Omega_K} = \begin{pmatrix} \Omega_K^I & 0 \\ 0 & \Omega_K^{III} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{l}_{u_K} = \begin{pmatrix} \bar{u}_K^I \\ \bar{u}_K^{III} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где l – номер вершины, $l=1,2,\dots,6$; \mathbf{l}_{v_K} – матрица перемещений вершин A_l и B_l ($l=1,2,\dots,6$) в проекциях на оси координат x, y, z ; \mathbf{l}_{u_K} – матрица перемещений вершин A_l и B_l ($l=1,2,\dots,6$) в проекциях на собственные оси координат

$1,2,3; {}^1\Omega_{\mathbf{k}}$ – матрица перехода от системы координат $1,2,3$ к системе координат x, y, z для данного блока.

Таким образом, перемещение любой пары вершин тела I и тела III в общей системе координат κ -ого блока запишется в виде:

$${}^1\mathbf{u}_{\mathbf{k}} = \left({}^1\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} \cdot {}^1\mathbf{v}_{\mathbf{k}} . \quad (8)$$

Перемещение любой точки κ -ого блока через перемещения пары вершин в общей системе координат с учетом геометрии и упругих характеристик блока конструкции

$${}^1\mathbf{u}_{\mathbf{k}} = {}^1\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \left({}^1\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} \cdot {}^1\mathbf{v}_{\mathbf{k}} . \quad (9)$$

Для того чтобы получить перемещение любой точки блока от перемещений всех шести вершин, надо просуммировать (9).

Введем обозначения:

$$l_{u_{\mathbf{k}}} = {}^1u_{\mathbf{k}} + {}^2u_{\mathbf{k}} + {}^3u_{\mathbf{k}} + {}^4u_{\mathbf{k}} + {}^5u_{\mathbf{k}} + {}^6u_{\mathbf{k}} ;$$

$$\mathbf{L}_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} \left({}^1\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left({}^2\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left({}^3\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left({}^4\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left({}^5\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left({}^6\Omega_{\mathbf{k}} \right)^{-1} \end{pmatrix} ; \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{k}} = \left({}^1\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \quad {}^2\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \quad {}^3\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \quad {}^4\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \quad {}^5\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \quad {}^6\mathbf{T}_{\mathbf{k}} \right) ;$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{k}} = \left({}^1\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \quad {}^2\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \quad {}^3\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \quad {}^4\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \quad {}^5\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \quad {}^6\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \right)^{\mathbf{T}} .$$

Тогда произвольное перемещение имеет вид:

$$\mathbf{u}_K = \mathbf{T}_K \cdot \mathbf{L}_K \cdot \mathbf{v}_K, \quad (11)$$

где \mathbf{v}_K – матрица перемещений всех шести пар узловых точек в общей системе координат; \mathbf{u}_K – матрица перемещений произвольной точки трех тел по трем координатным направлениям; \mathbf{T}_K – матрица, учитывающая аппроксимирующие функции, геометрию и упругие характеристики блока конструкции; \mathbf{L}_K – переходная матрица, связывающая перемещения всех шести вершин в собственной системе координат с общей системой координат.

Литература:

1. Амосов А.А. Техническая теория тонких упругих оболочек. [Текст]: Монография/ Амосов А.А. – М.:АСВ, 2009, – 332 с.
2. Филин А.П. Элементы теории оболочек[Текст]: Монография/ Филин А.П.– Л.:Стройиздат, 1975, – 256 с.
3. Огибалов П.М., Колтунов М.Л. Оболочки и пластины[Текст]: Монография/ Огибалов П.М., Колтунов М.Л.–М.:МГУ, 1969, – 696 с.
4. Calladine C.R. Theory of shell structures.[Text]: Monograph/ Calladine C.R. – N.Y.: Cambridge University Press, 1989, –788 p.
5. Zingoni A. Shell structures in civil and mechanical engineering.[Text]: Monograph/ Zingoni A. – N.Y.: Thomas Telford Publishing, 1997, –351 p.
6. Маяцкая И.А.,Краснобаев И.А.,Икуру Годфрей Аарон Прочностной расчет блока составной конструкции из шестиугольной пластины, круговой цилиндрической оболочки и отбортовки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1667> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.
7. Маяцкая И.А.,Краснобаев И.А.,Икуру Годфрей Аарон Определение потенциальной энергии шестиугольной отбортовки блока составной конст-

рукции, состоящей из основания в форме шестиугольной пластины, жестко связанной с круговой цилиндрической оболочкой. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1668> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

8. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Вывод соотношений сопряжения при расчете блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1669> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

9. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Инженерный вестник Дона», 2013 №2. – Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1670> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. [Текст]: Монография/ Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. –М.:Наука, 1966, – 636 с.

11. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Энергия деформации составной конструкции, состоящей из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Наукоедение», 2013 №3(16). – Режим доступа: <http://www.naukovedenie.ru/10ТРГСУ313> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

12. Краснобаев И.А., Маяцкая И.А., Икуру Годфрей Аарон Нагружение блока составной конструкции из шестиугольной пластины и круговой цилиндрической оболочки. [Электронный ресурс]// «Наукоедение», 2013 №3(16). – Режим доступа: <http://www.naukovedenie.ru/11ТРГСУ313> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.